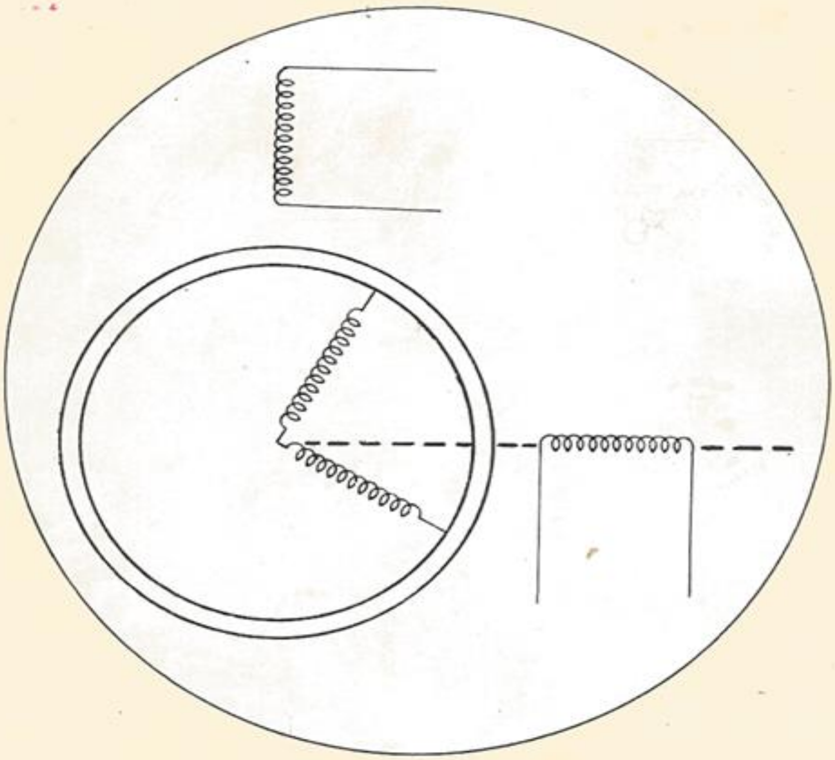
MATRIX ANALYSIS OF ELECTRICAL MACHINARY

التحليلات المصفوفية للمكائن الكهربائية

تأليف: ن. ن. هانكوك



ترجمة

الدكتور المهندس
محمد توفيق لازم الزهيري
استاذ مساعد

المهندس
عصام محمود عبد الباقي الانصاري
مدرس مساعد

المهندس
عبد الكريم زوبع منصور البدراني
مدرس مساعد

الكلية الفنيةالعسكرية العراقية

تحليل المكائن الكهربائية بواسطة المصفوفات

Matrix Analysis of Electrical Machinery

تاليف

N.N.Hancok

ترجمة

الدكتور

محمد توفيق الزهيري

المهندس

عبدالكريم زوبع البدراني

المهندس

عصام محمود الأنصاري

وزارة الدفاع
الكلية الفنية العسكرية

التحليلات المصفوفية للمكائن الكهربائية

MATRIX ANALYSIS OF ELECTRICAL MACHINARY

تأليف: ن. ن. هانكوك

ترجمة

الدكتور المهندس
محمد توفيق لازم الزهيري
استاذ مساعد

المهندس
عبدالكريم زوبع منصور البدراني
مدرس مساعد

المهندس
عصام محمود عبدالباقي الانصاري
مدرس مساعد

مقدمة المترجمين

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله والصلاة والسلام على رسول الله

وبعد، فقد ظهرت فكرة ترجمة هذا الكتاب في موضوع المكائن الكهربائية وتحليلها بوساطة جبر المصفوفات بعد ان رابنا خلو مكتباتنا من كتب مترجمة او مؤلفة باللغة العربية في هذا المجال المهم لطلبة الدراسات الجامعية الاولية والعليا.

لقد لاقت مبادرتنا هذه تشجيع الاساتذة في الكلية الفنية العسكرية والجامعات الاخرى. واننا لنأمل ان مجهودنا هذا قد اسهم في اغناء المكتبة العربية الفتية التي لاشك في أن بها حاجة الى المزيد من الكتب والمراجع لكي يستفيد منها الطلبة والمهندسون ورجال الصناعة ولاسيما في مرحلتنا الحاضرة المقبلة على التوسع العلمي الهائل.

ونود ان نبين للقاريء الكريم انه قد تم ترقيم فقرات الكتاب في هذه النسخة المترجمة وكذلك ترقيم المعادلات الاساسية، حيث ان مؤلف الكتاب لم يقم بترقيمها، وذلك لسهولة الاشارة اليها بدلا من الاشارة الى ارقام الصفحات كما ورد في اصل الكتاب. ومما يجب الاشارة اليه ايضاً ان الاحرف الانكليزية او اللاتينية الموضوعة بين قوسين تقرأ من اليسار الى اليمين كما في الاصل خلال الاسطر والا قرأت من اليمين الى اليسار، راجين ان نكون قد وفقنا لما هو خير والله الموفق.

المترجمون

«شكــر»

تشكر الكلية الفنية العسكرية الدكتور المهندس فائق جواد محمد العزاوي / الاستاذ المساعد في قسم الهندسة الكهربائية والالكترونية في الكلية لتفضله بتقويم الكتاب علمياً.

والدكتور حسام سعيد النعيمي ـ الاستاذ المساعد في كلية الاداب / قسم اللغة العربية / جامعة بغداد لتفضله بتقويم الكتاب لغوياً.

الفصل الحادي عشر: الظروف العابرة وظروف التتابع السالب في مكائن التيار المتناوب 231

مقدمة الطبعة الاولى

ان التحليل المنظم لاداء المكائن الكهربائية قد امتلك اصالته من خلال افكار العالم جبريل كرون (Gibril Kron) الذي استخدم اساليب متعددة في مؤلفاته القديمة عن هذا الموضوع لعرضه امام القاريء التخصصي اذا كان هذا القارىء رياضياً او مهندساً . حتى في آخر ماكتبه كرون Kron كان يشير بأستمرار الى العلاقات الرياضية التي هي في الواقع بعيدة كل البعد عن التجربة المحسوسة للطالب وللمهندس الكهربائي ذي الخبرة المتواضعة. وقد اشار كل من العالم كرابتوف (karaptoff) في الولايات المتحدة وكذلك العالم جبس (Gibbs) في انكلترا الى امكانية تطبيق اساليب رياضية كثيرة على المكائن الكهربائية ويتم اشتقاق هذه الاساليب بدون الرجوع الى اسلوب الكميات الممتدة (tensor) وكل مانحتاجه هو المعرفة الاولية بمعادلات الدوائر وكذلك اوليات جبر المصفوفات والقاعدة التي تنص على ان القدرة في المنظومة يجب ان تكون هي نفسها بغض النظر عن التعابير التي تستخدم لتمثيلها. وهذه القاعدة ليست جديدة على المهندس الكهربائي حيث انه يستخدمها في كل حين عندما «ينسب» كميات الثانوي الى الابتدائي للمحول او للمحرك الحثي.

لقد كان للمؤلف الحظ الكبير في الاستماع الى محاضرة الدكتور دبليو. جي. جبس عن هذا الموضوع سنة 1950 . وقد قام بدوره بدراستها واستخلاصها. وقد شكل هذا الموضوع جزءً من مقررات الدراسة العليا في كلية مانجستر للعلوم والتقنية خلال السنوات العشر الماضية، وجزءً من مقررات الدراسات الاولية في الآونة الاخيرة. وقد اعتمد هذا الكتاب الى حد كبير على هذه الخبرة وبصورة واسعة.

ان وجهة نظر المؤلف تكمن في ان هذا الاسلوب هو احسن الاساليب لدراسة اداء الماكنة للمتخصصين وغير المتخصصين على حد سواء، حيث ان المتخصص في هذا المجال سوف يجد فيه وسيلة ذات قدرة على حل المشاكل المعقدة في دراسة الاداء. ان تصميم الماكنة، الذي هو بأختصار محاولة لانتاج ماكنة تمثلها معالمها الخاصة بها ويؤدي تحليلها الى بيان الاداء المطلوب، يعتمد بصورة كبيرة على مفهوم الفيض المغناطيسي فقط كما يراه المتخصصون في مجال التصميم، لكن هذا المفهوم على اية حال سوف لايتم التطرق اليه بأسهاب في مضمارنا هذا.

ولم يتسع المجال في هذا الكتاب لمعالجة بعض المواضيع مثل دراسة التذبذبات المحدودة (الصغيرة) وتمت الاشارة الى الترابط البيني لمنظومات الماكنة حيث اشير اليها بصورة مختصرة. مع ذلك فقد جرت محاولة لتغطية معظم حالات اداء الماكنة التي تدرس عادة في مقرر الدراسات الاولية مع العناية بالتطرق الى مسألة واحدة او مسألتين بمستوى متقدم لغرض الاشارة الى قدرة هذه الطريقة وتحديداتها.

وليس من الملائم قط انهاء هذه المقدمة بدون ان يعبر المؤلف عن امتنانه للدكتور جبس (Gibbs) ولزميله السيد جي. هندمارش (J.Hindmarsh) والسيد دبليو. وايت هيد (W.Whitehead) الذي كانت لانتقاداتهم البناءة المتكررة الاثر الكبير في حسن اظهار المؤلف موضوعه.

مقدمة الطبعة الثانية

بعد عشر سنوات، بقي المؤلف مقتنعاً بأن دراسة تحليل الماكنة الكهربائية بدلالة المصفوفات يمتاز على تحليلها بوساطة الكميات الممتدة من حيث الرصانة التعليمية. في ضوء ذلك وضح ان الطريقة هذه يمكن تطبيقها من حيث المبدأ على المشاكل العملية وبعدها يمكن الاعلان عن الصيغة النموذجية المرغوب فيها للمباديء التي استندت اليها هذه الطريقة. وكما اشار الدكتور دبليو. جي. جبس الى الذكرى العطرة للسيد ام. جورديان المنسوب الى مؤسسة (Moliere's Le Bourgeois gentithomme) عندما اكتشف انه طالما تكلم تباعاً بدون ان يعرف انه يعمل على اظهار هذه الطريقة.

ان الطبعة الثانية هذه مثلها مثل الطبعة الاولى من حيث انها قد اعدت للقارئين الذين لديهم شيء من المعرفة او الذين يتابعون بأستمرار الطبيعة الفيزيائية للمكائن الكهربائية. وفي الوقت الذي لايفترض فيه ان يكون للقارىء المام بنظرية الماكنة "التقليدية" الا انه قد تمت الاشارة في بعض الاحيان الى عدد من المراجع التي تعنى بهذه النظرية لافادة القارئين الذين يمتلكون هذه المعرفة ونخص بالذكر كتاب المكائن الكهربائية وتطبيقاتها (Electrical Machines and their Applications) لمؤلفه السيد جون. هندمارش (J.Hindmarsh) الذي تمت طباعته مع هذا الكتاب في وقت واحد، وقام بذلك الناشر نفسه.

ان التغييرات التي اجريت على الطبعة الاولى قد انحصرت في نواحٍ اربع، اولها يخص شمولاً واسعاً لبعض المواد التي تركت سابقاً للقاريء للتعمق فيها مع دقة كبيرة في العرض.

ومن بين هذه النواحي اجراء عرض للوحدات المستخدمة وكذلك اتجاه العزم والعكس التام للمصفوفة بطريقة التجزئة. اما الناحية الثانية فتشمل تقويماً لخطأين سابقين للحكم، بعبارة اخرى، عدم التطرق الى اي تسرب في الماكنة التزامنية رغبة فيها قد برهن على انه تقريب مفرط، وكذلك الاشارة المتواضعة للمكائن ثلاثية الطور على اساس ان العلاقة بين هذه المكائن والمكائن ثنائية الطور كانت من اليسر بحيث انه يكفي دراسة الاخيرة منها فقط. اما الناحية الثالثة فيمكن عدّها عرضاً تفصيلياً محسناً يكون فيه المثال الاساس مختلفاً تماماً عما سبق وكذلك تمت معالجة المكائن الحثية

بأسلوب افضل وذلك بالابتعاد عن استخدام انصاف التحويلات ذات التأثير الخطر. وتتضمن الناحية الرابعة مواد اضافية وبالاخص العمل على توضيح الترابط البيني لمكونات الماكنة. وكذلك العمل على اعطاء مقدمة عن التذبذبات المحدودة. وقد تم ايضاً تناول بعض الايضاحات واجوبة المسائل تحت هذا العنوان.

ان بعض هذه التغييرات جرت نتيجة للخبرة الاضافية التي تلقاها المؤلف في تدريس الموضوع لطلبة الدراسات الأولية في جامعة مانجستر ـ معهد التكنولوجيا والعلوم (UMIST). اما التغييرات الاخرى فقد جاءت من خلال التعليقات والاقتراحات التي تلقاها المؤلف من خلال الرسائل التي يقدم المؤلف شكره بدوره الى مرسليها. ومرة اخرى، فأن المؤلف يعبر عن امتنانه الخاص الى زميله السيد جون هندمارش الذي كشفت اسئلته الخاصة بالموضوع القصور الذي اتضح للمؤلف في بعض المواضيع.

وفي الختام يرغب المؤلف في تسجيل تقديره للنصائح المفيدة التي ابداها له المحرر العام لهذه السلسلة، الاستاذ باول هاموند (P. Hammond) حول نواحٍ كثيرة.

الفصــل الأول

1 . 1 المقدمة Introduction

من خلال نظرة عابرة، سوف يتبين انه نتيجة لأشتمال الفصول الاولى على المواد الضرورية جميعها، تبدأ دراسة اداء الماكنة بصورة خاصة في الفصل 9، أي حوالي منتصف الكتاب. ومن الطبيعي أن بعضاً من القراء سوف يدفعهم الفضول لتخطي قسمٍ من النصف الاول من الكتاب لكي يطلعوا على مايراد به استخدام جبر المصفوفات هذا، وليس هناك مايدعو للاعتراض على ذلك، حيث انه يمكن الرجوع الى المواضيع الاولية لاحقاً. على اية حال، من المقترح أن تدرس الفصول1و2و5 في الاقل قبل الانتقال الى الفصل 9 مباشرة. قد يفضل الطالب المنظَّم اتباع اجراءٍ اقل اثارة في القراءة وذلك بتتبعه مراحل تطور الطريقة مبتدءاً من الفصل 2 فصاعداً وبدون أن يترك اي شيء، الا اذا كان اهتمامه قليلاً بموضوع المحولات مما يدفعه الى تجاوز الفصل 4.

2 . 1الأصطلاحات Conventions

للاصطلاحات أهمية كبرى في التحليلات الرياضية جميعها على أنها لاتمتلك اية قيمة جوهرية. وبقدر الامكان تمت المحافظة على الاصطلاحات المتينة والاساسية في هذا الكتاب لذا فمن المناسب مراجعتها هنا.

1 - في مخططات الدوائر الخاصة بالمكائن ذات الحلقة المنزلقة، تبين لفائف الدوار على انها ملفات، عند تمثيل اللفائف الحقيقية وكذلك تمثيل اللفائف المحوَّلة "الثابتة". وقد استخدمت، للاخيرة، خطوط مستقيمة شعاعية وكذلك فرش بخطوط شعاعية او بدونها للملفات عند مؤلفين آخرين. أما لفائف عضو التبديل فيشار اليها بوساطة الفرش مع خطوط شعاعية او بدونها. ويكون التمثيل الاخير اساسياً عندما يكون من الضروري الاشارة الى مواضع الفرش التي لاتكون على محاور التماثل نفسها فقط.

ان لفائف الدوار المبينة بصفة ملفات يتم تمثيلها للسهولة على أنها تحتل نصف القطر فقط. وتبين لفائف العضو الساكن على جهة واحدة من الماكنة. وهذا الاسلوب سوف يشير الى الاتجاهين الموجبين للتيار والقوة الدافعة المغناطيسية (ق.د.مغ) اللذين يتم أختيارهما بصورة كيفية، وتكونان شعاعياً الى الخارج في كلتا الحالتين. اما اذا كانت اللفائف الحقيقية للماكنة متوازنة، فأنها تشغل محيط الدوار جميعه. وليس من الضروري ان تربط لفائف اطوار الدوار سوية، مع انها قد تظهر كذلك في بعض المخططات.

2 - يمثِّل الاتجاه الموجب لكل من التيار والـ ق.د.مغ بوساطة سهام التيار في مخططات الدوائر. وفولتيات الاطراف تصاعد بأتجاه سهام الفولتية، اما الفولتيات الاخرى فأنها هبوط بأتجاه سهام التيارات جميعها.

3 - يؤخذ الاتجاه الموجب لدوران الدوَّار ليكون عكس اتجاه دوران عقرب الساعة، ذلك لان هذا الاتجاه هو اتجاه قياس الزوايا الموجبة. ان هذا يبدو متضارباً احياناً مع اصطلاح التيار الموجب والـ ق.د.مغ الموجبة، لكن في مثل هذه الحالات تظهر اشارة سالبة لتبين ان عزم التحريك هو بأتجاه دوران عقرب الساعة.

4 - تستخدم الاحرف الطباعية الصغيرة v و i للقيم اللحظية للفولتية والتيار الطرفيين. ولتجنب التكرار الزائد في كتابة الرقم $\sqrt{2}$، تستخدم $\hat{V}$ و $\hat{I}$ للدلالة على اتساعات الفولتيات والتيارات الجيبية، وتترك الرموز V و I لتمثل قيم التيار المستمر d.c. وقيم ج.م.ت التيار المتناوب في الحالات المستقرة.

5 - تستخدم الحروف الطباعية الكبيرة L و X للدلالة على المحاثة الكلية (أي المحاثة الذاتية) والمفاعلة المناظرة على التعاقب. أما الفرق بين المحاثة الذاتية والمحاثة التبادلية $(L - M)$ فيعبر عنه بالحرف الطباعي الصغير l، وبالاسلوب نفسه، فأن الفرق بين المفاعلة التبادلية (الممغنطة) $(X - X_M)$ يعبر عنه بالحرف الصغير x. واذا كانت هذه جميعها منسوبة الى اساس واحد فأن l و x هما المحاثة التسربية والمفاعلة التسربية منسوبتين الى ذلك الاساس.

إن قيم المحاثات المستخدمة هنا يمكن عدها قيماً حقيقية او قيماً منسوبة حسب التفضيل. أما القيم التي استخدمها العالم كرون ومؤلفون آخرون وهي المنسوبة الى اللفائف أحادية اللفة، وفي الوقت الذي تبسّط فيه علاقات (السماحية ـ المحاثة)، فأنها تؤدي الى بعض التعقيد عند شمول الترابط البيني.

6 - يتم تفريق المصفوفات عن عناصرها بأستخدام الحروف الطباعية الغامقة. وبناء عليه فأنه من غير الممكن استخدام الحروف الطباعية الغامقة لتمثيل المطاورات ويميز مقدار المطاور عن نفسه عند الضرورة، بوساطة خطوط عمودية موازية للحروف التي تمثل المطاورات.

7 - يشار الى تحويلات لابلاس للفولتية والتيار بخط أفقي صغير فوق رمز الفولتية والتيار. اما العدد المركب لتحويل لابلاس فيشار اليه بالحرف s، في حين يرمز لعامل التفاضل d/dt بالرمز p. ويكون هذا التمييز مرغوباً فيه لان التفاضل في بعض الحالات يجري بصورة فعلية ضمن مسار التحويل الخطي.

8 - تكون الادلة المستخدمة لتوضيح دوائر *لفائف* الساكن كبيرة، أما الأدلة المستخدمة لدوائر الدوّار فتكون صغيرة.

9 - لما كان الفرق بين المولدات والمحركات يعود الى ظروف التشغيل المختلفة ذاتها، فأننا سنقوم بدراسة "المكائن" بصورة عامة فقط، مع ذلك على الشخص ان يختار بين المعادلتين $V = E + IR$ و $V = E - IR$، وبما أنه لايمكن تفضيل احداهما على الاخرى الا ان المعادلة الاولى تفضل على اساس أن لفائف المحركات جميعها وبعض لفائف المولدات تكون "مصبات"، لذلك فأن $V = E + IR$ هي الاكثر ملائمة لاغلبية اللفائف.

أن E في هذه المعادلة هي ق.د.ك مضادة لمحرك، وتظهر في هذا الكتاب بوصفها فولتية تتحدد بالضرب الثلاثي لكمية لها أبعاد محاثّة و سرعة زاوية وتيار. وعندما يكون حاصل الضرب هذا،

بأستخدام الاشارات المناسبة، موجباً، فأنه يمثل هبوطا موجبا في الفولتية ويكون بالاتجاه نفسه كما في الهبوط المقاومي *IR*، اي انه يكون في هذه الحالة ق.د.ك مضادة. قد يكون هناك اكثر من حد واحد من هذه الحدود في معادلة واحدة للفولتية، في هذه الحالة تكون الـ ق.د.ك الكلية مجموع الحدود الجبري.

ويمكننا أن نلاحظ أن الفرق بين معادلات المولد والمحرك هو بالاساس عكس للاتجاهات المتعارف عليها. لذا تكون اشارات تيارات المنتج معكوسة. وفي معادلة المحرك المستخدمة في هذا الكتاب، تناظر حالة التوليد قيمة سالبة لتيار المنتج في ماكنة التيار المستمر وقمية سالبة لمركبة القدرة للتيار في ماكنة التيار المتناوب.

1.3 الوحدات **Units**

لم يشر الى الوحدات في هذا الكتاب ولكنها فرضت على اساس انها وحدات قياسية دولية (SI) وبالتخصيص: المتر، والكيلوغرام، والثانية، والوحدات الكهربائية المعروفة، أمبير، وڤولت، وأوم، وهنري، وفاراد، سوية مع وحدات القدرة الواط، ووحدات الطاقة الجول، ووحدات القوة النيوتن. بما أن هذه تمثل مجموعة متآلفة من الوحدات فأنها لاتتطلب أستخدام ثوابت او معاملات تحويل فيما بينها.

1.4 المعالم **Parameters**

إن ادراك الاهمية الفيزياوية لمعالم الماكنة يؤدي الى اقتراح الطريقة المناسبة لقياسها. وبالمثل، فأن التمحيص في معادلات الدوائر قد يؤدي الى اقتراح طريقة للقياس، توحي بالمعنى الفيزياوي للمعالم المعنية. إن الشخص الذي ألِفَ الفحوص القياسية* لقياس المعالم في نظرية الماكنة "التقليدية"، يستطيع تحليل هذه الاختبارات بوساطة تقنيات الدوائر الموصوفة في هذا الكتاب ايضاً. هذا سيبين علاقة ـ متطابقة اعتيادياً ـ للمعالم المستخدمة في المعالجتين النظريتين المختلفتين. قد لايمكن التمييز بين هذه الاساليب المختلفة في التطبيق العملي.

---

* أنظر المرجع 3

الفصل الثاني

عناصر جبر المصفوفات
Elements of Matrix Algebra

2 . 1 التمثيل المصفوفي للمعادلات الآنية
Matrix Representation of Simultaneous Equations

اذا كانت ثلاث متغيرات y_1، y_2، y_3 ترتبط بثلاث متغيرات أخرى بثلاث معادلات

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3 \\ y_2 &= a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3 \\ y_3 &= a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3 \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\ .\ 1)$$

حيث أن a_{11}، a_{12}، a_{13}.......... الخ جميعها ثوابت، أمكن القول إن المعادلات الثلاث تؤلف مجموعة من المعادلات الخطية ذات معاملات ثابتة. وقد أشتملت هذه المعادلات على ثلاثة انواع من الكميات الا وهي المتغيرات y_1، y_2، y_3، والمعاملات الثابتة a_{11}، a_{12}، a_{13}،........ الخ، والمتغيرات x_1، x_2، x_3. علاوة على ذلك فأن المتغيرات y_1، y_2، y_3 تنتج عن حاصل ضرب المعاملات كلها بصيغة رمزية بصفة معادلة واحدة $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$، حيث تمثل $\mathbf{y}$ قيم المتغير y جميعها، وتمثل $\mathbf{A}$ قيم المتغير a جميعها، و $\mathbf{x}$ تمثل جميع قيم المتغير x. والمعادلة $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ هذه يمكن كتابتها بشكل تام كما يلي:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\ .\ 2)$$

حيث

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

حيث أن كل صفيفة (array) من العناصر ضمـن قـوس مربع تدعى مصفوفة والمعادلة $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ تسمـى معادلـة مصفوفة. مـن الطبيعي ان تقود هذه المعادلة الى قيم المتغيرات نفسها كل على حدة y_1، y_2، y_3 التي تعطيها المعادلات الثلاث الاصلية التي بدأنا بها، وان عملية ضرب $\mathbf{A}$ و $\mathbf{x}$ بشكلها التفصيلي يجب أن تتحقق بحيث أنها تكون كذلك.

2 . 2 ضرب المصفوفات — Multiplication of Matrices

من المعادلات الاصلية

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \end{bmatrix}$$

بحيث أن

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\ .\ 3)$$

ومنها فأن قاعدة الضرب في مثل هذه الحالات هي :-

العنصر ذو التسلسل n من المصفوفة العمودية $\mathbf{y}$ يكون مساوياً لمجموع حاصل ضرب العنصر الاول ذي التسلسل n للمصفوفة $\mathbf{A}$ مع العنصر الاول من المصفوفة $\mathbf{x}$، وحاصل ضرب العنصر الثاني في السطر ذي التسلسل n للمصفوفة $\mathbf{A}$ مع العنصر الثاني للمصفوفة $\mathbf{x}$، وهكذا الى حاصل ضرب العنصر الاخير من السطر ذي التسلسل n للمصفوفة $\mathbf{A}$ والعنصر الاخير من المصفوفة $\mathbf{x}$.

وهكذا، فأذا أخذنا العنصر الثاني y_2 للمصفوفة $\mathbf{y}$، فيمكننا أن نحصل عليه بضرب العنصر الاول من السطر الثاني من $\mathbf{A}$، أي a_{21} والعنصر الاول x_1 من $\mathbf{x}$، زائداً حاصل ضرب العنصر الثاني a_{22} من السطر الثاني من $\mathbf{A}$ بالعنصر الثاني x_2 من $\mathbf{x}$، زائداً حاصل ضرب العنصر الثالث a_{23} من السطر الثاني من $\mathbf{A}$ بالعنصر الثالث x_3 من $\mathbf{x}$، وهذا يعطينا $y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3$ كما هو مطلوب.

وهذه في الحقيقة حالة خاصة من ضرب المصفوفات لأن المصفوفة الثانية $\mathbf{x}$ لعملية الضرب لها عمود واحد فقط. أن الحالة الاكثر عمومية يتم تمثيلها كالأتي

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB}$$

حيث أن كلاً من $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$ يحتوي على اكثر من سطر وأكثر من عمود. مثل هذا الضرب يمكن عدّه كأنه نشأ من معادلتين مصفوفيتين.

$$\mathbf{y} = \mathbf{Ax} \qquad \text{و} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{Bz}$$

لذا فأن $\mathbf{y} = \mathbf{A(x)} = \mathbf{A(Bz)} = \mathbf{(AB)z}$. وأذا اردنا تمثيل $\mathbf{y}$ على أنها $\mathbf{Cz}$ بصورة مباشرة أكثر مما تقدم، فمن الضروري تعريف عملية الضرب في مثل هذه الحالة. يمكن اشتقاق القاعدة بتفحص المصفوفة $\mathbf{C}$ التي حصلنا عليها بالطريقة الجبرية الاعتيادية بحذف x_1، x_2، .... الخ، من مجموعتي المعادلات المعبر عنها بصيغة المصفوفة بوساطة $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ و $\mathbf{x} = \mathbf{Bz}$. إذ وجدت بحيث:

العنصر ذو التسلسل n من السطر ذي التسلسل m من $\mathbf{C}$ هو مجموع حاصل ضرب العنصر الأول من السطر ذي التسلسل m من $\mathbf{A}$ والعنصر الاول من العمود ذي التسلسل n من $\mathbf{B}$، وحاصل ضرب العنصر الثاني من السطر ذي التسلسل m من $\mathbf{A}$ والعنصر الثاني من العمود ذي التسلسل n من $\mathbf{B}$، وهكذا.

لذلك أذا كان

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \text{and } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

فعليه يكون

$$\begin{aligned} c_{21} &= a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31} \\ c_{22} &= a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{23}b_{32} \end{aligned} \qquad (2\,.\,4)$$

وهكذا

في مثل عمليات الضرب هذه ليس من الضروري ان تكون المصفوفات مربعة، ولكنها يجب ان تكون متوافقة (تنطبق عليها الشروط)، اي ان عدد العناصر في اسطر الاولى يجب ان يساوي عدد العناصر في اعمدة الثانية. وهذا مكافيء للقول بأن عدد الاعمدة في الاولى يجب أن يساوي عدد الاسطر في الثانية. وسيكون لمصفوفة حاصل الضرب عدد من الاسطر مساوٍ لعدد اسطر المصفوفة الاولى وعدد من الاعمدة مساوٍ لعدد الاعمدة في المصفوفة الثانية.

قد يكون هناك اكثر من مصفوفتين في عملية الضرب، في مثل هذه الحالات يكون ضرب المصفوفات تجميعياً. اي ان الترتيب الذي يتم فيه انجاز عمليات الضرب ليس مهماً:

$$\mathbf{ABC} = \mathbf{A(BC)} = \mathbf{(AB)C}$$

من ناحية ثانية، وبصرف النظر عن عدد المصفوفات في عملية الضرب، ليس الضرب ابداليًا، اي انه فيما عدا حالات خاصة معينة، قد لايتغير ترتيب عوامل المصفوفات في عملية الضرب. من السهل ان تبين، مثلاً، على أنه بصورة عامة

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$

لحالة بسيطة

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

في حين أن

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11}+a_{21}b_{12} & a_{12}b_{11}+a_{22}b_{12} \\ a_{11}b_{21}+a_{21}b_{22} & a_{12}b_{21}+a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

من الضروري الاشارة هنا الى أن ضرب مصفوفة معينة بثابت هي واحدة من الحالات التي لايهم بها الترتيب. وتأثير ذلك هو ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة بالكمية الثابتة. ومن الاهمية بمكان ان لانخلط هذا مع ضرب محدد المصفوفة بكمية ثابتة.

أما عملية جمع المصفوفات فليس فيها اي إشكال فكل عنصر في حاصل الجمع يتكون من حاصل جمع العناصر في المواقع المناظرة له في المصفوفات المراد جمعها. بالاسلوب نفسه اي عنصر من عناصر حاصل طرح مصفوفتين هو الفرق بين عناصرهما في الموقع نفسه.

من الضروري كذلك ان ينص بصورة محددة على ماتم فرضه حالياً، وبالتحديد هو ان المصفوفتين لاتكونان متساويتين الا عندما يتساوى كل عنصر في احدهما مع العنصر المناظر له في الاخرى.

3 . 2 تطبيق المصفوفات في حل المعادلات الخطية الآنية ـ معكوس المصفوفة

Application of Matrices to the Solution of Simultaneous Linear Equations - Inversion

اذا كانت المعادلة المصفوفية $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ تعبر عن عدد من المتغيرات، y_1وy_2وy_3 بدلالة متغيرات أخرى x_1وx_2وx_3 وكنا نريد أن نعبر عن x_1وx_2وx_3 بدلالة y_1وy_2وy_3 ، فسيتبين أن علينا ان نقسم طرفي المعادلة على $\mathbf{A}$ للحصول على الحل المطلوب. ولم تستنبط طريقة لقسمة المصفوفات لحد الآن، مع ذلك، نحن مجبرون على أستخدام وسيلة لضرب كلا طرفي المعادلة "بمعكوس" $\mathbf{A}$. قد يبدو هذا بسيطاً، ولكن الصعوبة تكمن حقيقة في أن علينا اولاً ايجاد معكوس $\mathbf{A}$. ويمكن حل هذا الاشكال نظراً لامكانية ايجاد المعكوس اساساً بمساعدة المحددات فقط بطريقة مشابهة تماماً لتلك التي ستستخدم فيما لو لم يتم ايجاد المصفوفات.

أن تتابع هذه الاجراءات يكون كما يلي:-

لكي يختزل التعبير الرياضي $\mathbf{Ax}$ من يمين المعادلة الى $\mathbf{x}$ يجب ان تضرب المعادلة ضرباً سابقاً بمعكوس المصفوفة $\mathbf{A}^{-1}$ بحيث أن

$$\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{Ax}) = (\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{Ux} = \mathbf{x}$$

حيث أن حاصل الضرب **U** لـ $\mathbf{A}^{-1}$ و **A** هو مصفوفة لاتنتج اي تغيير في المصفوفة المضروبة بها. وقليل من التبصر سيبين ان **U** التي تدعى مصفوفة أحادية او مصفوفة تطابقية تكون بصيغة

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\cdots \end{bmatrix}$$

ذات عدد مناسب من الاعمدة والاسطر يجعلها متوافقة. ومما يجب ملاحظته هنا مرة اخرى ان هذه الحالة هي حالة خاصة يكون فيها ترتيب الحدود في عملية الضرب غير مهم: $(\mathbf{UA} = \mathbf{AU} = \mathbf{A})$.

وبما ان الضرب السابق لأية مصفوفة بمعكوسها يعطي المصفوفة الاحادية **U**، وهذا ينطبق على $\mathbf{A}^{-1}$ **ايضاً، فأن** $\{\mathbf{U}=[\mathbf{A}^{-1}]^{-1}[\mathbf{A}^{-1}]\}$. **لكن معكوس المعكوس يجب ان يكون المصفوفة الاصلية، لذا فأن** $\{[\mathbf{A}^{-1}]^{-1}=\mathbf{A}\}$**، التي تقود الى** $\{\mathbf{AA}^{-1}=\mathbf{U}\}$. **وبما أن** $\{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}\}$ **قد تم تعريفه على انه U، فأن** $\{\mathbf{AA}^{-1}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}\}$**، وهنا مرة اخرى، ليس للترتيب اية اهمية تذكر.**

من ناحية ثانية، عند اشتقاق **x** من **Ax**، من الضروري ضرب **Ax** ضرباً سابقاً بـ $\mathbf{A}^{-1}$ بحيث أن $\mathbf{A}, \mathbf{A}^{-1}$ يضربان سوية بعضهما ببعض، ومن الاشياء الاساسية ان تجري العملية نفسها بالضبط لطرفي معادلة ما، وبذلك فأن **y** الواقعة في الجانب الايسر يجب ان تضرب ضرباً سابقاً بـ $\mathbf{A}^{-1}$ بالصيغة التالية:

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{x} \qquad \text{أو} \qquad \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}$$

اذا تم حل المعادلات المفكوكة للمعادلة $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ بوساطة المحددات وكتبت النتائج بصيغة صفيفات مصفوفية لتناظر المعادلة $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}$، فمن الممكن الاستنتاج بأنه يمكن الحصول على $\mathbf{A}^{-1}$ بأتباع الاجراء الرتيب الاتي:

(1) ابدل الاسطر بالاعمدة في **A** للحصول على مايسمى بالمنقولة التي يرمز لها بالرمز $\mathbf{A}_t$ لذلك كانت

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

(2) ضع مكان كل عنصر من $\mathbf{A}$، عاملة القرين (اي المصغر بأشارة مناسبة) في المحدد الذي تمت صياغته بوساطة صفيفة من $\mathbf{A}$،. وهذا يعطي.

$$\begin{bmatrix} (a_{22}a_{33}-a_{32}a_{23}) & -(a_{12}a_{33}-a_{32}a_{13}) & (a_{12}a_{23}-a_{22}a_{13}) \\ -(a_{21}a_{33}-a_{31}a_{23}) & (a_{11}a_{33}-a_{31}a_{13}) & -(a_{11}a_{23}-a_{21}a_{13}) \\ (a_{21}a_{32}-a_{31}a_{22}) & -(a_{11}a_{32}-a_{31}a_{12}) & (a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}) \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots (2\ .\ 5)$$

(3) قسم هذه المصفوفة، اي كل عنصر **منها**، على Δ، المحدد الذي تم تكوينه بوساطة صفيفة المصفوفة $\mathbf{A}$ كلها او من منقولتها $\mathbf{A}$،. لذا يمكن الحصول على المعكوس بالصيغة التالية:ـ

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} (a_{22}a_{33}-a_{32}a_{23}) & -(a_{12}a_{33}-a_{32}a_{13}) & (a_{12}a_{23}-a_{22}a_{13}) \\ -(a_{21}a_{33}-a_{31}a_{23}) & (a_{11}a_{33}-a_{31}a_{13}) & -(a_{11}a_{23}-a_{21}a_{13}) \\ (a_{21}a_{32}-a_{31}a_{22}) & -(a_{11}a_{32}-a_{31}a_{12}) & (a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (a_{22}a_{33}-a_{32}a_{23})/\Delta & -(a_{12}a_{33}-a_{32}a_{13})/\Delta & (a_{12}a_{23}-a_{22}a_{13})/\Delta \\ -(a_{21}a_{33}-a_{31}a_{23})/\Delta & (a_{11}a_{33}-a_{31}a_{13})/\Delta & -(a_{11}a_{23}-a_{21}a_{13})/\Delta \\ (a_{21}a_{32}-a_{31}a_{22})/\Delta & -(a_{11}a_{32}-a_{31}a_{12})/\Delta & (a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12})/\Delta \end{bmatrix} \ldots\ldots (2\ .\ 6)$$

2 . 4 المصفوفات الانفرادية Singular Matrices

من الواضح انه اذا كان المحدد Δ يساوي صفراً، فستكون هناك صعوبة لأن بعض العناصر في المعكوس ستكون قيمتها مالانهاية والاخرى غير محددة. وفي الحقيقة ان المعكوس لاوجود له اذا كانت $\Delta = 0.0$، وهذا يعني ضمنياً إحدى الحالات الاتية:ـ

(أ) اننا نحاول ايجاد قيمة n من المتغيرات بعدد اقل منه من المعادلات المستقلة، او

(ب) اننا نحاول ايجاد قيمة n من المتغيرات بعدد من المعادلات اكثر من n، وفي هذه الحالة.

أما أن تكون بعض الحالات زائدة ويمكن استبعادها تاركة خلفها محدداً غير صفري يمكن منه ايجاد قيمة المعكوس، وأما ان تكون المعادلات متناقضة بحيث أنه من غير الممكن تعيين ماسوف يستبعد ولايوجد حل معين في هذه الحالة.

ان حقيقة انعدام أيجاد معكوس عندما تكون $\Delta = 0.0$ لاتعني محدودية طريقة المصفوفة، ولكن تشير فقط الى ان المعضلة لم تتم صياغتها رياضياً بالاسلوب الصحيح.

ان المصفوفات التي قيمة محدداتها صفر تسمى "انفرادية".

من الواضح ان الشرط الضروري لكون المصفوفة لا انفرادية هي ان تكون مربعة، اي انه يجب ان تحتوي على عدد من الصفوف بعدد الاعمدة، ولكن هذا الشرط ليس كافياً.

2.5 منقولة حاصل الضرب ومعكوسة
The Transpose and Inverse of a Product

اذا كان $\{A=PQ\}$ و $\{B = Q_tP_t\}$، فمقارنة العنصر a_{mn}، العنصر n من السطر m من A، بالعنصر b_{nm}، العنصر m من السطر n من B تبين أن منقولة حاصل ضرب مصفوفتين هو حاصل ضرب منقولتي هاتين المصفوفتين بترتيب معكوس:

$$a_{mn} = p_{m1}q_{1n} + p_{m2}q_{2n} + \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2.7)$$

اذا كان $(q_t)_{n1}$ هو العنصر الاول من السطر ذو التسلسل n من Q_t، فأنه يكون مساوياً الى q_{1n}، العنصر n من السطر الاول من Q، وهكذا. لذا فأن

$$\begin{aligned} b_{nm} &= (q_t)_{n1}(p_t)_{1m} + (q_t)_{n2}(p_t)_{2m} + \ldots \\ &= q_{1n}p_{m1} + q_{2n}p_{m2} + \ldots \\ &= p_{m1}q_{1n} + p_{m2}q_{2n} + \ldots \\ &= a_{mn} \end{aligned} \quad (2.8)$$

أذا كانت $\{a_{mn}=b_{nm}\}$، فأن $(B = Q_tP_t)$ هي المنقولة A_t للمصفوفة $\{A=PQ\}$.
وهذه يمكن توسيعها الى ثلاثة ومن ثم الى اي عدد من العوامل:
أذا كانت $\{A=PQR=P(QR)\}$ فأن $\{A_t=(QR)_tP_t= (R_tQ_t)\ P_t=R_tQ_tP_t\}$.
وبالاسلوب نفسه فأن معكوس حاصل الضرب لأي عدد من العوامل هو حاصل ضرب لمعكوسات العوامل نفسها بترتيب معكوس، أي أنه

أذا كانت $\{A=PQR\}$، فعندئذ تكون $\{A^{-1} = R^{-1}Q^{-1}P^{-1}\}$
وهذه يمكن برهنتها بضرب كلا طرفي المعادلة الاصلية $A= PQR$ ضرباً سابقاً بالمصفوفة A^{-1} وضرب الطرفين ضرباً لاحقاً بـ $\{R^{-1}Q^{-1}P^{-1}\}$:

$$\begin{aligned} A^{-1}AR^{-1}Q^{-1}P^{-1} &= A^{-1}PQRR^{-1}Q^{-1}P^{-1} \\ R^{-1}Q^{-1}P^{-1} &= A^{-1}PQQ^{-1}P^{-1} \\ &= A^{-1}PP^{-1} \\ &= A^{-1} \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.9)$$

2 . 6 الطرق البديلة في عملية العكس Alternative Methods of Inversion

يزداد الجهد المطلوب لعكس المصفوفة بسرعة مع زيادة عدد الاسطر والاعمدة، بحيث ان خمسة في خمسة يمثل الحد الذي يمكن معالجته جبرياً، او حتى عددياً بدون استخدام الحاسبة الرقمية. ذلك بأن هناك عدداً من الوسائل التي تساعد في هذا العملية في حالات معينة وسوف نقوم بدراسة اثنين من هذه الوسائل. الوسيلة الاولى كثيرا ماتدعى بـ "المصفوفات المركبة" أو "المصفوفات الثانوية"، أو "التجزئة". اما الثانية فهي "الاختزال الى الصيغة القطرية "

2 . 7 المصفوفات المركبة Compound Matrices

من الممكن الحصول على مصفوفة تكون عناصرها نفسها على هيأة مصفوفات:ـ لذلك فأن المصفوفة التالية

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

يمكن تمثيلها مصفوفة مركبة

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}$$

حيث ان $\mathbf{A}_{11}$ و $\mathbf{A}_{12}$ و $\mathbf{A}_{21}$ و $\mathbf{A}_{22}$ "مصفوفات ثانوية" يمكن تعريفها بطرق متعددة وكما يلي:

إما

$$\mathbf{A}_{11} = [a_{11}] \qquad \mathbf{A}_{12} = [a_{12} \quad a_{13} \quad a_{14}]$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

وإما

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

وإما

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} a_{14} \\ a_{24} \\ a_{34} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{21} = [a_{41} \quad a_{42} \quad a_{43}] \qquad \mathbf{A}_{22} = [a_{44}]$$

واختيار اي من هذه الاحتمالات يكون وفقاً لمتطلبات المسألة الخاصة وكما سيجري بيانه لاحقاً.
ويمكن ايضاً تمثيل متغيرات معادلة معينة بمصفوفات مركبة شريطة ان التجزئة تناظر تلك التي لمصفوفة المعاملات. واذا كان $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$، فأن الاحتمالات الثلاثة الممكنة للمصفوفة $\mathbf{y}$ المناظرة لتلك التي للمصفوفة $\mathbf{A}$ هي

إما

$$\mathbf{y}_1 = [y_1] \qquad \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

وإما

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{y}_2 = \begin{bmatrix} y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

وإما

$$\mathbf{y}_1 = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{y}_2 = [y_4]$$

وهناك احتمالات تجزئة مناظرة لصفيفة المتغيرات x.

إن المعادلة المصفوفية $\mathbf{y} = \mathbf{Ax}$ التي يتم كتابتها بصورة تامة كما يلي

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \qquad \text{........ (2 . 10)}$$

يمكن التعبير عنها بدلالة المصفوفات الثانوية الآتية

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} \qquad \text{.......... (2 . 11)}$$

وهي الصيغة التي تستخدم لتسهيل عملية العكس.
واذا كان حل المعادلة $\{\mathbf{y} = \mathbf{Ax}\}$ هو $\{\mathbf{x} = \mathbf{By}\}$، فأن $\{\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}\}$ و $\{\mathbf{BA} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{U}\}$
ومفكوك هذه بدلالة المصفوفات الثانوية، وهو

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{U} \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\,.\,12)$$

أو

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{11}+\mathbf{B}_{12}\mathbf{A}_{21} & \mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{12}+\mathbf{B}_{12}\mathbf{A}_{22} \\ \mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{11}+\mathbf{B}_{22}\mathbf{A}_{21} & \mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{12}+\mathbf{B}_{22}\mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{U} \end{bmatrix}$$

حيث ان $\mathbf{O}$ تعني مصفوفة "صفرية"، اي مصفوفة تكون جميع عناصرها صفراً، لذلك فأن $\begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{U} \end{bmatrix}$ هي بنفسها تكون مصفوفة احادية مجزّأة لتتوافق مع عملية تجزئة كل من $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$.

من السطور الاولى للمصفوفات المركبة في المعادلة اعلاه يتضح أن

$$\mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{11}+\mathbf{B}_{12}\mathbf{A}_{21} = \mathbf{U}$$
$$\mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{12}+\mathbf{B}_{12}\mathbf{A}_{22} = \mathbf{O}$$

بعد ضرب المعادلة الثانية من المعادلتين اعلاه ضرباً لاحقاً بالمصفوفة $\mathbf{A}_{22}^{-1}$ يعطينا

$$\mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}+\mathbf{B}_{12}\mathbf{A}_{22}\mathbf{A}_{22}^{-1} = \mathbf{O}$$

ومن ذلك ينتج

$$\mathbf{B}_{12} = -\mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}$$

بتعويض قيمة $\mathbf{B}_{12}$ هذه في المعادلة الاولى تعطينا

$$\mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{11}-\mathbf{B}_{11}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21} = \mathbf{U}$$

ومنها ينتج

$$\mathbf{B}_{11}[\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}] = \mathbf{U}$$

بحيث ان

$$\mathbf{B}_{11} = \mathbf{U}[\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}]^{-1} = [\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}]^{-1}$$

اذا كانت عناصر $\mathbf{x}_2$ غير مهمة وعناصر $\mathbf{y}_2$ صفرا، فلا نحتاج ان نستمر اكثر من ذلك، لأن $\mathbf{x}_1$ بعد ذلك تساوي $\mathbf{B}_{11}\mathbf{y}_1$. (وتواجهنا هذه الحالة عندما لاتكون هناك حاجة الى معرفة التيارات في اللفائف مقصورة الدائرة، حيث تكون الفولتيات على اطرافها صفراً بالضرورة).

ان تعويض قيمة $\mathbf{B}_{11}$ هذه في التعبير الرياضي لـ $\mathbf{B}_{12}$ يقود الى $\mathbf{B}_{12} = -[\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}]^{-1}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}$ ويكفي هذا لايجاد عناصر $\mathbf{x}_1$ حتى لو كانت عناصر $\mathbf{y}_2$ ليست جميعها صفراً، لأن $\mathbf{x}_1$ يكون مساوياً الى $\mathbf{B}_{11}\mathbf{y}_1 + \mathbf{B}_{12}\mathbf{y}_2 = [\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}]^{-1}[\mathbf{y}_1 - \mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{y}_2]$. (وتظهر هذه عندما تتدفق تيارات لسنا بحاجة الى معرفتها في الملفات غير مقصورة الدائرة).

مع ذلك، اذا اريد حل كامل، يجب ان نأخذ زوجاً ثانياً عن المعادلات المشتقة من الأسطر الثانية للمصفوفات المركبة:

$$\mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{11}+\mathbf{B}_{22}\mathbf{A}_{21} = \mathbf{O}$$
$$\mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{12}+\mathbf{B}_{22}\mathbf{A}_{22} = \mathbf{U}$$

وضرب المعادلة الثانية اعلاه ضرباً لاحقاً بـ $\mathbf{A}_{22}^{-1}$ يعطينا

$$\mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}+\mathbf{B}_{22} = \mathbf{A}_{22}^{-1}$$

لذلك فأن

$$\mathbf{B}_{22} = \mathbf{A}_{22}^{-1}-\mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}.$$

وبتعويض قيمة $\mathbf{B}_{22}$ هذه في المعادلة الاولى من الزوج الثاني يعطينا

$$\mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{11}+[\mathbf{A}_{22}^{-1}-\mathbf{B}_{21}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}]\mathbf{A}_{21} = \mathbf{O}$$

ومنها

$$\mathbf{B}_{21}[\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}] = -\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}$$

بحيث ان

$$\mathbf{B}_{21} = -\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}[\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}]^{-1}$$

لهذا فأن

$$\mathbf{B}_{22} = \mathbf{A}_{22}^{-1}+\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}[\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}]^{-1}\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}.$$

وبما ان $\mathbf{B}_{11}$، $\mathbf{B}_{12}$، $\mathbf{B}_{21}$، $\mathbf{B}_{22}$ قد تمت معرفتها جميعا الآن، فأن الحل يعد كاملاً. يلاحظ اننا احتجنا الى عمليتن للعكس فقط، وهما بالتحديد $\mathbf{A}_{22}^{-1}$ و $[\mathbf{A}_{11}-\mathbf{A}_{12}\mathbf{A}_{22}^{-1}\mathbf{A}_{21}]^{-1}$ حيث ان الاخير له عدد سطور وأعمدة $\mathbf{A}_{11}$ نفسها. لذا فالطريقة تتطلب عكس مصفوفتين يكون عدد السطور والاعمدة في كل منها مساوياً لعدد سطور وأعمدة المصفوفة المعطاة $\mathbf{A}$، فضلاً عن أجراء عدد لابأس به من عمليات الضرب والجمع والطرح، ومع ذلك فأن هذه العملية تتضمن جهداً اقل من عملية عكس $\mathbf{A}$ مباشرة. وهكذا، ففي هذا المثال، تتطلب عملية العكس الرتيب لمصفوفة 4×4 حساب 16 محدداً

3×3 ومحددا واحدا 4×4، في حين اذا تم اجراء عملية العكس بوساطة التجزئة الى اربع مصفوفات ثانوية 2×2، فعندئذ يتطلب اجراء عملية العكس لمصفوفتين 2×2 فقط، وهذا حل عادي بسيط.
من الناحية العملية لايكون من الضروري كتابة المصفوفات الثانوية. ولكن يكفي تجزئة المصفوفات الاعتيادية بخطوط متقطعة كما في ادناه:ـ

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \hdashline y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \hdashline a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{array}\right] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \hdashline x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\ .\ 13)$$

2 . 8 التحويل الخطي Linear Transformation

أن التحويل الخطي لايعني اكثر من تبديل المتغيرات في المعادلات الى مجموعة اخرى من المتغيرات ترتبط مع المجموعة الاولى بمجموعة من المعادلات الخطية. ولقد تطرقنا لهذه الفكرة عند دراسة ضرب المصفوفات.

افرض ان لدينا المعادلة $\mathbf{y = Ax}$ وقد ابدلنا المتغير $\mathbf{x}$ بـ $\mathbf{x'}$ حيث $\{\mathbf{x = Bx'}\}$. وقد يُبدل المتغير $\mathbf{y}$ بـ $\mathbf{y'}$ ايضاً حيث ان $\mathbf{y' = Cy}$*. عندئذٍ

$$\mathbf{y' = Cy = CAX = CABx' = A'x'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\ .\ 14)$$

حيث ان $\mathbf{A' = CAB}$

لذلك فأن صيغة المعادلة "المحوّلة" هي $\mathbf{y' = A'\,x'}$، والتي تكون متطابقة في الصيغة مع المعادلة الاصلية $\mathbf{y = Ax}$.

والغرض من عمل مثل هذا التحويل هو في الغالب للحصول على حل اسهل لـ $\mathbf{x}$ بدلالة $\mathbf{y}$، وهذا يعتمد على الاختيار المناسب للتحويل بحيث أن عكس $\mathbf{A'}$ يكون اسهل بكثير من عكس $\mathbf{A}$. حينئذ يكون الحل بالشكل الاتي:

$$\mathbf{x = Bx' = B[A']^{-1}y' = B[A']^{-1}\,Cy} \qquad \ldots\ldots (2\ .\ 15)$$

* لاحظ الاختلاف في الاساليب التي تم تعريف x' و y' بموجبها.

من الاعتيادي استخدام الرموز نفسها للكميتين الاصلية والمحولة كليهما وتميز الاخيرة بالفتحة كما في اعلاه. ويجري في بعض الاحيان تحويلان او اكثر بصورة متعاقبة، ومن هذه الحالة تستخدم اشارة فتحة مضاعفة او ثلاثية. خذ مثلاً على ذلك بعد ابدال $\mathbf{x}$ بـ $\mathbf{x}'$ وفقاً لـ$\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{x}'$، فسنبدل $\mathbf{x}'$ بـ $\mathbf{x}''$ وفقاً لمعادلة مامثل $\mathbf{x}' = \mathbf{D}\mathbf{x}''$، بحيث أن $\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{D}\mathbf{x}''$. قد ينفذ التحويل المضاعف بوصفه عمليتين منفصلتين، او عملية مفردة بعد ان يتم حساب حاصل الضرب $\mathbf{BD}$ اولاً.

2 . 9 الأختزال الى الصيغة القطرية — Reduction to Diagonal Form

اذا ادى تطبيق التحويل الخطي للمصفوفة $\mathbf{A}$ الى الحصول على مصفوفة $\mathbf{A}'$ ذات النمط

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} a'_{11} & 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & a'_{22} & 0 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 0 & a'_{33} & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 0 & 0 & a'_{44} & \cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots\cdots \ (2\ .\ 16)$$

فآنئذ يقال عن التحويل إنه اختزل $\mathbf{A}$ الى الصيغة القطرية، وتمتاز هذه الصيغة بأن عناصرها جميعاً تكون صفراً عدا تلك الواقعة على القطر من الاعلى يساراً الى الاسفل يمنياً، الذي يطلق عليه "القطر الرئيسي"*.

وفائدة الصيغة القطرية هذه تكمن في ان معكوس المصفوفة يمكن ايجاده بسهولة وذلك بأخذ مقلوب كل عنصر لاصفري من عناصر القطر نفسه.

$$[\mathbf{A}']^{-1} = \begin{bmatrix} 1/a'_{11} & 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 1/a'_{22} & 0 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 0 & 1/a'_{33} & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1/a'_{44} & \cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots \ (2\ .\ 17)$$

---

* بعض عناصر القطر قد تكون صفراً طبعاً، لكن المحدد آنذاك سيكون صفراً والمصفوفة انفرادية وسوف لايكون لها معكوس.

ويمكن التأكد من ذلك بتطبيق الاسلوب الرتيب لعكس المصفوفة والمذكور في الفقرة 3 . 2 السالفة.
وعلى الرغم من وجود العديد من الطرق لايجاد التحويلات المناسبة لاختزال المصفوفة الى الصيغة القطرية الا انه هناك تحويل واحد من هذه التحويلات له اهمية عملية في المبحث الحاضر*.

2 . 10 فوائد المصفوفات The Advantages of Matrices

أن فوائد المصفوفات في غايتنا الحالية هي امكانية تمثيل جميع المتغيرات من نوع واحد وكذلك جميع المعالم من نوع واحد برمز مفرد في مجموعة المعادلات التفاضلية الخطية، او بالاخص في مجموعة معادلات لابلاس. لذلك فأن مجموعة المعادلات يمكن تمثيلها بمعادلة مفردة. ويمكن ان يعبر عن الحل بالرموز نفسها ويعطينا جبر المصفوفات اجراءاً رتيباً لايجاد الحل. وعندما يصبح هذا العبء ثقيلاً، فهناك العديد من الوسائل التي تخففه، هذه الوسائل تستخدم في الغالب صيغة المصفوفات ايضاً، ومن تلك الوسائل ذات الاهمية الكبيرة هي التحويل الخطي والتجزئة. وبما ان المصفوفات يمكن ضربها بموجب قواعد رياضية بسيطة، يدوياً او في الاحوال العددية بوساطة الحاسبة ايضاً، فأنها تشكل اداة مثالية في انجاز التحويلات الخطية وكذلك للاشارة الى التحويلات المفيدة.

2 . 11 أنواع المصفوفات Types of Matrix

تكون بعض صيغ المصفوفات مهمة بسبب تكرر حدوثها ولميزاتها الخاصة او لميزاتها الخاصة فقط. وقد تمت الاشارة لبعض منها، ولكن سوف يعاد ذكرها هنا لتمام الموضوع.

(1) للمصفوفة "المربعة" عدد من الاسطر مساوٍ لعدد الاعمدة وليس من الضروري ان تكون المصفوفات جميعها مربعة كما هو الحال بالنسبة للمحدد، رغم ان هذا قد يحدد استخدامها. قد تصبح المصفوفة "مربعة" بأضافة اصفار الى اسفل المصفوفة او الى يمينها، ولكنها تبقى "انفرادية" ولايمكن عكسها في هذه الحالة.

(2) المصفوفة "المتماثلة" هي المصفوفة المربعة التي تكون عناصرها الواقعة حول قطرها **"الرئيسي"**، اي تلك التي من اعلى اليسار الى اسفل اليمين، متماثلة. في مثل هذه المصفوفة يكون العنصر a_{ij} مساوياً للعنصر a_{ji}، حيث ان الرمز السفلي الاول يبين السطر، والثاني يبين العمود الذي يقع فيه العنصر.

(3) المصفوفة "المتماثلة ـ تخالفياً" هي المصفوفة المربعة التي تكون عناصرها على القطر الرئيسي جميعها اصفاراً وتكون العناصر الاخرى متماثلة حول القطر الرئيسي ولكنها تكون بأشارة مختلفة، اي ان $\{a_{ij} = -a_{ji}\}$ و $\{a_{ii} = 0\}$.

---

* انظر التحويل من الاطوار الثلاثة الى كميات المركبات المتماثلة المعطاة في الفقرة 3 . 3 من الفصل الثالث وكذلك الفقرة 7 . 6 من الفصل السابع.

(4) المصفوفة "الهرميتية" هي مصفوفة مربعة تكون عناصرها التي على القطر الرئيسي ذات قيم حقيقية فقط اما بقية العناصر الاخرى فتكون متماثلة عدا أن اجزاءها الخيالية تتعاكس بالاشارة، اي انها مترافقات مركبة. لذا فأن المصفوفة الهرميتية هي مجموع مصفوفة متماثلة حقيقية مع مصفوفة متماثلة ـ تخالفياً خيالية.

(5) المصفوفة "القطرية" هي المصفوفة المربعة التي تكون عناصرها التي لاتقع على القطر الرئيسي اصفاراً.

(6) المصفوفة "العددية" هي المصفوفة القطرية التي تكون جميع عناصرها على القطر الرئيسي متساوية وتأثيرها على المصفوفة الاخرى في عملية الضرب هو ان كل عنصر في المصفوفة الاخرى سيضرب بقيمة عناصرها غير الصفرية. ان هذا مساوٍ لحاصل ضرب مصفوفة أحادية بقمية مفردة، او "عددية"، لهذه القيمة.

(7) المصفوفة "الاحادية" او "التطابقية" هي المصفوفة العددية التي تكون عناصرها غير الصفرية ذات قيمة وحدة واحدة. وتأثيرها في عملية الضرب يكون مشابهاً لضرب كل عنصر في المصفوفة الاخرى بوحدة واحدة، لذلك فهي تتركها بدون تغيير. ويرمز لها بالرمز **U** او **I**. وفي الحال الحاضر سنستخدم **U** لتجنب الارتباك مع رمز التيار. ان المصفوفة الاحادية هي التي تعادل وحدة واحدة في الجبر الاعتيادي.

(8) المصفوفة "الصفرية" هي تلك المصفوفة التي تكون جميع عناصرها اصفاراً. ويرمز لها **O**. وهي المصفوفة التي تعادل قيمة الصفر في الجبر الاعتيادي.

(9) المصفوفة "الانفرادية" هي تلك التي تكون قيمة المحدد الناشيء عن الصفيف نفسه صفراً. ان المصفوفة غير المربعة تكون بالضرورة انفرادية؛ اما المصفوفة المربعة فقد تكون انفرادية او لا انفرادية وفقاً لقيم عناصرها.

(10) المصفوفة "المتعامدة" هي تلك التي تكون منقولتها ومعكوستها متطابقتين، $\{\mathbf{A}_t = \mathbf{A}^{-1}\}$. انها تسمى كذلك لان التمثيل الهندسي للتحويل الخطي المعرف بالمصفوفة المتعامدة، يترك المحاور المتعامدة كما هي. ان قيمة محدد المصفوفة المتعامدة هو بالضرورة ∓ 1، ولكن العكس ليس صحيحاً. ان المصفوفة المتعامدة هي مربعة بالضرورة.

ان حاصل ضرب المصفوفات المتعامدة هو مصفوفة متعامدة.

$$(\mathbf{AB})_t = \mathbf{B}_t\mathbf{A}_t = \mathbf{B}^{-1}\ \mathbf{A}^{-1} = (\mathbf{AB})^{-1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2\ .\ 18)$$

(11) المصفوفة "الوحدية" (لاتخلط بينها وبين المصفوفة "الاحادية") هي تلك التي تكون معكوستها مساوية للمترافق المركب لمنقولتها، ويمكن الحصول على المترافق المركب للمصفوفة بأبدال كل عنصر بمترافقه. يرمز للمترافق المركب بالعلامة النجمية، لأي مصفوفة وحدية، $\{\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}_t^*\}$. مقدار المحدد للمصفوفة الوحدية هو واحد.

2 . 12 تفاضل وتكامل المصفوفة

Differentiation and Integration of a Matrix

يتم اجراء تفاضل المصفوفة نسبة الى متغير مفرد، اي الى عـددي بأجراء التفاضل لكل عنصر في المصفوفة نسبة الى ذلك المتغير. والشيء نفسه، يتم بأن يؤخذ التكامل نسبة الى عدد ما وذلك بأجراء التكامل لكل عنصر نسبة الى ذلك العدد.

الفصل الثالث

تطبيق جبر المصفوفات على الشبكات الكهربائية الساكنة

Application of Matrix Algebra to Static Electrical Networks

3 . 1 معادلات تحويل لابلاس — Laplace Transform Equations

تأمل الدوائر الثلاث المبينة في شكل (1) التي تحتوي على ثلاثة ملفات يوجد بينها جميعاً اقتران متبادل.

ان معادلات الفولتية لهذه الدوائر الثلاث يمكن كتابتها كما يلي

$$v_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1}\int_0^t i_1 . dt + M_{12}\frac{di_2}{dt} + M_{13}\frac{di_3}{dt} \quad \text{........} \quad (3 . 1)$$

$$v_2 = M_{21}\frac{di_1}{dt} + R_2 i_2 + L_2\frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2}\int_0^t i_2 . dt + M_{23}\frac{di_3}{dt} \quad \text{........} \quad (3 . 2)$$

$$v_3 = M_{31}\frac{di_1}{dt} + M_{32}\frac{di_2}{dt} + R_3 i_3 + L_3\frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3}\int_0^t i_3 . dt \quad \text{........} \quad (3 . 3)$$

وتكون المحاثات التبادلية لهذه المنظومة جميعها موجبة* نسبة الى الاتجاه المتفق عليه في الشكل (1).

ويمكن كتابة المعادلة الاولى بالصيغة العملياتية كما يلي:

$$v_1 = (R_1 + L_1 p + 1/C_1 p)i_1 + M_{12} p i_2 + M_{13} p i_3 \quad \text{..........} \quad (3 . 4)$$

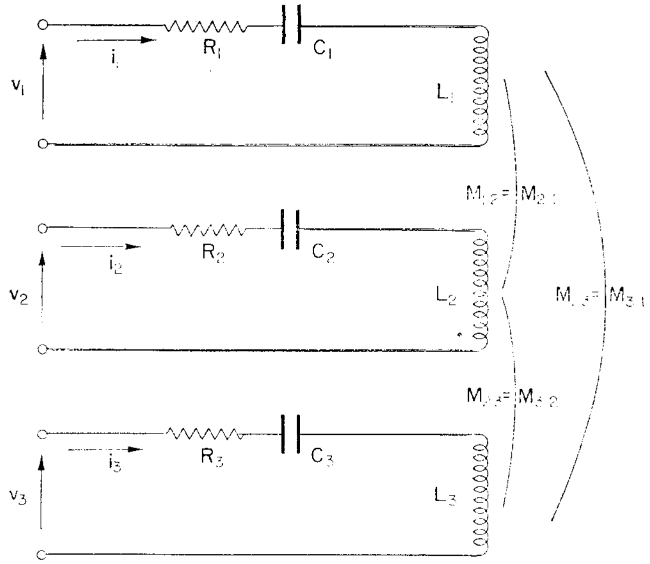
او بدلالة تحويلات لابلاس بعدّ الظروف الابتدائية صفراً كما يلي

$$\bar{v}_1 = (R_1 + L_1 s + 1/C_1 s)\bar{i}_1 + M_{12} s \bar{i}_2 + M_{13} s \bar{i}_3 \quad \text{.........} \quad (3 . 5)$$

---

* انظر الى الهامش في اسفل الصفحة الاولى من الفصل الرابع

إن المعادلتين الباقيتين يمكن ان يعبر عنهما بالاسلوب نفسه.



شكل (1) الدوائر المتقارنة

أن المعادلات العملياتية يمكن ان تختصر الى

$$\begin{aligned} v_1 &= Z_1 i_1 + X_{12} i_2 + X_{13} i_3 \\ v_2 &= X_{21} i_1 + Z_2 i_2 + X_{23} i_3 \\ v_3 &= X_{31} i_1 + X_{32} i_2 + Z_3 i_3 \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots (3\ .\ 6)$$

حيث $\{Z=R+Lp+1/CP\}$، و $\{X=Mp\}$ تسمى "الممانعات العابرة"*.
إن معادلات تحويل لابلاس المناظرة هي

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= Z_1 \bar{i}_1 + X_{12} \bar{i}_2 + X_{13} \bar{i}_3 \\ \bar{v}_2 &= X_{21} \bar{i}_1 + Z_2 \bar{i}_2 + X_{23} \bar{i}_3 \\ \bar{v}_3 &= X_{31} \bar{i}_1 + X_{32} \bar{i}_2 + Z_3 \bar{i}_3 \end{aligned} \qquad (3\ .\ 7)$$

* ان هذا الاستخدام العام للمصطلح "الممانعة العابرة" يجب ان يتميز عن الاستخدام المحددة في نظرية الماكنة التزامنية. انظر مفاعلة المحور المباشرة العابرة. الفقرة (11.2.3)

حيث $\{Z = R + Lp + 1/Cp\}$، و $\{X = Ms\}$، تشكل مجموعة من معادلات جبرية خطية ذات معاملات ثابتة، لتحديد التيارات عندما تكون فولتية الاطراف v معلومة، يكون من الضروري حل هذه المعادلات لايجاد تحويلات التيار i ومن ثم ايجاد معكوس التحويلات i.

على هذا الاساس يكون معكوس مصفوفة "الممانعة"

$$\begin{bmatrix} Z_1 & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & Z_2 & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & Z_3 \end{bmatrix} \qquad \text{........ (3 . 8)}$$

احد اساليب انجاز المجهود الرئيسي في ايجاد الحل.

3 . 2 الترميز Notation

قبل الاستمرار في الموضوع سوف يتم اجراء ثلاثة تغييرات ثانوية في الترميز. اولاً الرموز (Z_1, Z_2, Z_3) سوف تكتب (Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}) بالتشابه مع (X_{12}, X_{13} . .) لذلك يمكننا القول أن الرمز السفلي الاول في مصطلحات الممانعات جميعها يشير الى الدائرة التي توجد فيها الفولتية ويشير الدليل السفلي الثاني للدائرة التي يمر بها التيار لتوليد هذه الفولتية. ويمكننا بصورة عامة كتابة X على انها Z، اي انها ممانعة تكون منها المركبة المقاومية "المنطبقة الطور" صفراً، وفي اغلب الاحوال من المفيد الابقاء على التميز بين المفاعلات والممانعات وذلك بأستخدام الرمزين X و Z كليهما.

اما التغيير الثاني في الترميز فهو بكتابة ادلة التيارات بصفة رموز عليا بدلاً من كتابتها رموزاً سفلى، مثل(i^1, i^2, i^3)بدلاً عن(i_1, i_2, i_3)وسوف يتم تجنب الارباك مع قيمة تربيع او تكعيب التيار i وذلك بكتابتها بصفة $(i)^2$ و $(i)^3$. بما أن أدلة حدود الممانعة لاتزال تكتب حروفاً سفلية، فلا حاجة لاستخدام اقواس الى معكوس عناصر الممانعة مثل Z_{11}^{-1}. وهناك سببان لهذا التغيير. اولهما انها تسمح بأجراء فحص سهل على دقة الحدود. حيث انه عند كتابة المعادلات

$$\begin{aligned} v_1 &= Z_{11}i^1 + X_{12}i^2 + X_{13}i^3 \\ v_2 &= X_{21}i^1 + Z_{22}i^2 + X_{23}i^3 \\ v_3 &= X_{31}i^1 + X_{32}i^2 + Z_{33}i^3 \end{aligned} \qquad \text{........... (3 . 9)}$$

فمن الممكن ملاحظة ان الدليل "النهائي" لكل حد في اي معادلة يكون متطابقاً، اذا فرض ان ظهور الدليل نفسه بصيغة رمز علوي ورمز سفلي في عملية الضرب "يلغي بعضه بعضاً". على هذا

الاساس فأنه الفولتية في المعادلة الاولى لها رمز سفلي هو 1، اما الحد الاول على الجانب الايمن المتمثل بـ $Z_{11}i^1$ فله رمز سفلي بصفة دليل نهائي 1، وكذلك فأن الحد الثاني $X_{12}i^2$ والحد الثالث $X_{13}i^3$ لهما الدليل 1 نفسه

والسبب الثاني في استخدام دليل الرمز العلوي* للتيار هو عدّه مقدمة لمثل هذا الاستخدام في ترميز الكمية الممتدة (tensor).

وعوضاً عن استعمال الاقواس المربعة الاعتيادية التي يستخدمها الرياضيون سوف يتم اجراء تغيير آخر في كتابة المصفوفات المفكوكة وذلك بأستعمال صيغة اخرى تدعى بالصندوق المقسم (صندوق البيض) التي استخدمها العالم كرون وسميت بأسمه.

السبب في ذلك يعود الى انه من الاشياء الاساسية ان يكون بأمكاننا تعريف كل عنصر حسب عائديته الى جزء معين من المنظومة، دون الاعتماد على ادلته، كما في الحالة العددية مثلاً. ويكتب دليل التعريف خارج صندوق البيض للسطر (الدليل الاول) وللعمود (الدليل الثاني) كليهما، وبذلك فأن معادلة الفولتية {**v=Zi**} سوف تكتب من الان فصاعداً كاملة كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} 1 & v_1 \\ 2 & v_2 \\ 3 & v_3 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & 2 & 3 \\ 1 & Z_{11} & X_{12} & X_{13} \\ 2 & X_{21} & Z_{22} & X_{23} \\ 3 & X_{31} & X_{32} & Z_{33} \end{array} \begin{array}{c|c|} 1 & i^1 \\ 2 & i^2 \\ 3 & i^3 \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (3\ .\ 10)$$

عندما تكون قيمة العنصر صفراً فمن المعتاد ان يترك ذلك المكان من صندوق البيض فارغاً. أن هذا لايسبب صعوبة في العمل الكامل ولكن ينصح بكتابة الاصفار خلال الحسابات، لان هذا يؤكد ان ذلك العنصر قد تم تدقيقه ووجد ان قيمته تساوي صفراً، في حين اذا ترك مكانه فارغاً فسيكون من الضروري اعادة النظر لاحتمال ان يكون عنصر غير صفري قد سقط سهواً.

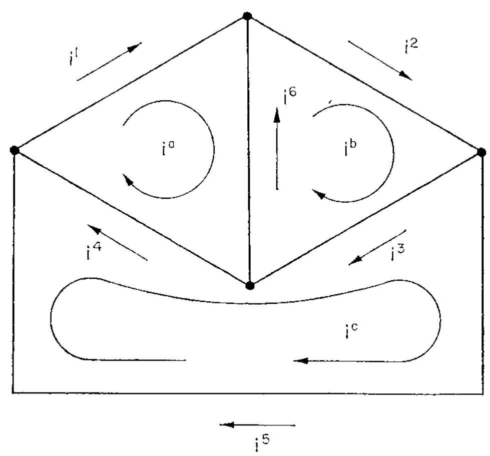
3 . 3 التحويل الخطي في تحليلات الدوائر الكهربائية
Linear Transformation in Electrical Circuit Analysis

ان التحويل الخطي شائع في تحليلات الدوائر الكهربائية، ومن بين تلك التحويلات نذكر مايلي:
التغيير من تيارات وفولتيات الطور الى تيارات وفولتيات الخط في الدوائر متعددة الاطوار.

* ان استخدام ادلة الرموز العلوية في تحليلات المصفوفة ليس اعتيادياً، ولكن فوائده جعلته مرغوباً فيه. وبما ان الادلة في العمل الحالي تعود الى دوائر معينة، فهي ادلة "مغلقة" في ترميز الكمية الممتدة، ولكن بما ان الادلة "المفتوحة" غير مستخدمة هنا، فالاقواس الاعتيادية يمكن حذفها.

التغيير من كميات طورية الى مركبات متماثلة،
التغيير من كميات ثلاثية الطور الى كمات مكافئة ذات طورين،
التغيير من تيارات الفروع الى التيارات الشبيكية

سوف يلاحظ لاحقاً ان التغيير الاول يختلف عن التغييرات الاخرى في كون فولتيات وتيارات الطور والخط لها وجود فيزيائي في الدائرة في حين ان تيارات الشبيكة والمركبات المتماثلة، الخ ليست الا اساليب رياضية لتسهيل الحسابات وليس لها وجود فيزيائي منفصل. هناك، طبعاً، العديد مثل هذه التحويلات الخطية المستخدمة في الدوائر الكهربائية التي تكون مناسبة لحالات معينة ولكن لايمكن تطبيقها عموماً، كتلك التي وردت في اعلاه. ان التغيير في تيارات الفروع الى التيارات الشبيكية يجب ان تجري، وفقاً لترابطات الدائرة المعنية. يمكن الحصول على المصفوفة المطلوبة لمثل



شكل (2) شبكة قنطرية

هذا التحويل من معادلة تيارات الفروع او (التيارات القديمة) بدلالة التيارات الشبيكية او (التيارات الجديدة) ان هذا النوع الخاص من التحويل المصفوفي، يقترن بأسلوب ربط الفروع، ويطلق عليه (مصفوفة الربط) ويرمز لها عادة بالحرف **C**.

مثال على ذلك تأمل الشبكة القنطرية المبينة في الشكل (2).

بأستخدام الاتجاهات المتفق عليها والموضحة بالشكل تكون التيارات

$$
\begin{aligned}
i^1 &= i^a \\
i^2 &= \qquad i^b \\
i^3 &= \qquad i^b - i^c \\
i^4 &= i^a \qquad - i^c \\
i^5 &= \qquad\qquad i^c \\
i^6 &= -i^a + i^b
\end{aligned}
\qquad \ldots\ldots\ (3\ .\ 11)
$$

وعند كتابتها بصيغة مصفوفة تكون

$$
\begin{array}{c|c|}
1 & i^1 \\ 2 & i^2 \\ 3 & i^3 \\ 4 & i^4 \\ 5 & i^5 \\ 6 & i^6
\end{array}
=
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & a & b & c \\
1 & 1 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 1 & 0 \\
3 & 0 & 1 & -1 \\
4 & 1 & 0 & -1 \\
5 & 0 & 0 & 1 \\
6 & -1 & 1 & 0
\end{array}
\;\cdot\;
\begin{array}{c|c|}
a & i^a \\ b & i^b \\ c & i^c
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ (3\ .\ 12)
$$

او

$$\mathbf{i} = \mathbf{C}\mathbf{i}'$$

حيث

$$
\mathbf{C} =
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & a & b & c \\
1 & 1 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 1 & 0 \\
3 & 0 & 1 & -1 \\
4 & 1 & 0 & -1 \\
5 & 0 & 0 & 1 \\
6 & -1 & 1 & 0
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ (3\ .\ 13)
$$

وحيث ان مصفوفة التيار **i** تمثل التيارات (الفرعية) القديمة و **´i** التيارات (الشبيكية) الجديدة. لهذا تصاغ مصفوفة الربط من صفيفة من معاملات التيارات الجديدة في معادلات التيارات القديمة معبر عنها بدلالة التيارات الجديدة.

سيلاحظ ان هذه المصفوفة ليست مربعة ولذلك فهي انفرادية بما انه لايمكن عكس هذه المصفوفة، فبشكل ضمني لايمكن عندئذ عكس العملية لايجاد التيارات الشبيكية من تيارات الفروع. وهذا خطأ واضح. وهناك عدة طرق للعناية بهذا التناقض، ولكن للغرض الحالي يمكننا عدّ تيارات الفروع ليست مستقلة* لذا فلا نحتاجها جميعها عندما يعبر عن التيارات الشبيكية بدلالة تيارات الفروع. وتفحّص الدائرة يؤكد ذلك كما انه يمكننا من اجتناب الصعوبة في عكس **C**.

ومثال ثانٍ على ذلك سنتبصر في التحويل من كميات ثلاثية الطور الى مركبات متماثلة**.

افرض ان لدينا مصفوفة ممانعة.

	a	b	c
a	Z_{aa}	X_{ab}	X_{ac}
b	X_{ba}	Z_{bb}	X_{bc}
c	X_{ca}	X_{cb}	Z_{cc}

.... (3 . 14)

فيها

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z$$

$$X_{ab} = X_{bc} = X_{ca} = X_f$$

$$X_{ac} = X_{cb} = X_{ba} = X_r$$

ولكن

$$X_f \neq X_r$$***

* هناك تفسير آخر، اعطي في المصدر (4)، وهو خارج نطاق هدف هذا الكتاب.

** انظر الفقرة 6 . 7 من الفصل السابع.

*** مثل هذه المصفوفة تدعى بالاستدارية Circulant.

كما يمكن ان يحدث في المكائن الدّوارة ولايحدث في الشبكات الساكنة حيث تكون X_{ab} و X_{ba} بالضرورة متساويتين.

على هذا الاساس يمكن كتابة معادلة الفولتية كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} a & v_a \\ b & v_b \\ c & v_c \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline a & Z & X_f & X_r \\ b & X_r & Z & X_f \\ c & X_f & X_r & Z \end{array} \begin{array}{c|c|} a & i^a \\ b & i^b \\ c & i^c \end{array} \qquad \text{......... (3 . 15)}$$

حيث ان v_a، v_b، v_c تمثل فولتيات الطور للاطراف وتمثل i_a، i_b، i_c تيارات الطور. واذا عرف التحويل الخطي بوساطة*

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|c|c|} & p & n & o \\ \hline a & 1 & 1 & 1 \\ b & h^2 & h & 1 \\ c & h & h^2 & 1 \end{array} \qquad \text{.......... (3 . 16)}$$

حيث ان h هو العامل المدّور ذو زاوية $120°$** ويمثل بالرقم المركب $(-\frac{1}{2} + j\sqrt{3}/2)$، وتم تطبيق هذا التحويل على التيار، وتم تطبيق التحويل نفسه ايضاً على الفولتية فعندئذ نحصل على.

★ ان الرمز القياسي للتتابعين الموجب والسالب هما 1 و 2 على التوالي، هذا سيؤدي الى ارباك لعملنا الحالي في ظروف معينة، لذا سوف نستخدم الرمزين p و n بديلاً لذلك. لاحظ ايضاً ان استخدام الرمز C يمكن ان يعمم من تمثيل مصفوفة ربط الى تمثيل لاي مصفوفة تحويل.

★★ لما كان h مدوّرا يعمل بزاوية $120°$ فأن تطبيقه مرتين بالتتابع يجب ان يؤدي الى تدوير مقداره $240°$:

$$h \times h = (-\tfrac{1}{2} + j\sqrt{3/2})(-\tfrac{1}{2} + j\sqrt{3/2}) \qquad (3 . 17)$$
$$= (-\tfrac{1}{2} - j\sqrt{3/2})$$

والذي يعرف بعامل مدّور بزاوية $240°$. من المنطقي التعبير عن $h \times h$ بصيغة h^2. فبالاسلوب نفسه يكون

$$h^3 = h \times h \times h = h \times h^2 = (-\tfrac{1}{2} + j\sqrt{3/2})(-\tfrac{1}{2} - j\sqrt{3/2}) = 1, \qquad \text{........ (3 . 18)}$$

هو عامل مدوّر$360°$، او عامل احادي. فضلا عن ذلك

$$h^4 = h \times h^3 = h \times 1 = h, \quad h^{-1} = h^{-1} \times h^3 = h^2,$$ الخ ....

$1, h, h^2$ تعدّ الجذور المكعبة الثلاثية لقيمة الواحد. واخير، فأنه من الجدير أن يلاحظ ان $h^2 + h + 1 = 0$.

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} v_p \\ v_n \\ v_o \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.19)$$

و

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{bmatrix} i^a \\ i^b \\ i^c \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \\ i^o \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3.20)$$

وبتعويض هذه المصفوفات في معادلة الفولتية ينتج

$$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} v_p \\ v_n \\ v_o \end{bmatrix}$$

$$= \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & b & c \end{array} \\ \begin{bmatrix} Z & X_f & X_r \\ X_r & Z & X_f \\ X_f & X_r & Z \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \\ i^o \end{bmatrix}$$

$$= \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} (Z+h^2X_f+hX_r) & (Z+hX_f+h^2X_r) & (Z+X_f+X_r) \\ (h^2Z+hX_f+X_r) & (hZ+h^2X_f+X_r) & (Z+X_f+X_r) \\ (hZ+X_f+h^2X_r) & (h^2Z+X_f+hX_r) & (Z+X_f+X_r) \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \\ i^o \end{bmatrix} \ldots (3.21)$$

ولكي نستمر يجب ان نضرب اولاً طرفي هذه المعادلة ضرباً سابقاً بمعكوس **C** الذي هو C^{-1}، الذي يستلزم اولا ايجاد المعكوس نفسه. وبمناقلة **C**، نحصل على

$$C_t = \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline p & 1 & h^2 & h \\ \hline n & 1 & h & h^2 \\ \hline o & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$ .... (3 . 22)

اما محدد المصفوفة فهو

$$\begin{aligned} &(h-h^2)-(h^2-h)+(h^4-h^2) \\ &= 3(h-h^2) \\ &= 3h(1-h) \end{aligned}$$

لذا فأن معكوس **C** هو

$$C^{-1} = \frac{1}{3h(1-h)} \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline p & (h-h^2) & (h^2-1) & (1-h) \\ \hline n & (h-h^2) & (1-h) & (h^2-1) \\ \hline o & (h-h^2) & (h-h^2) & (h-h^2) \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline p & 1 & -(h+1)/h & 1/h \\ \hline n & 1 & 1/h & -(h+1)/h \\ \hline o & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$
= \frac{1}{3}
\begin{array}{c|ccc|}
 & a & b & c \\
\hline
p & 1 & h & h^2 \\
n & 1 & h^2 & h \\
o & 1 & 1 & 1 \\
\hline
\end{array}
\qquad \cdots\cdots\cdots (3 . 23)
$$

أن هذا قد يعد على انه مصفوفة المعاملات في المعادلات الخاصة بالمركبات المتماثلة بدلالة الكميات الطورية. ويجب ان تكون كذلك طبعاً، لانها بسبب كونها معكوسة **C**، تمثل حل المعادلات الاصلية التي عبرت عن كميات الطور بدلالة المركبات.

وضرب طرفي المعادلة (3 . 21) ضرباً سابقاً بهذا المعكوس يعطينا.

$$
\begin{array}{c|c|}
p & v_p \\
n & v_n \\
o & v_o \\
\end{array}
= \frac{1}{3}
\begin{array}{c|ccc|}
 & a & b & c \\
\hline
p & 1 & h & h^2 \\
n & 1 & h^2 & h \\
o & 1 & 1 & 1 \\
\hline
\end{array}
\times
$$

$$
\times
\begin{array}{c|ccc|}
 & p & n & o \\
\hline
a & (Z+h^2X_f+hX_r) & (Z+hX_f+h^2X_r) & (Z+X_f+X_r) \\
b & (h^2Z+hX_f+X_r) & (hZ+h^2X_f+X_r) & (Z+X_f+X_r) \\
c & (hZ+X_f+h^2X_r) & (h^2Z+X_f+hX_r) & (Z+X_f+X_r) \\
\hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
p & i^p \\
n & i^n \\
o & i^o \\
\end{array}
$$

$$
= \frac{1}{3}
\begin{array}{c|ccc|}
 & p & n & o \\
\hline
p & 3(Z+h^2X_f+hX_r) & 0 & 0 \\
n & 0 & 3(Z+hX_f+h^2X_r) & 0 \\
o & 0 & 0 & 3(Z+X_f+X_r) \\
\hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
p & i^p \\
n & i^n \\
o & i^o \\
\end{array}
$$

او

$$\begin{array}{c} p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} v_p \\ v_n \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ p \\ n \\ o \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} Z_{pp} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{oo} \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{c} p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \\ i^o \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots \; (3 . 24)$$

حيث $Z_{pp} = (Z + h^2X_f + hX_r)$ يطلق عليها ممانعة تيار التتابع الموجب ، و $Z_{nn} = (Z + hX_f + h^2X_r)$ يطلق عليها ممانعة تيار التتابع السالب، $Z_{oo} = (Z + X_f + X_r)$ يطلق عليها ممانعة تيار التتابع الصفري.

أن هذا المثال للتحويل الخطي يبين كيفية الحصول على مجموعة جديدة من المعادلات الخطية بدلالة متغيرات جديدة في المجموعة القديمة بأسلوب رتيب من الممكن في بعض الحالات حل المعادلات الجديدة بشكل اسهل من المعادلات القديمة، و بعد ان يتم ذلك، يجري تحويل الحل عكسياً الى المتغيرات القديمة وهذه هي الحالة في المثال الحالي. بما ان المصفوفة الجديدة قطرية، عندئذ يمكن كتابة معكوسها والحل بدلالة المتغيرات الجديدة يكون كما يلي:

$$\begin{array}{c} p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \\ i^o \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ p \\ n \\ o \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1/Z_{pp} & 0 & 0 \\ 0 & 1/Z_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & 1/Z_{oo} \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{c} p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} v_p \\ v_n \\ v_o \end{bmatrix} \quad \dots\dots \; (3 . 25)$$

وتكون التيارات القديمة بدلالة الفولتيات الجديدة كما يلي:

$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array}\begin{bmatrix} i^a \\ i^b \\ i^c \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} p & n & o \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{c} p \\ n \\ o \end{array}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \\ i^o \end{bmatrix}$$

$$
= \begin{array}{c|c|c|c|}
 & p & n & o \\ \hline
a & 1 & 1 & 1 \\ \hline
b & h^2 & h & 1 \\ \hline
c & h & h^2 & 1 \\ \hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & p & n & o \\ \hline
p & 1/Z_{pp} & 0 & 0 \\ \hline
n & 0 & 1/Z_{nn} & 0 \\ \hline
o & 0 & 0 & 1/Z_{oo} \\ \hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|}
 & \\ \hline
p & v_p \\ \hline
n & v_n \\ \hline
o & v_o \\ \hline
\end{array}
\quad \text{.........} \quad (3\,.\,26)
$$

وتعرف الفولتيات الجديدة لهذه المعادلة بدلالة الفولتيات القديمة بالمعادلة $\mathbf{v}' = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{v}$ التي تم الحصول عليها بالضرب السابق لـ $\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{v}$ بالمصفوفة $\mathbf{C}^{-1}$،

$$
\begin{array}{c|c|}
 & \\ \hline
p & v_p \\ \hline
n & v_n \\ \hline
o & v_o \\ \hline
\end{array}
= \frac{1}{3}
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & a & b & c \\ \hline
p & 1 & h & h^2 \\ \hline
n & 1 & h^2 & h \\ \hline
o & 1 & 1 & 1 \\ \hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|}
 & \\ \hline
a & v_a \\ \hline
b & v_b \\ \hline
c & v_c \\ \hline
\end{array}
\quad \text{.........} \quad (3\,.\,27)
$$

3 . 4 اختيار التحويلات ـ عدم تغير القدرة

Choice of Transformations - Invariance of Power

كما تم توضيحه سلفاً، يجري اختيار التحويلات بحيث انها تؤدي الى حل ابسط للمعضلة. مع ذلك هناك تحويلان يمكن الاهتمام بهما: تحويل التيار وتحويل الفولتية. من دراسة جبر المصفوفات بمفرده. لايوجد سبب يبين لماذا لايتم اختيار هذين التحويلين بصورة عشوائية مطلقة، بحيث انه قد يتم اختيار تحويل الفولتية دون الرجوع الى تحويل التيار. وهذا ماجرى حقيقة في مثال المركبات المتماثلة في الفقرة (3 . 3).

فقد طُبِّقَ التحويل نفسه لكل من التيار والفولتية بدون التبصر في اي من النتائج التي تترتب عليه حيث ان التيارات الثلاثة $[i^a, i^b, i^c]$ قد ابدلت بثلاثة اخرى هي $[i^p, i^n, i^o]$ التي يكون مجموعها التيار i^a فقط، ذلك لأن $\{i^p+i^n+i^o=i^a\}$ وبالاسلوب نفسه فان الفولتيات الثلاث (V_p, V_n, V_o) تنتج معا الفولتية V_a فقط. ونتيجة لذلك فأن القدرة بدلالة المتغيرات الجديدة، وبالتحديد $\{V_p i^p+V_n i^n+V_o i^o\}$، تمثل القدرة في طور واحد وليس القدرة الكلية في المنظومة الاصلية. ان هذا غير مقبول في اغلب الاحيان اذ حيثما استخدمنا الظواهر الالكتروديناميكية فأنه من الثابت والمضمون ان القدرة تكون نفسها بدلالة كل من المتغيرات القديمة والجديدة اذا اخذنا المنظومة كلها في الحالتين. في تحليل الكمية الممتدة يعرف هذا المبدأ (القدرة اللامتغيرة). على اية حال فأن التحويل هو تعميم لما اعتاد على عمله المهندسون الكهربائيون في اسناد كميات الملف الثانوي الى الملف الابتدائي في تحليل المحولات والمحركات الحثية.

3.5 تحويل الفولتية والممانعة لقدرة لامتغيرة بتحويل معلوم للتيار
Transformation of Voltage and Impedance for Invariant Power with a Given Current Transformation

ان القدرة الكلية الداخلة الى عدد من الدوائر يتم ايجادها بجمع حاصل ضرب فولتية الطرف والتيار لكل دخل. وهذا يعطى بصيغة مصفوفة بوساطة ضرب مصفوفة الفولتية المكتوبة على شكل سطر، اي منقولة، ومصفوفة التيار المكتوبة على شكل عمود لذا:

$$\mathbf{v_t i} = \begin{array}{c} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \\ \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{bmatrix} i^1 \\ i^2 \\ i^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 i^1 + v_2 i^2 + v_3 i^3 \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots \; (3.28)$$

التي "تلغى" فيها جميع الادلة وتكون النتيجة مصفوفة 1×1، اي قيمة مفردة او "عددية"، ليست لها ادلة.

وبطريقة اخرى، يمكن التعبير عن القدرة الطرفية الكلية بصيغة $\mathbf{i_t v}$. وهذا يمكن اثباته اما بأجراء الضرب، كما لـ $\mathbf{v_t i}$، او كما يلي:

بما ان حاصلَ ضرب $\mathbf{v_t i}$ هو مصفوفة 1×1، فهي مساوية الى منقولتها.

$$\mathbf{v_t i} = [\mathbf{v_t i}]_t = \mathbf{i_t}[\mathbf{v_t}] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \; (3.29)$$

ولكن من الواضح ان منقولة المنقولة هي المصفوفة الاصلية نفسها اي ان $\mathbf{v} = [\mathbf{v_t}]_t$، لهذا يكون

$$\mathbf{v_t i} = \mathbf{i_t v}$$

ان ماورد اعلاه يطبق على القيم اللحظية او القيم الثابتة. .d.c. في الحالة المستقرة للتيار المتناوب تعرف القدرة الفعالة الداخلة الى زوج من الاطراف بدلالة التيار والفولتية المركبتين بوصفها الجزء الحقيقي من حاصل ضرب احدهما بمترافق الآخر. عليه تعطى القدرة الفعالة الكلية الداخلة المناظرة

لعدد من الدوائر بوساطة الجزء الحقيقي لحاصل ضرب احد المصفوفتين $\mathbf{i}_t^*\mathbf{v}$ او $\mathbf{v}_t\mathbf{i}^*$، حيث تشير العلاقة النجمية الى المترافق المركب الذي تم الحصول عليه بأخذ المترافق لكل عنصر في المصفوفة. ان الجزء الخيالي من $\mathbf{v}_t\mathbf{i}^*$ او $\mathbf{i}_t^*\mathbf{v}$ هو القدرة المتفاعلة*.

ولضمان الشمولية فأن ماتبقى من هذا التحليل سوف يعبر عنه بحدود مركبة ذلك لان الحالة الحقيقية يمكن آنئذ عدها حالة خاصة.

واذا كان $\mathbf{i}'$ و $\mathbf{v}'$ هما التيار والفولتية المحوّلين، فعندئذ يكون كل من $\mathbf{i}$ و $\mathbf{v}$ هما قيمتي التيار والفولتية القديمتين، لذا فأن القدرة الفعالة هي $\mathrm{Re}\,(\mathbf{i}'^*_t\mathbf{v}')$ بدلالة المتغيرات الجديدة وتكون $\mathrm{Re}(\mathbf{i}_t^*\mathbf{v})$ بدلالة المتغيرات القديمة. واذا كانت القدرة لامتغيرة عند هذا التحويل، فأن هذين التحويلين الجبريين يجب ان يتساويا. اذا جعلنا القدرة المتفاعلة لامتغيرة ايضاً، فالاجزاء الخيالية ستكون متساوية ايضاً لذلك

$$\mathbf{i}'^*_t\mathbf{v}' = \mathbf{i}_t^*\mathbf{v}$$

بما أن $\mathbf{i} = \mathbf{C}\mathbf{i}',\ \mathbf{i}_t = \mathbf{i}'_t\mathbf{C}_t$ و $\mathbf{i}_t^* = \mathbf{i}'_t$

إذن $\mathbf{i}'^*_t\,\mathbf{v}' = \mathbf{i}'^*_t\mathbf{C}_t^*\mathbf{v}$

وهنا نميل الى "الغاء" $\mathbf{i}'^*_t$ للحصول على $\{\mathbf{v}' = \mathbf{C}_t^*\mathbf{v}\}$، ولكن يجب ان نتذكر انه لايوجد قسمة للمصفوفات وان مثل هذا الالغاء يجب اجراؤه بضرب طرفي المعادلة ضرباً سابقاً بمعكوس $\mathbf{i}_t^*$. وبما ان $\mathbf{i}$ هو مصفوفة عمودية، $\mathbf{i}'^*_t$ هو مصفوفة سطرية ولذلك يكون مصفوفة انفرادية، ليس لمعكوسها وجود. في الحقيقة، من البساطة تكوين مثال عددي بصيغة $\{\mathbf{ax} = \mathbf{ay}\}$ حيث $\mathbf{x}$ و $\mathbf{y}$ ليستا متساويتين بالبداهة. ومن جهة اخرى، اذا كانت هذه المعادلة تطبق لجميع قيم عناصر $\mathbf{a}$ وكانت هذه العناصر مستقلة، فيمكن ان تتم مناقشتها كما يلي

افرض ان المعادلة كتبت بشكل كامل كما يلي

$$\begin{bmatrix} a^1 & a^2 & a^3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^1 & a^2 & a^3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots (3\ .\ 30)$$

★ القدرة الفعالة تعطى ايضاً من الجزء الحقيقي من $\mathbf{v}_t^*\mathbf{i}$ او $\mathbf{i}_t\mathbf{v}^*$. الجزءان الخياليان لهذين الضربين، مع ذلك، متعاكسان في الاشارة مع تلك التي من $\mathbf{v}_t\mathbf{i}^*$ و $\mathbf{i}_t^*\mathbf{v}$. الاصطلاح القياسي يربط الاشارة الموجبة بالقدرة المتفاعلة الجارية الى المفاعلة الحثية. ولكن $\mathbf{v}_t^*\mathbf{i}$ و $\mathbf{i}_t\mathbf{v}^*$ لاتتفق مع هذا، بينما تتفق $\mathbf{v}_t\mathbf{i}^*$ و $\mathbf{i}_t^*\mathbf{v}$، معه، وبناء على ذلك فأن الاخيرة هي المفضلة.

وهذه تقود الى

$$a^1x_1 + a^2x_2 + a^3x_3 = a^1y_1 + a^2y_2 + a^3y_3 \qquad (3 . 31)$$

أذا اجري تغيير في a^1، دون اجراء اي تغيير في a^2 و a^3، فأن طرفي المعادلة يجب ان يتغيرا بالمقدار نفسه. وهذا يتطلب ان تكون $\{x_1 = y_1\}$. وبالتشابه فأن التغيرات في a^2 او a^3 تتطلب ان يكون $\{x_2 = y_2\}$ وكذلك $\{x_3 = y_3\}$ على التعاقب.ولما كانت جميع العناصر المتناظرة لكلتا المصفوفتين متساوية، فأن $\{\mathbf{x} = \mathbf{y}\}$.

اما في الحالة الحاضرة، فأن المعادلة $\{\mathbf{i}'^*_t\,\mathbf{v}' = \mathbf{i}'^*_t\mathbf{C}^*_t\mathbf{v}\}$ تكون صحيحة لقيم العناصر المستقلة في $\mathbf{i}'^*_t$ جميعها وتبعاً لذلك فأن كل عنصر في $\mathbf{v}'$ يجب ان يساوي العنصر المناظر له في حاصل الضرب $\mathbf{C}^*_t\mathbf{v}$ وكذلك يكون

$$\mathbf{v}' = \mathbf{C}^*_t\mathbf{v}$$

هو التحويل المطلوب للفولتية.

على هذا الإساس معادلة الفولتية $\{\mathbf{v} = \mathbf{Zi}\}$ تتحول الى*

$$\begin{aligned}\mathbf{v}' = \mathbf{C}^*_t\mathbf{v} = \mathbf{C}^*_t(\mathbf{Zi}) = \mathbf{C}^*_t\mathbf{Zi} &= \mathbf{C}^*_t\mathbf{Z}(\mathbf{Ci}') \\ = \mathbf{C}^*_t\mathbf{ZCi}' = (\mathbf{C}^*_t\mathbf{ZC})\mathbf{i}' &= \mathbf{Z}'\mathbf{i}' \qquad \ldots\ldots\ldots (3 . 32)\end{aligned}$$

وعندما يتم تحديد تحويلي التيار والفولتية كليهما، فأن تحويل الممانعة يتحدد تلقائياً ولايتم اختياره عشوائياً. ومن الواضح ان يكون تحويل الممانعة لحالة القدرة اللامتغيرة هو $\mathbf{Z}' = \mathbf{C}^*_t\mathbf{ZC}$.

سوف يلاحظ مما مر اعلاه انه ليس من الضروري عكس المصفوفة $\mathbf{C}$، ذلك لأن المعكوس غير مطلوب لا في اشتقاق المعادلة $\mathbf{v}' = \mathbf{Z}'\mathbf{i}'$، ولا نحتاجه لايجاد التيار $\mathbf{i}$ من $\mathbf{i}'$ فيما بعد. وهذا في الحقيقة من حسن الحظ، لان $\mathbf{C}$ مصفوفة انفرادية في الغالب، كما يجري، مثلاً، عندما تمثل هذه المصفوفة حالة ترابط بيني.

★ لاحظ عدم تغير صيغة معادلة الفولتية بعد اجراء التحويل.

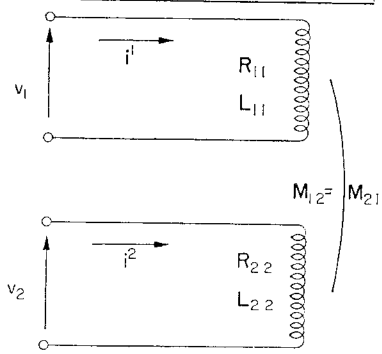
الفصل الرابع

المحـــــولات Transformers

4 . 1 المحول ذي اللفيفتين The Two - winding Transformer

يحتوي المحول ذي اللفيفتين على ملفين، واذا افترضنا ان الاتجاهات الموجبة للتيار هي كما مبينة في الشكل (3)، فأن معادلة الفولتية تكون

$$\begin{array}{c|c|} & \\ 1 & v_1 \\ 2 & v_2 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & 1 & 2 \\ 1 & R_{11}+L_{11}p & M_{12}p \\ 2 & M_{21}p & R_{22}+L_{22}p \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ 1 & i^1 \\ 2 & i^2 \end{array}^{\star} \quad \ldots\ldots\ldots \ (4 . 1)$$



شكل (3) محوّل ذي لفيفتين

★ اشارة المحاثة التبادلية. ان المحاثة التبادلية M_{ab}، او المفاعلة $\{\omega M_{ab} = X_{ab}\}$، تكون موجبة عندما ينتج معدل التغير الموجب للتيار في الدائرة a ق.د.ك محتثة في الدائرة b والقطبية نفسها التي يصنعها معدل تغير التيار الموجب في الدائرة b نفسها. وبدلالة التيار المتناوب فهذا يعني انه اذا كان التياران في كلتا الدائرتين a و b منطبقي الطور، فأن الفولتيات المحتثة في الدائرة a، او تلك المحتثة في الدائرة b سينطبقان في الطور ايضاً. واذا كانت القوى الدافعة الكهربائية المحتثة متعاكسة، فأن المحاثة التبادلية تكون سالبة.

وبشكل آخر، يمكننا القول ان المحاثة التبادلية تكون موجبة اذا كان الفيض المتكون من التيار الموجب في دائرة معينة يشابك الدائرة الاخرى بالاتجاه نفسه كما في الفيض المتكون نتيجة مرور تيار موجب في تلك الدائرة نفسها.

تأمل الآن عملية نسب كميات الثانوي الى الابتدائي.

اذا كانت نسبة اللفات $\{k=N_2/N_1\}$، حيث N_1 و N_2 هي عدد لفات اللفيفتين 1 و 2 على التوالي، فأن تيار الثانوي المنسوب الى الابتدائي سوف يكون ki^2، أما التيارات في المنظومة القديمة بدلالة التيارات في المنظومة الجديدة، اي المنظومة المنسوب اليها فيعبر عنها بما يلي:

$$\begin{aligned} i^1 &= i^{1'} \\ i^2 &= i^{2'}/k \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (4\ .\ 2)$$

ان عملية التنسيب الى الابتدائي تعد مكافئة لتحويل خطي، $\mathbf{i} = \mathbf{C}\mathbf{i}'$، حيث

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|cc|} & 1' & 2' \\ \hline 1 & 1 & \\ 2 & & 1/k \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ (4\ .\ 3)$$

على هذا الاساس تكون الفولتيات في المنظومة المنسوب اليها هي $\{\mathbf{v}'=\mathbf{C}_t\mathbf{v}\}$، أو

$$\begin{array}{c|c|} 1' & v_1' \\ 2' & v_2' \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|cc|} & 1 & 2 \\ \hline 1' & 1 & \\ 2' & & 1/k \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} 1 & v_1 \\ 2 & v_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|} 1' & v_1 \\ 2' & v_2/k \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ (4\ .\ 4)$$

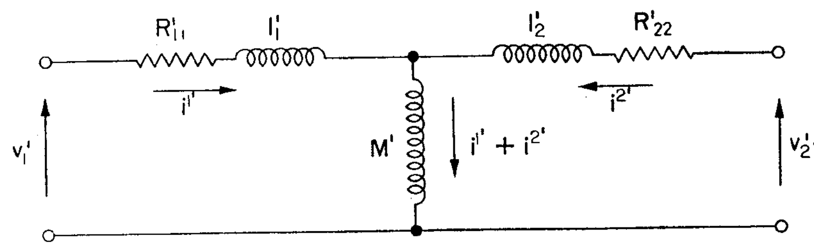
وتصبح مصفوفة الممانعة

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{C}_t\mathbf{Z}\mathbf{C} = \begin{array}{c|cc|} & 1 & 2 \\ \hline 1' & 1 & \\ 2' & & 1/k \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|cc|} & 1 & 2 \\ \hline 1 & R_{11}+L_{11}p & M_{12}p \\ 2 & M_{21}p & R_{22}+L_{22}p \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|cc|} & 1' & 2' \\ \hline 1 & 1 & \\ 2 & & 1/k \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cc|} & 1' & 2' \\ \hline 1' & R_{11}+L_{11}p & (1/k)M_{12}p \\ 2' & (1/k)M_{21}p & (1/k)^2(R_{22}+L_{22}p) \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|c|} & 1' & 2' \\ \hline 1' & R'_{11}+L'_{11}p & M'_{12}p \\ \hline 2' & M'_{21}p & R'_{22}+L'_{22}p \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots \ (4\ .\ 5)$$

ان الدائرة المكافئة المتفق عليها لمحول ذي لفيفتين، بأهمال فقد القلب، مبينة في الشكل (4).



شكل (4) دائرة مكافئة بسيطة

يمكن كتابة معادلات الفولتية لهذه الدائرة بالمعاينة كما يلي:

$$\begin{array}{c|c|} 1' & v'_1 \\ \hline 2' & v'_2 \\ \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & 1' & 2' \\ \hline 1' & R'_{11}+(l'_1+M')p & M'p \\ \hline 2' & M'p & R'_{22}+(l'_2+M')p \\ \hline \end{array} \ \begin{array}{c|c|} 1' & i^{1'} \\ \hline 2' & i^{2'} \\ \end{array} \ \ldots\ldots \ (4\ .\ 6)$$

من الواضح ان هذه المعادلات مطابقة لمعادلات المحول عند التعبير عنه بحدود منسوبة اذ كان

$$l'_1+M' = L'_{11}, \quad l'_2+M' = L'_{22} \qquad \text{و} \qquad M' = M'_{12} = M'_{21}$$

لذلك فأن هذه الدائرة هي تمثيل مقنع للمحول، عدا مايخص التشبع وفقد القلب في حالة كون المحول حاوياً على قلب حديدي التمغنط. من الواضح الان ان الفيض الذي يكون مساره كلياً في

القلب يجب ان يتشابك مع اللفات جميعها لكلا اللفيفتين لذلك يمكن تمثيله بحاصل ضرب M' في التيار.

ان حاصل الضرب هذا سيتضمن ايضاً تأثير الفيض الذي يشابك بعض لفات كلا الملفين، مع ان مساره كله او جزء منه يكون في الهواء. ان الفيوض المتمثلة بحاصل ضرب l'_1 و l'_2 في التيارات تتشابك مع اللفائف التي تنتجها فقط، وفي اغلب الحالات يجب ان يقع جزء كبير في مساراتها في الهواء بالضرورة. لذلك يفرض عادة ان تأثير التشبع وفقد القلب تكون مصاحبة لـ M' فقط وان l'_1 و l'_2 ثابتان فعلياً.

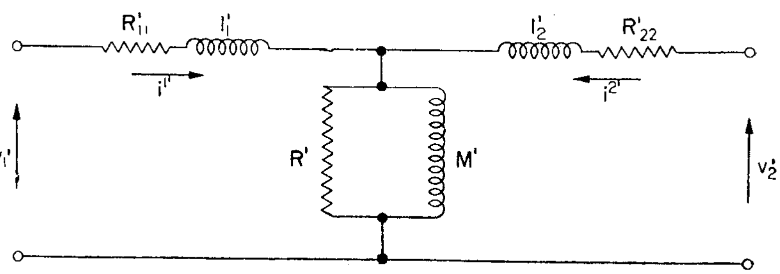
ان فقد الحديد يمثل في الدوائر عادة بمقاومة على التوازي مع M'، لذلك فالدائرة المكافئة تكون كما هو مبين في الشكل (5)*.

بما ان صيغ معادلات المحول تكون متطابقة، بغض النظر عما اذا مثلت بحدود حقيقية او منسوبة، فأنه من الموضوعية السؤال عن سبب ضرورة استخدام القيم المنسوبة للدائرة المكافئة. ولأجل ان تكون l'_1 و l'_2 موجبة فمن الضروري ان تكون كلا من L'_{11} و L'_{22} اكبر من M'. وهذا لايمكن ضمانه الا بمعاملة المحول كما لو ان كلتا اللفيفتين لها عدد اللفات نفسه، اي عندما تكون كلتا اللفيفتين منسوبة للعدد نفسه من اللفات. اما للحالة غير المنسوبة فيمكننا ان نحصل على

$$l_1 = L_{11} - M_{12} = L'_{11} - kM'_{12}$$

و

$$l_2 = L_{22} - M_{21} = k^2 L'_{22} - kM'_{21}$$



شكل (5) الدائرة المكافئة الاصطلاحية

★ انظر الفقرة 9.4

من الظاهر انه عندما تكون k اكبر من وحدة واحدة بصورة كافية يكون l_1 سالباً وعندما تكون k اصغر من وحدة واحدة بصورة كافية يكون l_2 سالباً.

ان الدائر المكافئة بدلالة القيم غير المنسوبة يمكن تطبيقها تماماً، نظرياً، بغض النظر عن اشارات l_1 و l_2. من ناحية ثانية، فأن لها مساويء عملية تكمن في ان كلاً من l_1 و l_2 يتغيران بصورة ملحوظة مع التشبع وكذلك فأنه من الصعوبة بمكان تصورهما بدلالة الفيوض.

وعندما تنسب المحاثات جميعها للعدد نفسه من اللفات فأن الفروق المتمثلة بـ $\{L'_{11}-M'=l_1'\}$ و $\{L'_{22} - M' = l'_2\}$ هي محاثات "التسرب". التي عند ضربها بالتردد الزاوي، تعطي "مفاعلات التسرب" للنظرية التقليدية، ولأجل تحقيق فائدة ودقة اكبر فأن المفاعلات التسربية تعرف هنا كما ورد اعلاه، ويمكن عدها فروقاً رياضية فقط بدلاً من ان تنسب مباشرة الى انماط الفيوض المغناطيسية التي كانت سبباً في ظهور نظرية* التسرب.

4 . 2 المعالم Parameters

يمكن الحصول على معادلة الحالة المستقرة لفولتية التيار المستمر (d.c) للمحول ذي اللفيفتين بالتعويض عن كل p بصفر في معادلة الحالة العابرة رقم (4 . 1) المعطاة في الصفحة الاولى من هذا الفصل.

$$\begin{array}{c|c|} 1 & V_1 \\ \hline 2 & V_2 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & 1 & 2 \\ 1 & R_{11} & \\ \hline 2 & & R_{22} \end{array} \; \begin{array}{c|c|} 1 & I^1 \\ \hline 2 & I^2 \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots\ (4 . 7)$$

اما معادلة الحالة المستقرة لفولتية التيار المتناوب (a.c) فيمكن الحصول عليها بالتعويض عن كل p بالمقدار $j\omega$، وفي الوقت نفسه اذا ماكتبنا X_{11} ، X_{22}، X_m عوضاً عن ωL_{11}، ωL_{22}، ωM، حصلنا على

$$\begin{array}{c|c|} 1 & V_1 \\ \hline 2 & V_2 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & 1 & 2 \\ 1 & R_{11}+jX_{11} & jX_m \\ \hline 2 & jX_m & R_{22}+jX_{22} \end{array} \; \begin{array}{c|c|} 1 & I^1 \\ \hline 2 & I^2 \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots\ (4 . 8)$$

* انظر المرجع 3، ص 52

واذا احتجنا الى قياس معالم المحول، فمن الواضح ان اختبارات الحالة المستقرة بأستخدام التيار المستمر تعطينا R_{11} بصفة V_1/I^1 و R_{22} بصفة V_2/I^2.

ولقياس المحاثات، من ناحية ثانية، يجب ان نجري اختبارات الحالات العابرة او اختبارات الحالة المستقرة للتيار المتناوب* . وبما ان الاشتغال الطبيعي يمثل ظرف تيار متناوب في الحالة المستقرة اعتيادياً، فأن الطريقة الاخيرة هي المفضلة في الاحوال الطبيعية.

من الواضح انه اذا كانت الفولتيات والتيارات كلتاهما موجودتين فسوف يكون لدينا معادلتان فقط وثلاثة مجاهيل في الاقل وهذه المجاهيل هي : X_{11} و X_{22} و X_m . ولكن اذا كان احد التيارات صفراً، فسيكون لدينا معادلتان ومجهولان فقط من المجاهيل المحددة هذه. فمثلاً، اذا كانت اللفيفة 2 مفتوحة الدائرة واللفيفة 1 مثاره فآنئذ تصبح معادلة الفولتية.

$$\begin{aligned} V_1 &= (R_{11}+jX_{11})I^1 \\ V_2 &= jX_m I^1 \end{aligned} \qquad (4.9)$$

اذا تم قياس الطور النسبي، وكذلك مقادير، V_1، V_2 و I^1 فأن المعادلة الاولى من هذه المعادلات سوف تعطينا R_{11} و X_{11} كليهما في حين ان مقداري V_2 و I^1 ستكون كافية لتحديد X_m. أن قيمة R_{11} التي تم الحصول عليها تكون مختلفة عن قيمتها في اختبار التيار المستمر لانها ستتضمن تأثير التيارات الدوامة في الموصلات. هذا الاختلاف قد يكون تافهاً، ولكن اذا احتوت المحولة على قلب حديد، فأن مفاد قيمة R_{11} المستحصلة من اختبار التيار المتناوب يتضمن ايضاً تأثير فقد الحديد وسوف تختلف بصورة محسوسة عن القيمة المستحصلة من اختبار التيار المستمر.

هناك تعقيد اخر في المحولات ذات القلب الحديد يكمن في ان X_{11} و X_m كلاهما يتغير مع التشبع بشكل كبير، في حين ان اداء المحول يعتمد بالاساس على الفروق $\{x'_1 = \omega l'_1\}$ و $\{x'_2 = \omega l'_2\}$ التي لاتعتمد بصورة جوهرية على التشبع، في التيارات الاعتيادية. ان هذه الفروقات صغيرة اذا ماقورنت بقيم X'_{11}، X'_{22} و X'_m نفسها، والخطأ في تحديد x'_1 بصيغة $X'_{11} - X'_m$ سيكون كبيراً نسبياً. لذلك يكون "اختبار الدائرة المفتوحة" مناسباً لايجاد X'_m فقط التي يمكن ايجادها بطريقة ملائمة اكثر بأستعمال الصيغة $X'_{11} - x'_1$.

قديتم اجراء اختبار بديل وذلك بتسليط فولتية V'_1 على لفيفة الابتدائي عندما تكون لفيفة الثانوي مقصورة الدائرة، بحيث تكون $V_2=0$. وبأيجاد معكوس مصفوفة الممانعة نحصل على معادلة التيار لهذه الحالة بصفة

* انظر المرجع 3، ص 194

$$\begin{array}{c|c|} 1 & I^1 \\ 2 & I^2 \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|c|} & 1 & 2 \\ 1 & R_{22}+jX_{22} & -jX_m \\ 2 & -jX_m & R_{11}+jX_{11} \end{array} \begin{array}{c|c|} 1 & V_1 \\ 2 & 0 \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (4\,.\,10)$$

حيث ان $\Delta = (R_{11}+jX_{11})(R_{22}+jX_{22})+X_m^2$

على هذا الاساس فأن

$$I^1 = V_1 \frac{R_{22}+jX_{22}}{(R_{11}+jX_{11})(R_{22}+jX_{22})+X_m^2}$$

$$= \frac{V_1}{R_{11}+jX_{11}+X_m^2/(R_{22}+jX_{22})} \quad \ldots\ldots\ldots (4\,.\,11)$$

لذلك تكون المانعة المؤثرة المقيسة هي

$$\begin{aligned} V_1/I^1 &= R_{11}+jX_{11}+X_m^2/(R_{22}+jX_{22}) \\ &= R_{11}+jX_{11}+X_m^2(R_{22}-jX_{22})/(R_{22}^2+X_{22}^2) \\ &= \{R_{11}+R_{22}X_m^2/(R_{22}^2+X_{22}^2)\}+j\{X_{11}-X_{22}X_m^2/(R_{22}^2+X_{22}^2)\} \end{aligned} \quad \ldots (4\,.\,12)$$

اذا كانت R_{22}^2 مهملة كلياً بالمقارنة بنتيجة X_{22}^2 كما هو معتاد، فهذه المانعة ستختزل الى.

$$\{R_{11}+R_{22}(X_m/X_{22})^2\}+j\{X_{11}-X_m^2/X_{22}\}.$$

وتكون نسبة $(X_m / X_{22})^2$ مساوية تقريباً الى نسبة اللفات.

لذلك فأن $R_{11}+R_{22}(X_m/X_{22})^2$ تكون مساوية بالتقريب لمجموع مقاومة الابتدائي ومقاومة الثانوي منسوبة الى عدد لفات الابتدائي.

ان المفاعلة $\{X_{11} - X_m^2 / X_{22}\}$ هي بصيغة تعد صفة متميزة للمفاعلة المقيسة، كما في هذه الحالة، على اطراف لفيفة متقارنة مغناطيسياً مع لفيفة مقصورة الدائرة ذات مقاومة مهملة.

واذا جعلنا $\{X_{11} = X_m + x_1\}$ و $\{X_{22} = X_m + x_2\}$، فالمفاعلة المقيسة تكون

$$\begin{aligned} X_m + x_1 - X_m^2/(X_m + x_2) &= X_m + x_1 - X_m/(1 + x_2/X_m) \\ &= X_m + x_1 - X_m(1 + x_2/X_m)^{-1} \\ &= X_m + x_1 - X_m(1 - x_2/X_m + x_2^2/X_m^2 - \ldots) \quad \ldots\ldots (4.13) \end{aligned}$$

واذا كانت x_2 صغيرة بدرجة كافية مقارنة مع X_m بحيث ان التربيعات والقوى الاسية الاعلى للمقدار x_2/X_m يمكن اهمالها، فأن المعادلة اعلاه تختزل الى

$$X_m + x_1 - X_m + x_2 = x_1 + x_2. \quad \ldots\ldots\ldots (4.14)$$

وهذا الشرط يتحقق اعتيادياً اذا نسبت كل القيم الى عدد مشترك في اللفات، وعندئذ تكون $(x_1 + x_2)$ مجموع "مفاعلات التسرب" للنظرية التقليدية، منسوبة الى ذلك العدد المشترك من اللفات، وبما ان الاختبار قد تم بأجراء جميع القياسات على جهة الابتدائي فأنه يتمخض تلقائياً عن مجموع مفاعلات التسرب منسوبة الى عدد لفات الابتدائي.

لقد تم سلفا مناقشة عدم امكانية الحصول على قيمة x_1 بدقة كافية من اختبار الدائرة المفتوحة. وهذا ينطبق تماما على x_2 ايضا. وفي الحقيقة انه من غير الممكن الحصول على قيم دقيقة للمفاعلتين x_1 و x_2 بصورة منفصلة بوساطة اجراء اختبار على اطراف اللفائف وحدها. وفي غياب المعلومات الاخرى، من المعتاد الفرض ان مفاعلتي التسرب للابتدائي والثانوي متساويتان. على هذا الاساس يمكن آنئذ ايجاد المعالم جميعها من اختبارات الدائرة المفتوحة والدائرة المقصورة والمقاومة.

4 . 3 المحّول ذي اللفائف الثلاث — The Three - Winding Transformer

بأخذ الاتجاهات المعتمدة في المحول ذي اللفائف الثلاث كما هي مبينة في الشكل (6)*. حيث عوملت اللفائف جميعها بصفة مصبات، آنئذ تكون معادلات الفولتية جميعها لها الصيغة نفسها،

* المواقع النسبية للفائف الثلاث في شكل (6) المقصود منها ان تدل ضمنياً على ان M_{23} هو اصغر المحاثات المشتركة عند نسب الجميع الى اساس مشترك.

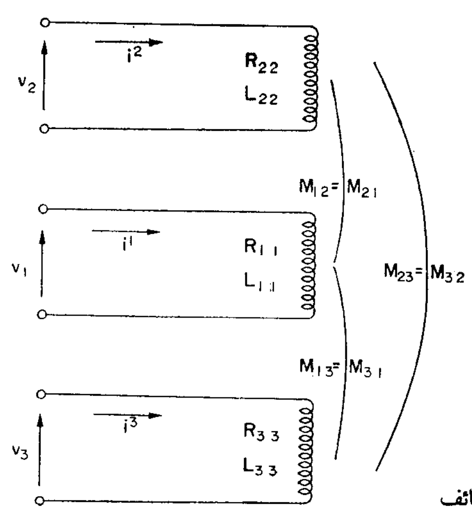
معطية المعادلة المصفوفية الآتية:

$$\begin{array}{c|c|}\hline 1 & v_1 \\ \hline 2 & v_2 \\ \hline 3 & v_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & R_{11}+L_{11}p & M_{12}p & M_{13}p \\ \hline 2 & M_{21}p & R_{22}+L_{22}p & M_{23}p \\ \hline 3 & M_{31}p & M_{32}p & R_{33}+L_{33}p \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|}\hline 1 & i^1 \\ \hline 2 & i^2 \\ \hline 3 & i^3 \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots \; (4\,.\,15)$$

ويمكن نسب هذه المعادلة الى اساس مشترك، ولنقل اللفيفة رقم (1)، بوساطة مصفوفة التحويل التالية.

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1' & 2' & 3' \\ \hline 1 & 1 & & \\ \hline 2 & & 1/k_2 & \\ \hline 3 & & & 1/k_3 \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots\; (4\,.\,16)$$

حيث $(k_2 = N_2/N_1)$ و $(k_3 = N_3/N_1)$ و N_1 و N_2 و N_3 هي اعداد اللفات للفائف 1 و 2 و 3 على التوالي



شكل (6) محّول ذو ثلاث لفائف

ان مصفوفة المهانعة المنسوبة هي

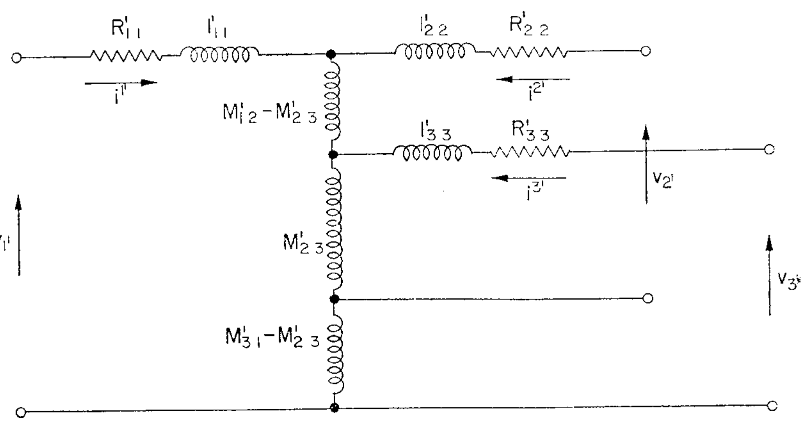
$$\mathbf{Z}' = \mathbf{C}_t\mathbf{Z}\mathbf{C} =$$

$$\begin{array}{c|ccc|}
 & 1 & 2 & 3 \\ \hline
1' & 1 & & \\
2' & & 1/k_2 & \\
3' & & & 1/k_3 \\ \hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|ccc|}
 & 1 & 2 & 3 \\ \hline
1 & R_{11}+L_{11}p & M_{12}p & M_{13}p \\
2 & M_{21}p & R_{22}+L_{22}p & M_{23}p \\
3 & M_{31}p & M_{32}p & R_{33}+L_{33}p \\ \hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|ccc|}
 & 1' & 2' & 3' \\ \hline
1 & 1 & & \\
2 & & 1/k_2 & \\
3 & & & 1/k_3 \\ \hline
\end{array}$$

$$= \begin{array}{c|ccc|}
 & 1' & 2' & 3' \\ \hline
1' & R_{11}+L_{11}p & (1/k_2)M_{12}p & (1/k_3)M_{13}p \\
2' & (1/k_2)M_{21}p & (1/k_2)^2\,(R_{22}+L_{22}p) & (1/k_2k_3)M_{23}p \\
3' & (1/k_3)M_{31}p & (1/k_2k_3)M_{32}p & (1/k_3)^2\,(R_{33}+L_{33}p) \\ \hline
\end{array}$$

$$= \begin{array}{c|ccc|}
 & 1' & 2' & 3' \\ \hline
1' & R'_{11}+L'_{11}p & M'_{12}p & M'_{13}p \\
2' & M'_{21}p & R'_{22}+L'_{22}p & M'_{23}p \\
3' & M'_{31}p & M'_{32}p & R'_{33}+L'_{33}p \\ \hline
\end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ (4\ .\ 17)$$

تأمل الآن معادلات الدائرة الموضحة في الشكل (7).



شكل (7) الدائرة المكافئة

ان مصفوفة الممانعة لهذه الدائرة هي

	$1'$	$2'$	$3'$
$1'$	$R'_{11}+(l'_{11}+M'_{12}+M'_{31}-M'_{23})p$	$M'_{12}p$	$M'_{31}p$
$2'$	$M'_{12}p$	$R'_{22}+(l'_{22}+M'_{12})p$	$M'_{23}p$
$3'$	$M'_{31}p$	$M'_{23}p$	$R'_{33}+(l'_{33}+M'_{31})p$

(4 . 18)

وهي مطابقة لتلك التي للمحول بالحدود المنسوبة اذا كان

$$\begin{aligned} l'_{11}+M'_{12}+M'_{31}-M'_{23} &= L'_{11} \\ l'_{22}+M'_{12} &= L'_{22} \\ l'_{33}+M'_{31} &= L'_{33} \end{aligned} \tag{4 . 19}$$

وهذا، بشرط أن

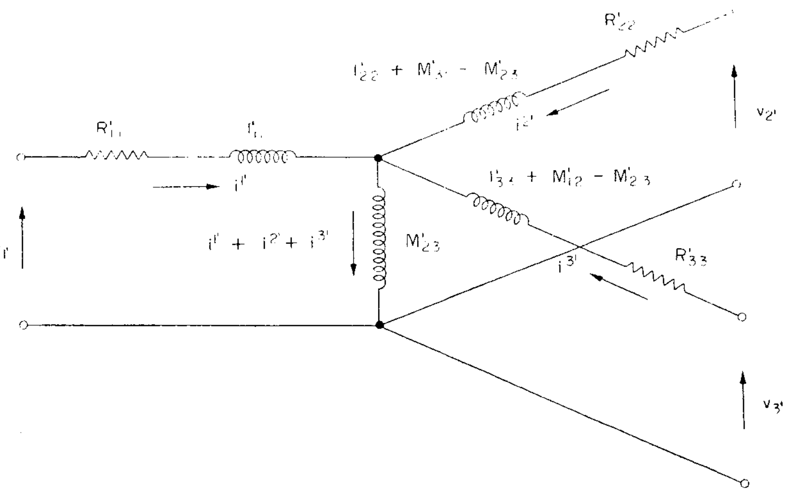
$$\begin{aligned} l'_{11} &= L'_{11}-M'_{12}-M'_{31}+M'_{23} \\ l'_{22} &= L'_{22}-M'_{12} \\ l'_{33} &= L'_{33}-M'_{31} \end{aligned} \tag{4 . 20}$$

ويجب الملاحظة انه في حين l'_{22} و l'_{23} محاثات تسربية، فأن l_{11} ليست بهذه البساطة. أن l'_{22} هي تسرب اللفيفة 2 نسبة الى اللفيفة 1 ، l'_{33} هي تسرب اللفيفة 3 نسبة الى اللفيفة 1 من ناحية أخرى، فأن l'_{11} هي محاثة تسرب اللفيفة 1 نسبة الى اللفيفة 2 (اي ان L'_{11} - M'_{12}) ناقصاً الكمية التي تزيد بها M'_{31} على M'_{23}، والاخيرة هذه ستكون بالضرورة اصغر محاثة تبادلية عند اختيار الفروع كما في الشكل (7). لذلك اذا كان (M'_{31} - M'_{23}) اكبر من (L'_{11} - M'_{12})، وهذا قد يكون كذلك، فأن l'_{11} هي محاثة سالبة. وهذا طبعاً لايمكن ان يعد متسعة الا اذا كانت جميع التيارات والفولتيات دوال زمنية جيبية ذات تردد مفرد في الحالة المستقرة.

اما حاصل الفروقات للمحاثات التبادلية، مثل المحاثات التسربية، فيجب ان يكون نتيجة للفيوض التي يكون جزء كبير من مساراتها في الهواء ولذلك فهي ثابتة فعلياً. لذا فأن التشبع وفقد

الحديد يكونان مصاحبين اصغر محاثة تبادلية (أخذت على انها M'_{23}) بدرجة اكبر وفقد الحديد يمكن ان يمثل بالتقريب بمقاومة على التوازي مع M'_{23}.

واذا تم اجراء تقريب آخر بنقل الفرع M'_{23} الى النهايات الاخرى للفروع التي تمثل الفروق في المحاثات التبادلية، فعندئذ نحصل على الدائرة المكافئة المألوفة للمحول ذي ثلاث لفائف والمبين في الشكل (8). وفي هذه الدائرة من المحتمل ان لاتكون سوى احدى المحاثات وحدها سالبة.



شكل (8) الدائرة المكافئة المألوفة

أن المحاثات التسربية الثلاث لهذه الدائرة هي

$$
\begin{aligned}
l'_{11} = L'_{11} - M'_{12} - M'_{31} + M'_{23} &= (L'_{11} - M'_{12}) - (M'_{31} - M'_{23}) \\
l'_{22} + M'_{31} - M'_{23} &= L'_{22} - M'_{12} + M'_{31} - M'_{23} \\
&= (L'_{22} - M'_{12}) + (M'_{31} - M'_{23}) \qquad (4\ .\ 21) \\
l'_{33} + M'_{12} - M'_{23} &= L'_{33} - M'_{31} + M'_{12} - M'_{23} \\
&= (L'_{33} - M'_{31}) + (M'_{12} - M'_{23})
\end{aligned}
$$

ان المحاثات $\{L'_{11} - M'_{12}\}$ و $\{L'_{22} - M'_{12}\}$ و $\{L'_{33} - M'_{31}\}$ جميعها الآن محاثات تسربية حقيقية وجميعها موجبة بالضرورة. وبالتعريف، فأن M'_{23} تكون اصغر المحاثات التبادلية في هذه

الحالة، لذا فأن $(M'_{31} - M'_{23})$ و $(M'_{12} - M'_{23})$ موجبة، اما l'_{11} فهي المحاثة الوحيدة التي قد تكون سالبة، على ان هذا ليس ضرورياً. على هذا الاساس المحاثة التي يتضمنها ذلك الفرع من الدائرة الذي ليست له علاقة مع اصغر محاثة تبادلية هي المحاثة التي قد تكون سالبة بصورة عامة.

4 . 4 المعالم Parameters

يمكن اجراء اختبارات الحالة المستقرة للتيار المتناوب على محول ذي ثلاث لفائف والمشابهة لاختبار الدائرة المفتوحة على محول ذي لفيفتين، وذلك بأثارة لفيفة واحدة وفتح دائرتي اللفيفتين الاخريين. أما الاختبارات المشابهة لاختبار الدائرة القصيرة الى محول ذي لفيفتين فيمكن اجراؤها ايضاً بأثارة لفيفة واحدة مع فتح دائرة اللفيفة الثانية وقصر دائرة اللفيفة الثالثة. وبدراسة المعادلات او الدوائر المكافئة يتبين أن مثل هذه الاختبارات يمكن ان تؤدي الى قيم تقريبية لحاصل جمع اثنين في وقت واحد من المفاعلات المناظرة الى كل من l'_{11} و $(l'_{22}+M'_{31}-M'_{23})$ و $(l'_{33}+M'_{12}-M'_{23})$. من حاصلات الجمع هذه يمكن ايجاد الممانعات بصورة منفصلة للفروع الثلاثة للدائرة في الشكل (8). ان المعطيات بهذا الشكل تكون كافية في التطبيقات العملية لاعطاء الامكانية في تحديد الاداء تحت ظروف معينة يراد ايجادها على الرغم من ان محاثات هذه الفروع ليست محاثات تسربية بسيطة كما تم توضيحه سلفا. ومن غير الممكن تحديد قيم حقيقية منفصلة فيما يخص ادراك معنى اللفيفتين في المصطلح، اكثر مما هو عليه الحال في المحول ذي اللفيفتين نفسه.

4 . 5 الدوائر المغناطيسية الاكثر تعقيداً More Complicated Magnetic Circuits

ان الطريقة المجدية لمعاملة المنظومات ذات الدوائر المغناطيسية الاكثر تعقيداً تعتمد على امكانية استنباط المصفوفة **f** للقوى الدافعة المغناطيسية (ق.د.مغ) ومصفوفة المعاوقات المغناطيسية **S**. وكذلك مصفوفة الفيوض ϕ من دراسة الترتيب الفيزيائي للمنظومة. في ضوء ذلك فأن المعادلة المصفوفية $\mathbf{f}=\mathbf{S}\phi$ سترتبط المصفوفات الثلاث سالفة الذكر. هناك علاقتان مصفوفيتان اخريان هما $\{\mathbf{f}=\mathbf{Ni}\}$ و $\{\mathbf{v}=\mathbf{Ri} + \mathbf{N}_t\, d\phi/dt\}$، حيث **N**، وهي مصفوفة أعداد اللفات، سوف تكون مصفوفة مستطيلة تكون فيها عناصر **f** اكثر من عدد عناصر **i**.

على هذا الاساس لدينا

$$\mathbf{S}\phi = \mathbf{f} = \mathbf{Ni}$$

او

$$\phi = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{Ni}$$

وكذلك

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + \mathbf{N}_t\, d(\mathbf{S}^{-1}\mathbf{Ni})/dt$$

وبما أن $\mathbf{N}_t$ ثابت، يمكن ان تكتب المعادلة

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + d(\mathbf{N_t S^{-1} N})\mathbf{i}/dt \qquad \text{......... (4 . 22)}$$

بحيث ان $\{\mathbf{N_t S^{-1} N} = \mathbf{N_t \Lambda N} = \mathbf{L}\}$، حيث $\{\mathbf{\Lambda} = \mathbf{S^{-1}}\}$ هي مصفوفة المنافذة.

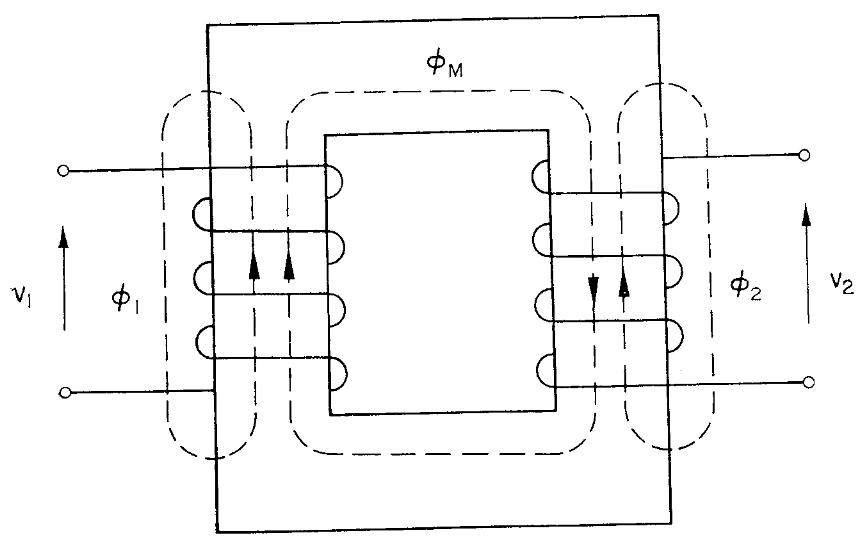
وهكذا فأن المعادلة $\{L = N^2\Lambda\}$ لدائرة كهربائية مفردة ودائرة مغناطيسية مفردة تم ابدالها بالمعادلة المصفوفية $\{\mathbf{L N_t \Lambda N}\}$ لمنظومة تحتوي على عدد من الدوائر الكهربائية والمغناطيسية.

وسواء كان بالامكان كتابة $\mathbf{\Lambda}$ مباشرة، او كان من الضروري كتابة $\mathbf{S}$ ثم ايجاد معكوسها، فأن هذا سيعتمد على الشكل العام للمنظومة. وبصورة عامة، سوف تكون بعض الاجزاء من الدائرة المغناطيسية مشتركة لعدة مسارات فيضية لذا يلزم العمل بدلالة المعاوقة المغناطيسية. وقد يساعدنا عدّ الدائرة الكهربائية مناظرة للدائرة المغناطيسية في تحديد مصفوفة المعاوقة.

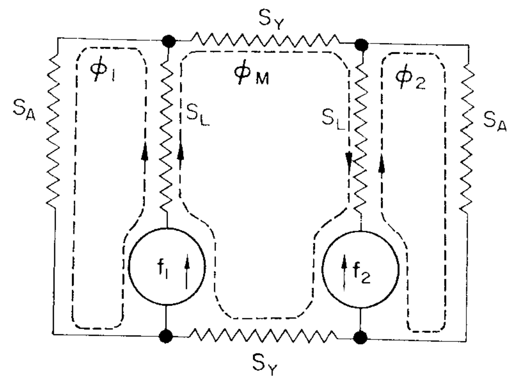
ان هذه الطريقة مفيدة في دراسة المحولات ثلاثية الطور. لذا تتطلب اللفائف الست لمحول ثلاثي الطور بسيط مصفوفة ممانعة بأبعاد ستة في ستة. ومن غير الممكن معرفة اي شيء عن اداء المحول حتى يتم تحديد المقادير النسبية لمحاثات المصفوفة البالغ عددها 36 محاثة.

ان هذه الطريقة تهيىء وسائل انجاز ذلك وبالتالي فأنها تبين الفرق بين المحولات ذوات القلب ثلاثي الافرع والانواع الاخرى من المحولات ثلاثية الطور، ولاسيما فيما يخص التوافقي الثالث وممانعة التتابع الصفري الاساسية. ومن جهة اخرى، فأن المحولات ثلاثية الطور تكون معقدة جداً اذا اريد استعمالها لاعطاء مقدمة عن هذه الطريقة لذلك فأننا سنتبصر في محول احادي الطور ذي لفيفتين تقع لفيفتاه على فرعين متقابلين لتوضيح هذه الطريقة.

هناك ثلاثة مسارات للفيض موضحة بطريقة تخطيطية في الشكل (9).



شكل (9) مسارات الفيض



شكل (10) نظير الدائرة المغناطيسية

يوضح الشكل (10) الدائرة الكهربائية المناظرة* للدائرة المغناطيسية التي فيها S_Y تمثل معاوقة مقرن واحد، أما S_L فهي معاوقة فرع واحد و S_A هي معاوقة مسار التسرب الهوائي والتي من المفروض ان تكون متساوية في كلتا اللفيفتين، و f_1 و f_2 هما الـ ق.د.مغ للفيفتين 1 و 2 على التوالي.

معادلات "الشبيكة" للدوائر المغناطيسية هي

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= (S_L+S_A)\phi_1+S_L\phi_M \\ f_1-f_2 &= S_L\phi_1+2(S_L+S_Y)\phi_M-S_L\phi_2 \\ f_2 &= -S_L\phi_M+(S_L+S_A)\phi_2 \end{aligned}\right\} \quad (4\,.\,23)$$

التي اذا رتبت بشكل مصفوفة تكون

$$\begin{array}{c|c|} 1 & f_1 \\ M & f_1-f_2 \\ 2 & f_2 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & M & 2 \\ 1 & S_L+S_A & S_L & \\ M & S_L & 2(S_L+S_Y) & -S_L \\ 2 & & -S_L & S_L+S_A \end{array} \begin{array}{c|c|} 1 & \phi_1 \\ M & \phi_M \\ 2 & \phi_2 \end{array} \quad \cdots (4\,.\,24)$$

★ انظر المرجع 3 ص 41

ومصفوفة المعاوقة المغناطيسية هذه يمكن عكسها لتعطي مصفوفة المنافذة بصيغة

$$
S^{-1} = \mathbf{\Lambda} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & M & 2 \\ \hline 1 & \Lambda_{11} & \Lambda_{1M} & \Lambda_{12} \\ \hline M & \Lambda_{1M} & \Lambda_{MM} & \Lambda_{2M} \\ \hline 2 & \Lambda_{12} & \Lambda_{2M} & \Lambda_{22} \\ \hline \end{array} \qquad \text{.........} \quad (4\ .\ 25)
$$

و

$$
\begin{array}{c|c|} 1 & \phi_1 \\ \hline M & \phi_M \\ \hline 2 & \phi_2 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & 1 & M & 2 \\ \hline 1 & \Lambda_{11} & \Lambda_{1M} & \Lambda_{12} \\ \hline M & \Lambda_{1M} & \Lambda_{MM} & \Lambda_{2M} \\ \hline 2 & \Lambda_{12} & \Lambda_{2M} & \Lambda_{22} \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|} 1 & f_1 \\ \hline M & f_M \\ \hline 2 & f_2 \end{array} \qquad \text{............} \quad (4\ .\ 26)
$$

لكن

$$
\begin{array}{c|c|} 1 & f_1 \\ \hline M & f_M \\ \hline 2 & f_2 \end{array} = \begin{array}{c|c|} 1 & f_1 \\ \hline M & f_1 - f_2 \\ \hline 2 & f_2 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & 1 & 2 \\ \hline 1 & N_1 & \\ \hline M & N_1 & -N_2 \\ \hline 2 & & N_2 \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|} 1 & i^1 \\ \hline 2 & i^2 \end{array} \qquad \text{........} \quad (4\ .\ 27)
$$

لذا فأن

$$
\mathbf{\Lambda N} = \begin{array}{c|c|c|} & 1 & 2 \\ \hline 1 & N_1(\Lambda_{11} + \Lambda_{1M}) & N_2(\Lambda_{12} - \Lambda_{1M}) \\ \hline M & N_1(\Lambda_{1M} + \Lambda_{MM}) & N_2(\Lambda_{2M} - \Lambda_{MM}) \\ \hline 2 & N_1(\Lambda_{12} + \Lambda_{2M}) & N_2(\Lambda_{22} - \Lambda_{2M}) \\ \hline \end{array} \qquad \text{..........} \quad (4\ .\ 28)
$$

وكذلك فأن

$$\mathbf{N_t \Lambda N} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{N_1^2(\Lambda_{11}+2\Lambda_{1M}+\Lambda_{MM})} & \multicolumn{1}{c|}{N_1N_2(\Lambda_{12}+\Lambda_{2M}-\Lambda_{1M}-\Lambda_{MM})} \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{N_1N_2(\Lambda_{12}+\Lambda_{2M}-\Lambda_{1M}-\Lambda_{MM})} & \multicolumn{1}{c|}{N_2^2(\Lambda_{22}-2\Lambda_{2M}+\Lambda_{MM})} \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots (4\ .\ 29)$$

لذا فأن مصفوفة المحاثة يمكن استنتاجها من بيانات الدوائر المغناطيسية وبيانات اللفائف، ويمكن اشتقاق مصفوفة الممانعة بعد ذلك.

الفصل الخامس

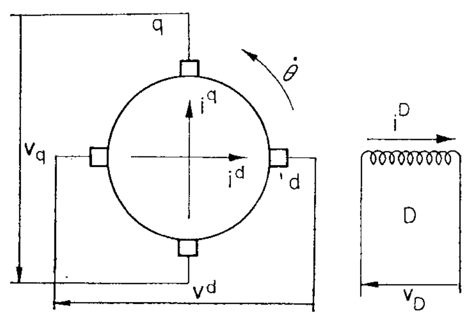
المعادلات المصفوفية للمكائن الدوّارة الاساسية

The Matrix Equantions of the Basic Rotating Machines

5 . 1 المعادلة المصفوفية للماكنة ذات المبدل الاساسية:

The Matrix Equation of the Basic Commutator Machine

ان الماكنة ذات المبدل الاكثر ملائمة لبدء الدراسة هي التي لها شكل عام يحتوي على قطبين والمبينة تخطيطياً في شكل (11). في هذا الشكل هناك زوج من الفرش q في الموقع الاعتيادي لماكنة التيار المستمر* نسبة الى لفيفة «المجال» D، وكذلك زوج من الفرش d بزاوية قائمة كهربائية وهذا هو ترتيب المتيادين** (Metadyne).



شكل (11) الماكنة ذات المبدل الاساسية

---

* وضحت الفرش تخطيطياً على المحور الذي تعمل على طوله الـ ق.د.مغ (نتيجة لعمل تياراتها). وهذا ليس بالموقع الفيزيائي لفرش الماكنة الحقيقية، الذي يكون معتمداً على هيئة لفائف النهاية لملف المنتج ولكنه يعتمد، كما لو اننا جعلنا الفرش تتلامس مباشرة مع موصلات الملفات المعرضة لعملية التبديل. انظر المصدر 3 ص 226

** انظر المرجع 3 ص 284

يمكن كتابة معادلات الفولتية على فرض ان المركبات التي تتضمنها كل لفيفة هي:-

(أ) فولتية الاطراف.
(ب) الهبوط المقاومي.
(جـ) تعامل الفولتية نتيجة للتيار المتغير في اللفيفة ذاتها، أي الفولتية المحتثة ذاتياً، على انها هبوط فولتية.
(د) الفولتيات نتيجة التيارات المتغيرة في جميع اللفائف الاخرى التي تنتج فيضاً يشابك اللفيفة التي تدرس. اي الفولتيات المحتثة تبادلياً.
(هـ) وفي دائرة المنتج الفولتيات المتولدة نتيجة لدوران اللفائف في الفيوض التي تكونها كل التيارات في الملفات ذات المحاور غير الموازية لمحور دائرة المنتج المدروسة، بغض النظر عن كون هذه التيارات تسري في لفائف ثابتة او في المنتج نفسه.

تدعى هذه المعادلات احيانا بمعادلات ماكسويل - لورنتس *(Maxwell - Lorentz)* لذا فإن معادلات الفولتية للماكنة البسيطة المبينة هي كما يلي:

$$
\begin{aligned}
v_{\mathrm{d}} &= R_{\mathrm{a}} i^{\mathrm{d}} + L_{\mathrm{d}} p i^{\mathrm{d}} + G_{\mathrm{dq}} \dot{\theta} i^{\mathrm{q}} + M_{\mathrm{dD}} p i^{\mathrm{D}} \\
v_{\mathrm{q}} &= -G_{\mathrm{qd}} \dot{\theta} i^{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{a}} i^{\mathrm{q}} + L_{\mathrm{q}} p i^{\mathrm{q}} - G_{\mathrm{qD}} \dot{\theta} i^{\mathrm{D}} \\
v_{\mathrm{D}} &= M_{\mathrm{Dd}} p i^{\mathrm{d}} + R_{\mathrm{D}} i^{\mathrm{D}} + L_{\mathrm{D}} p i^{\mathrm{D}}
\end{aligned}
\qquad (5.1)
$$

حيث $\dot{\theta} = d\theta/dt$ هي السرعة الزاوية للمنتج نسبة الى المجال (الساكن) بالدرجات نصف القطرية (نقطرية) الكهربائية لكل ثانية. لذلك لها ابعاد وحدة $(\text{الزمن})^{-1}$. اما G_{dq} و G_{qd} و G_{qD} فهي ثوابت تعتمد على منافذة الدوائر المغناطيسية وترتيب لفائف المنتج والمجال. وبما ان $G_{dq}\,\dot{\theta} i^q$ فولتية فأن G_{dq} وكذلك G_{qd} و G_{qD} يجب ان تكون لها ابعاد (وحدات) محاثة.

وتفسر الاشارة السالبة المرافقة لكل من $G_{qd}\,\dot{\theta} i^d$ و $G_{qD}\,\dot{\theta} i^D$ كما يلي:
لقد تم الفرض ان التيارات الموجبة i^d, i^D تمغنط من اليسار الى اليمين. لذلك فأن موصلات المنتج الواقعة بالقرب من الفرشاة d على جهة اليمين، تولد ق.د.ك عمودية على مستوي هذه الصفحة، اي انها تساعد فولتية الطرف الموجبة v_q في المغنطة عمودياً الى الاعلى. لذلك سوف تكون القوى الدافعة الكهربائية هذه موجبة جميعها على الطرف الايسر من المعادلة، ولكن في الطرف الايمن من المعادلة تكون اشارات القوى الدافعة الكهربائية هذه سالبة بوصفها هبوطاً للفولتية.
بتعليل مشابه يتضح ان الحد $G_{dq}\,\dot{\theta} i^q$ يكون موجباً.

اذا كانت موجات الفيض موزعة في الفراغ بشكل جيبي، فأن القوى الدافعة الكهربائية المتولدة نتيجة الدوران بسرعة $\dot{\theta} = \omega$ سوف تكون مساوية في المقدار تماماً للقوى الدافعة الكهربائية المنتجة في لفيفة ساكنة بوساطة الفيض نفسه الذي يناوب بتردد زاوي مقداره ω، مه انه من الطبيعي ان

الازاحة الزمنية والفراغية بينهما هي $\pi/2$. لذلك وتحت هذه الظروف، فأن $G_{dq} = L_q$ و $G_{qd} = L_d$ و $G_{qD} = M_{dD}$. ومن الطبيعي ان المساواة في القيم السالفة لاتحدث اعتيادياً في المكائن بارزة القطب ذات المبدل لان موجات الفيض في مثل هذه المكائن هي غير جيبية حتى ولو بشكل تقريبي.

يمكن كتابة معادلات الفولتية بطريقة المصفوفة بصيغة **v=Zi**

$$\begin{array}{c|c|} & \\ d & v_d \\ q & v_q \\ D & v_D \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & D \\ \hline d & R_a+L_d p & G_{dq}\dot{\theta} & M_{dD}p \\ q & -G_{qd}\dot{\theta} & R_a+L_q p & -G_{qD}\dot{\theta} \\ D & M_{Dd}p & 0 & R_D+L_D p \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ d & i^d \\ q & i^q \\ D & i^D \end{array} \quad \ldots (5\,.\;2)$$

5 . 2 المعادلات المصفوفية لمكائن قفص السنجاب والمكائن ذات الحلقات المنزلقة

Matrix Equations of Slip - ring and Squirrel - cage Machines

ان اساس تحليل المكائن التي يتم فيها ربط نقاط معينة للفائف الدوار الى حلقات الانزلاق وليس خلال المبدل وكذلك المكائن التي تكون فيها لفائف الدوار مقصورة الدائرة داخلياً المعادلة

(υ = Ri + d/dt تشابك الفيض)

حيث υ هي فولتية الطرف و i التيار و R مقاومة الدائرة. هذه المعادلة تعرف احيانا بمعادلة دائرة ماكسويل.

وبأفتراض الخواص الخطية، أي اهمال تغييرات التشبع، فأن تشابك الفيض لكل لفيفة يمكن ان يعبر عنه بوصفه مجموعاً لتشابك الفيوض التي تنتجها التيارات كل على حدة، اي انها مجموع حاصلات ضرب المحاثة والتيار، على هذا الاساس فأن صيغ معادلات الماكنة ذات عدد من اللفائف تكون كالاتي:

$$\begin{aligned} v_1 &= R_{11}i^1 + \frac{d}{dt}(L_{11}i^1 + M_{12}i^2 + M_{13}i^3 + \ldots) \\ v_2 &= R_{22}i^2 + \frac{d}{dt}(M_{21}i^1 + L_{22}i^2 + M_{23}i^3 + \ldots) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned} \quad (5.3)$$

وبكتابة p لكل d/dt يمكن التعبير عن هذه المعادلات بالشكل الاتي:

$$
\begin{aligned}
v_1 &= R_{11}i^1+p(L_{11}i^1)+p(M_{12}i^2)+p(M_{13}i^3)+\ \dots \\
v_2 &= p(M_{21}i^1)+R_{22}i^2+p(L_{22}i^2)+p(M_{23}i^3)+\ \dots \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}
\qquad (5\ .\ 4)
$$

ومن ثم كما يأتي

$$
\begin{aligned}
v_1 &= (R_{11}+pL_{11})i^1+(pM_{12})i^2+(pM_{13})i^3+\ \dots \\
v_2 &= (pM_{21})i^1+(R_{22}+pL_{22})i^2+(pM_{23})i^3+\ \dots \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots
\end{aligned}
\qquad (5\ .\ 5)
$$

شريطة ان نتذكر ان عوامل التفاضل p تعمل على حاصل ضرب المحاثة داخل القوس والتيار خارج القوس في كل حالة.

وبهذا الشرط نفسه، يمكن كتابة المعادلات بصيغة المصفوفة كما يلي:

$$
\begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ - \end{vmatrix}
=
\begin{vmatrix}
R_{11}+pL_{11} & pM_{12} & pM_{13} & - & - & \\
pM_{21} & R_{22}+pL_{22} & pM_{23} & - & - & \\
- & - & - & - & - &
\end{vmatrix}
\begin{vmatrix} i^1 \\ i^2 \\ - \end{vmatrix}
$$

$$
=
\begin{vmatrix}
R_{11} & & & \\
 & R_{22} & & \\
 & & - &
\end{vmatrix}
\begin{vmatrix} i^1 \\ i^2 \\ - \end{vmatrix}
$$

$$
+p
\begin{vmatrix}
L_{11} & M_{12} & M_{13} & - & \\
M_{21} & L_{22} & M_{23} & - & \\
- & - & - & - &
\end{vmatrix}
\begin{vmatrix} i^1 \\ i^2 \\ - \end{vmatrix}
\qquad \dots\dots\dots\ (5.6)
$$

أو

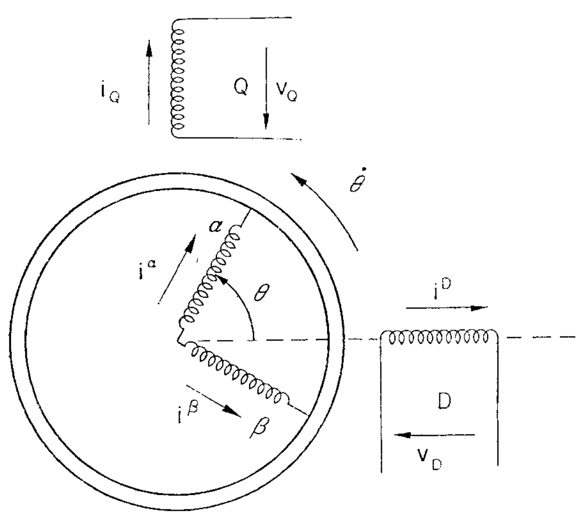
$$
\mathbf{v} = \mathbf{Ri}+p(\mathbf{Li})
$$

حيث تتضمن المصفوفة **L** المحاثات الذاتية والمحاثات المشتركة كليهما.

يجب ان يلاحظ بأنه في حالات عديدة تكون المحاثات دوالّ للموقع الزاوي للدوار وبذلك فهي دوال زمنية. ومع أن المعادلات التفاضلية خطية، لكنها بصورة عامة لاتحتوي على معاملات ثابتة ولايمكن اجراء التكامل عليها بالطرق الرتيبة البسيطة. لذلك يجب ان يكون الهدف الاول هو اجراء تحويلات تؤدي الى معادلات تحوي معاملات ثابتة. وسيتم معالجة ذلك بدراسة الحالة الابسط اولاً، وبالتحديد الماكنة المتوازنة ذات الطورين التي لها فجوة هوائية منتظمة، اي ليست لها اقطاب بارزة. ان تركيب مثل هذه الماكنة يمثل محركاً حثياً ذا طورين.

3 . 5 المعادلة المصفوفية للماكنة المتوازنة ذات الطوارين مع فجوة هوائية منتظمة (الماكنة الحثية)
The Matrix Equation of the Balanced Two - phase Machine with a Uniform Air - gap (Induction Machine)

تأمل ماكنة ذات قطبين بشكل محرك حثي بلفيفتين ذات طورين متوازنين على الساكن والدوار كليهما مع فجوة هوائية متجانسة. وفي الشكل (12) تم تسمية لفائف الساكن بـ D و Q، ولفائف الدوار بـ α و β، وان محور لفيفة الطور ـ α ومحور لفيفة الطور D بينهما زاوية θ تتزايد بدوران الدوار.



شكل (12) ماكنة متوازنة ذات طورين وفجوة هوائية منتظمة.

عكس اتجاه عقارب الساعة لذلك فأن θ هي دالة للزمن و $d\theta/dt$، والتي ستكتب $\dot{\theta}$ ثانية، هي السرعة الزاوية للدوار نسبة الى الساكن.

يمكن التعبير عن فولتية اطراف اللفائف الاربع على انه هبوط فولتية مقاومي وكذلك التعبير عن معدلات تغير تشابك الفيض بدلالة التيارات والمحاثات كما يلي:

$$
\begin{aligned}
v_\alpha &= R_{\alpha\alpha} i^\alpha + p(L_{\alpha\alpha} i^\alpha) + p(M_{\alpha\beta} i^\beta) + p(M_{\alpha D} i^D) + p(M_{\alpha Q} i^Q) \\
v_\beta &= p(M_{\beta\alpha} i^\alpha) + R_{\beta\beta} i^\beta + p(L_{\beta\beta} i^\beta) + p(M_{\beta D} i^D) + p(M_{\beta Q} i^Q) \\
v_D &= p(M_{D\alpha} i^\alpha) + p(M_{D\beta} i^\beta) + R_{DD} i^D + p(L_{DD} i^D) + p(M_{DQ} i^Q) \\
v_Q &= p(M_{Q\alpha} i^\alpha) + p(M_{Q\beta} i^\beta) + p(M_{QD} i^D) + R_{QQ} i^Q + p(L_{QQ} i^Q)
\end{aligned}
\qquad (5.7)
$$

وقبل ان نسترسل في دراستنا يجب علينا ان نحقق في طبيعة هذه المحاثات بما ان الفجوة الهوائية منتظمة. فأن كل المحاثات الذاتية ستكون غير معتمدة على الموقع الزاوي للدوار ويمكن عدها ثابتة اذا اهملت تغييرات التشبع. بهذا الفرض تصبح اللفائف متوازنة.

$$L_{DD} = L_{QQ} = L_s \quad \text{و} \quad L_{\alpha\alpha} = L_{\beta\beta} = L_r$$

حيث ان L_r و L_s هما كميتان ثابتتان.

ومرة اخرى، يبين التماثل في الترتيب انه سوف لايوجد تشابك اي لفيفة من فيض متولد عن تيار في لفيفة تصنع معها زوايا قائمة.وبناء عليه فأن المحاثات التبادلية $M_{\alpha\beta} = M_{\beta\alpha}$ و $M_{DQ} = M_{QD}$ جميعها تساوي صفراً.

اما المحاثات التبادلية الباقية وهي $M_{\beta D} = M_{D\beta}$، $M_{\alpha Q} = M_{Q\alpha}$ ، $M_{\alpha D} = M_{D\alpha}$ و $M_{\beta Q} = M_{Q\beta}$ فتكون كلها دوالّ للزاوية θ وعليه فأنها تكون دوالّ للزمن. من الواضح أن تغير هذه المحاثات مع الزاوية θ يكون دورياً بمدة تناظر دورة واحدة للدوار. ولغرض التبسيط يحبذ ان يتم الفرض بأن تغير هذه المحاثات هو تغير جيبي ، مع ان هذا قد يكون مقارباً الحقيقة من النواحي العملية وبما ان القيمة القصوى لهذه المحاثات تحدث في كل حالة عند انطباق محوري لفيفتين وحيث ان كل ازواج اللفائف التي تم شمولها متشابهة، اضافة الى ذلك تجانس الفجوة الهوائية، فأن القيمة القصوى سوف تكون نفسها في الحالات كلها.

لذلك يمكن كتابة هذه المحاثات بالشكل.

$$M_{\alpha D} = M\cos\theta \qquad M_{\beta D} = M\sin\theta$$
$$M_{\alpha Q} = M\sin\theta \qquad M_{\beta Q} = -M\cos\theta$$

وتكون $M_{\beta Q}$ سالبة لقيم θ التي تقع بين π/2 و π/2 - ، اي تكون قيماً موجبة لـ cos θ ، لأنه بأختيار الاتجاه الموجب في شكل (12)، ينتج التيار الموجب في β مركبة فيض تتشابك مع Q بأتجاه معاكس للفيض المتكون من التيار الموجب في Q نفسها.

بما ان لفائف الدوار متوازنة نقول أن $R_{\alpha\alpha} = R_{\beta\beta} = R_r$ وبالاسلوب نفسه فأن للفائف الساكن المتوازنة يمكن ان يقال فيها إن $R_{DD} = R_{QQ} = R_s$ واذا كانت M ثابتة، فأن معادلات الفولتية تكون بالصيغة التالية:

$$\begin{aligned} v_\alpha &= R_r i^\alpha + L_r p i^\alpha + Mp(\cos\theta i^D) + Mp(\sin\theta i^Q) \\ v_\beta &= R_r i^\beta + L_r p i^\beta + Mp(\sin\theta i^D) - Mp(\cos\theta i^Q) \\ v_D &= Mp(\cos\theta i^\alpha) + Mp(\sin\theta i^\beta) + R_S i^D + L_S p i^D \\ v_Q &= Mp(\sin\theta i^\alpha) - Mp(\cos\theta i^\beta) + R_S i^Q + L_S p i^Q \end{aligned} \qquad (5 . 8)$$

التي يمكن التعبير عنها بصيغة المصفوفة **v=Zi** كما يأتي

$$\begin{array}{c|c|} \alpha & v_\alpha \\ \beta & v_\beta \\ D & v_D \\ Q & v_Q \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & \alpha & \beta & D & Q \\ \alpha & R_r + L_r p & & Mp\cos\theta & Mp\sin\theta \\ \beta & & R_r + L_r p & Mp\sin\theta & -Mp\cos\theta \\ D & Mp\cos\theta & Mp\sin\theta & R_S + L_S p & \\ Q & Mp\sin\theta & -Mp\cos\theta & & R_S + L_S p \end{array} \begin{array}{c|c|} \alpha & i^\alpha \\ \beta & i^\beta \\ D & i^D \\ Q & i^Q \end{array} \qquad (5 . 9)$$

من المفهوم* في المعادلة اعلاه ان عوامل التفاضل "p" لمصفوفة الممانعة **Z** تعمل على حاصل الضرب لدوال θ في **Z** نفسها مع التيارات في المصفوفة **i**.

واذا تم اجراء التفاضل فأن الحدود مثل $Mp(\cos\theta\, i^D)$ ينتج عنها حدان وفي هذه الحالة فأن هذين الحدين هما $M\cos\theta\; p\, i^D - M\sin\theta\theta'\, i^D$ على الرغم من انه لدينا مجموعة من المعادلات

★ في هذا الكتاب، تم الفرض ان p تعمل على جميع الدوال التي تتبعها في الحد المعين في المعادلة الجبرية الكاملة.

التفاضلية الخطية فأن وجود مثل هذه الحدود يبين ان هناك عددا من العوامل تكون دالة للزمن الا اذا كان الدوار في حالة سكون. وهذا تحديد غير مقبول بالطبع. ونحن نفتقر الى طريقة رتيبة بسيطة لحل مثل هذه المعادلات، لذلك يجب ان نبحث عن اساليب لتبديل المتغيرات بحيث نحصل على معادلات يمكننا مكاملتها بطريقة رتيبة وبسيطة. ان المعادلتين الثالثة والرابعة يعطيان مفتاح اللغز اذ من الممكن كتابتهما كالاتي:

$$\begin{aligned} v_D &= Mp(\cos\theta i^\alpha + \sin\theta i^\beta) + R_S i^D + L_S p i^D \\ v_Q &= Mp(\sin\theta i^\alpha - \cos\theta i^\beta) + R_S i^Q + L_S p i^Q \end{aligned} \qquad (5\ .\ 10)$$

واذا ادخلنا متغيرين جديدين i^d ، i^q معرفين كالاتي

$$\begin{aligned} i^d &= \cos\theta i^\alpha + \sin\theta i^\beta \\ i^q &= \sin\theta i^\alpha - \cos\theta i^\beta \end{aligned} \qquad (5\ .\ 11)$$

آنئذ تصبح المعادلتان

$$\begin{aligned} v_D &= Mpi^d + R_S i^D + L_S p i^D \\ v_Q &= Mpi^q + R_S i^Q + L_S p i^Q \end{aligned} \qquad (5\ .\ 12)$$

لذا فقد تحقق هدفنا لهاتين المعادلتين بوساطة التحويل.

$$\begin{array}{c|c|} d & i^d \\ q & i^q \end{array} = \begin{array}{c|cc|} & \alpha & \beta \\ d & \cos\theta & \sin\theta \\ q & \sin\theta & -\cos\theta \end{array} \begin{array}{c|c|} \alpha & i^\alpha \\ \beta & i^\beta \end{array} \qquad \ldots\ldots(5\ .\ 13)$$

بقي ان ندرس تأثير هذا التحويل على المعادلتين الاوليتين:

وقبل ان نتمكن من التعويض عن i^α ، i^β في المعادلتين الاوليتين بدلالة i^d ، i^q يجب ان نحل معادلة التحويل التي تكون صيغتها $\mathbf{i}' = \mathbf{C}^{-1}\,\mathbf{i}$

ان محدد المصفوفة هو 1 - . وبما انها متماثلة، تكون منقولتها هي المصفوفة نفسها. لذلك فأن المعكوس يمكن كتابته كما يلي:-

$$\mathbf{C} = -\begin{array}{c|c|c|} & d & q \\ \hline \alpha & -\cos\theta & -\sin\theta \\ \hline \beta & -\sin\theta & \cos\theta \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|c|} & d & q \\ \hline \alpha & \cos\theta & \sin\theta \\ \hline \beta & \sin\theta & -\cos\theta \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots (5\ .\ 14)$$

الذي هو مرة اخرى مطابق للمصفوفة الاصلية، وعلى هذا الاساس فأن هذه المصفوفة تكون متعامدة وكذلك متماثلة. لذا

$$\begin{aligned} i^{\alpha} &= \cos\theta i^{d} + \sin\theta i^{q} \\ i^{\beta} &= \sin\theta i^{d} - \cos\theta i^{q} \end{aligned} \qquad (5\ .\ 15)$$

وبالتعويض عن i^{α} و i^{β} بالمعادلتين الاوليتين

$$\begin{aligned} v_{\alpha} &= R_{r}(\cos\theta i^{d} + \sin\theta i^{q}) + L_{r}p(\cos\theta i^{d} + \sin\theta i^{q}) \\ &\quad + Mp(\cos\theta i^{D}) + Mp(\sin\theta i^{Q}) \\ v_{\beta} &= R_{r}(\sin\theta i^{d} - \cos\theta i^{q}) + L_{r}p(\sin\theta i^{d} - \cos\theta i^{q}) \\ &\quad + Mp(\sin\theta i^{D}) - Mp(\cos\theta i^{Q}) \end{aligned} \qquad (5\ .\ 16)$$

وبأنجاز عملية التفاضل نحصل على

$$\begin{aligned} v_{\alpha} &= R_{r}(\cos\theta i^{d} + \sin\theta i^{q}) + L_{r}(\cos\theta pi^{d} + \sin\theta pi^{q} - \sin\theta\dot{\theta} i^{d} + \cos\theta\dot{\theta} i^{q}) \\ &\quad + M(\cos\theta pi^{D} + \sin\theta pi^{Q} - \sin\theta\dot{\theta} i^{D} + \cos\theta\dot{\theta} i^{Q}) \\ v_{\beta} &= R_{r}(\sin\theta i^{d} - \cos\theta i^{q}) + L_{r}(\sin\theta pi^{d} - \cos\theta pi^{q} + \cos\theta\dot{\theta} i^{d} + \sin\theta\dot{\theta} i^{q}) \\ &\quad + M(\sin\theta pi^{D} - \cos\theta pi^{Q} + \cos\theta\dot{\theta} i^{D} + \sin\theta\dot{\theta} i^{Q}) \end{aligned} \qquad (5\ .\ 17)$$

من الواضح ان هذه لاتحتوي على معاملات ثابتة، ولكنها معادلات هجينة ذلك لانها تعبر عن v_α ، v_β بدلالة i^d ، i^q ، i^D ، i^Q، عليه يجب علينا اتمام التحويل بالتعبير عن الفولتيات بدلالة v_d و v_q. اما معادلتا الفولتية الثالثة والرابعة فهما بدلالة v_D، v_Q لذلك فأنهما لايحتاجان الى تغيير آخر، لأننا ابقينا على i^D و i^Q في التحويل. من المهم ان نلاحظ انه من المناسب ان لانقوم بالتغيير الى v_d ، v_q قبل انجاز التفاضل، ذلك لان دوال θ الوحيدة المراد اجراء التفاضل عليها هي تلك الدوال الناجمة عن التغيير من i^α ، i^β الى i^d ، i^q. اما دوال θ الناجمة عن التغيير من v_α، v_β الى v_d، v_q يجب ان لايجري تفاضلها.

لقد كانت مصفوفة تحويل التيار هي:

$$\mathbf{C}_t = \begin{array}{c|c|c|} & \alpha & \beta \\ \hline d & \cos\theta & \sin\theta \\ \hline q & \sin\theta & -\cos\theta \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.18)$$

ولقدرة لا متغيرة، فأن مصفوفة تحويل الفولتية تكون منقولة المصفوفة اعلاه، التي هي:

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|c|} & d & q \\ \hline \alpha & \cos\theta & \sin\theta \\ \hline \beta & \sin\theta & -\cos\theta \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.19)$$

لذا

$$\begin{aligned} v_d &= \cos\theta v_\alpha + \sin\theta v_\beta \\ &= R_r(\cos^2\theta i^d + \sin\theta\cos\theta i^q + \sin^2\theta i^d - \sin\theta\cos\theta i^q) \\ &\quad + L_r(\cos^2\theta p i^d + \sin\theta\cos\theta p i^q + \sin^2\theta p i^d - \sin\theta\cos\theta p i^q \\ &\quad - \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^d + \cos^2\theta\dot\theta i^q + \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^d + \sin^2\theta\dot\theta i^q) \\ &\quad + M(\cos^2\theta p i^D + \sin\theta\cos\theta p i^Q + \sin^2\theta p i^D - \sin\theta\cos\theta p i^Q \\ &\quad - \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^D + \cos^2\theta\dot\theta i^Q + \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^D + \sin^2\theta\dot\theta i^Q) \\ &= R_r i^d + L_r p i^d + L_r\dot\theta i^q + M p i^D + M\dot\theta i^Q \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.20) \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} v_q &= \sin\theta v_\alpha - \cos\theta v_\beta \\ &= R_r(\sin\theta\cos\theta i^d + \sin^2\theta i^q - \sin\theta\cos\theta i^d + \cos^2\theta i^q) \\ &\quad + L_r(\sin\theta\cos\theta p i^d + \sin^2\theta p i^q - \sin\theta\cos\theta p i^d + \cos^2\theta p i^q \\ &\quad - \sin^2\theta\dot\theta i^d + \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^q - \cos^2\theta\dot\theta i^d - \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^q) \\ &\quad + M(\sin\theta\cos\theta p i^D + \sin^2\theta p i^Q - \sin\theta\cos\theta p i^D + \cos^2\theta p i^Q \\ &\quad - \sin^2\theta\dot\theta i^D + \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^Q - \cos^2\theta\dot\theta i^D - \sin\theta\cos\theta\dot\theta i^Q) \\ &= R_r i^q + L_r p i^q - L_r\dot\theta i^d + M p i^Q - M\dot\theta i^D \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5.21) \end{aligned}$$

وتصبح المعادلات الاربع السالف ذكرها الآن كما يلي:

$$
\begin{aligned}
v_d &= R_r i^d + L_r p i^d + L_r\dot{\theta} i^q + M p i^D + M\dot{\theta} i^Q \\
v_q &= \quad -L_r\dot{\theta} i^d + R_r i^q + L_r p i^q - M\dot{\theta} i^D + M p i^Q \\
v_D &= \quad M p i^d \quad + R_S i^D + L_S p i^D \\
v_Q &= \quad M p i^q \quad + R_S i^Q + L_S p i^Q
\end{aligned}
\qquad \text{............ (5. 22)}
$$

لذلك فلدينا الآن المعادلات الاربع كلها بمعاملات ثابتة بشرط ان يكون كل من $L_r\dot{\theta}$ و $M\dot{\theta}$ ثابتا. ولما كان كل من L_r و M ثابتين، فأن هذا التحديد يعني كون θ ثابتة. على هذا الاساس فأن الحل بالتطبيق الرتيب لتحويلات لابلاس يقتصر على "سرعة زاوية ثابتة". وهذه المعادلات يمكن كتابتها بطريقة المصفوفة بالصيغة التالية:ـ

$$
\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & v_d \\
q & v_q \\
D & v_D \\
Q & v_Q
\end{array}
=
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & d & q & D & Q \\
d & R_r + L_r p & L_r\dot{\theta} & M p & M\dot{\theta} \\
q & -L_r\dot{\theta} & R_r + L_r p & -M\dot{\theta} & M p \\
D & M p & & R_S + L_S p & \\
Q & & M p & & R_S + L_S p
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & i^d \\
q & i^q \\
D & i^D \\
Q & i^Q
\end{array}
\qquad (5\ .\ 23)
$$

اما التحويل

$$
\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|c|}
 & d & q \\
\alpha & \cos\theta & \sin\theta \\
\beta & \sin\theta & -\cos\theta
\end{array}
$$

فيكون له اهمية عظيمة، ذلك لانه يمكننا من تحديد الأداء تحت ظروف الحالة المستقرة والحالة العابرة للمكائن ذات اللفائف المتعددة الاطوار على الدوار دون ان يكون من الضروري البحث عن طريقة خاصة لتكامل المعادلات التفاضلية ـ على فرض انه يمكننا ايجاد طريقة ما. لقد اصبح حل المعادلات التفاضلية الآن عملية رتيبة وفقاً للطرق "التقليدية" التي نفضلها، وهذه الطرق اما ان تكون طريقة تحويل لابلاس او الطرق العملياتية الاعتيادية.

على اية حال فلأنجاز التحويل الى معادلات ذات معاملات ثابتة ندرج ادناه بعض التحديدات التي يجب العناية بها.

يجب اهمال التغيرات في التشبع.
تغير المحاثة مع الموقع افترض ان يكون جيبياً.
السرعة الزاوية يجب ان تكون ثابتة.
اللفائف يجب ان تكون متوازنة على كلا العضوين (الساكن والدوار).
الفجوة الهوائية يجب ان تكون متجانسة.

لم يتبين لحد الآن انه من الاشياء الاساسية الفرض ان المحاثات تتغير جيبياً مع الموضع، ولكن من السهل اجراء ذلك. فأذا فرض جدلاً ان $M_{\alpha D} = M_1\cos\theta + M_3\cos 3\theta$، فمن الواضح أن التحويل سوف يؤدي الى دوال لمضاعفات θ وأن المعادلات المحّولة الناجمة ستكون معقدة ولن تحتوي على معاملات ثابتة.

ان افتراض كون اللفائف متوازنة له أهمية جزئية فقط، حيث انه من الضروري ان تكون لفائف الدوار متوازنة*، ولكن ليس من الضروري ان تكون ملفات الساكن متوازنة. ينشأ هذا التفريق لاننا لم نحول تيارات لفيفة الساكن بل تم تحويل تيارات الدوار فقط، تفحص المعادلة الاصلية (5.9, 5.8) يبين انه في تلك المرحلة لم يكن هناك فرق في الصيغة بين المعادلات الاربع. لذا كان بأستطاعتنا اختيار المعادلتين الاولى والثانية بدلاً من الثالثة والرابعة لغرض اشتقاق التحويل المناسب، حيث يتحتم علينا حينها تغيير التيارين i^D و i^Q وليس i^α و i^β. في تلك الحالة وجب ان تكون لفائف الساكن، وليس لفائف الدوار، متوازنة.

فضلاً عن ذلك لقد افترضنا ان الفجوة الهوائية منتظمة، وهذا ليس بالامر الضروري حيث ان الساكن قد يكون بارزاً في الحقيقة، وليس الدوار نفسه، وهذا التميز يبرز مرة اخرى حقيقة كوننا حوّلنا تيارات الدوار وليس تيارات الساكن.

اما اذا حولنا تيارات الساكن بدلاً من تيارات الدوار فعند ذلك قد يكون الدوّار بارزاً وليس الساكن.

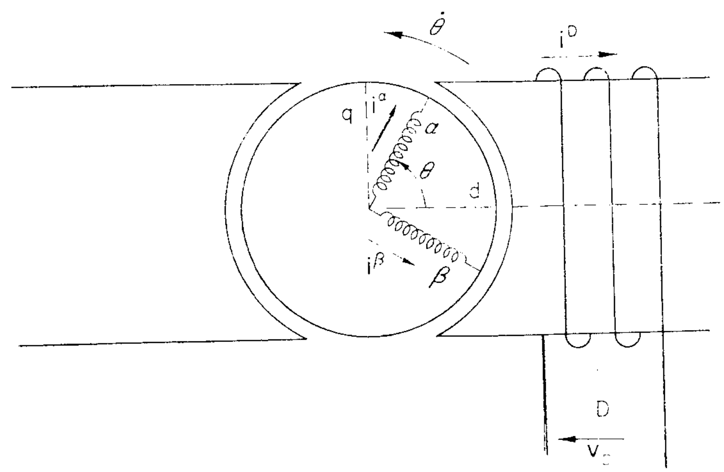
سيتضح لاحقاً انه ليس من الضروري ان تكون لفائف الساكن متوازنة وليس من الضروري ايضاً ان يكون الساكن بارزاً وذلك عند تطبيق التحويل على مثل هذه المنظومة في الفقرة القادمة.
وكون ان الدوار يجب ان يكون "دائرياً" او "عديم البروزات" فهذا يتأتى مباشرة من المتطلبات لأجل الحصول على لفائف متوازنة للدوار وكذلك لفائف ذات محاثة ذاتية ثابتة للساكن.
لقد تم في الاعمال السالفة جميعها ابدال المتطلبات للدوار والساكن كل محل الآخر ذلك لان

* انظر الملحق أ

اختيارنا كان لتحويل i^D و i^Q فضلاً عن تحويل i^α و i^β. اما الامور الباقية فتكون متساوية ومع ذلك، فأن من المفيد اكثر ان نعد انفسنا في حالة سكون نسبة الى الساكن عوضاً عن عدها ساكنة نسبة للدوار، بعدها نطبق التحويل الى التيارات في اللفائف التي تتحرك بعد ذلك بالنسبة الينا، اي تيارات الدوار.

5 . 4 المعادلة المصفوفية لماكنة بارزة القطب ذات منتج دائر بطورين متوازنين (الماكنة التزمنية)
The Matrix Equation of the Balanced Two - phase Revolving - armature Salient - pole Machine (Synchronous Machine)

ان التحويل الذي تم استنتاجه في الفقرة السابقة سوف يطبق الآن على ماكنة ذات عضو ساكن بأقطاب بارزة. يبين الشكل (13) مخططاً تركيبياً لقطبين بارزين مع الاشارة الى لفيفة المجال بالرمز D، اما محاور لفائف الطورين للمنتج فرمز لهما α و β وكذلك رمز الى محوري اللفيفتين الثابتتين المفترضتين، d وq، بحيث يكون محور اللفيفة d منطبقاً على محور اللفيفة D ومحور q يصنع زاوية مقدارها $\pi/2$ مع محور اللفيفة D. ويمثل الموقع اللحظي للمنتج مرة ثانية بوساطة الزاوية θ المحسوبة من محور D الى محور α. على هذا الاساس يكون الاتجاه الموجب للدوران هو عكس اتجاه عقرب الساعة.



شكل (13) ماكنة بارزة القطب بطورين متوازيين

ان معادلات الفولتية بدلالة هذه المصطلحات* هي:

$$\begin{aligned} v_\alpha &= R_{\alpha\alpha}i^\alpha + p(L_{\alpha\alpha}i^\alpha) + p(M_{\alpha\beta}i^\beta) + p(M_{\alpha D}i^D) \\ v_\beta &= p(M_{\beta\alpha}i^\alpha) + R_{\beta\beta}i^\beta + p(L_{\beta\beta}i^\beta) + p(M_{\beta D}i^D) \\ v_D &= p(M_{D\alpha}i^\alpha) + p(M_{D\beta}i^\beta) + R_{DD}i^D + p(L_{DD}i^D) \end{aligned} \qquad (5 . 24)$$

من الضروري الان دراسة كيفية اعتماد مجاميع حدود المحاثات في هذه المعادلات على الزاوية θ. فلماكنة معينة وموجودة، يستطيع احدنا قياس المحاثات لقيم عديدة للزاوية θ على اية حال فللاغراض العامة سوف نفترض ان المحاثات التي تكون قيمها دوالّ دورية للزاوية θ بشكل واضح، يمكن تمثيلها وبدقة كافية بأخذ الحد التوافقي اللاصفري ذي المرتبة الاقل فقط. آنئذ يمكننا تحليل او تجميع القوى الدافعة المغناطيسية والفيوض بوصفها متجهات فراغية. بشكل خاص نستطيع تحليل القوى الدافعة الكهربائية للفائف الى مركباتها على طول محاور التماثل وتحليل الفيوض على محاور التماثل الى مركباتها على طول محاور اللفيفة.

المحاثة $L_{\alpha\alpha}$

ينتج التيار i^α ق.د.مغ مقدارها $N_\alpha i^\alpha$ على محوره، حيث ان N_α هو عدد اللفات المؤثرة للفيفة الطور ـ α وهذه القوة الدافعة المغناطيسية لها مركبة مقدارها $N_\alpha i^\alpha \cos\theta$ بأتجاه d ومركبة مقدارها $N_\alpha i^\alpha \sin\theta$ بأتجاه q.

اذا كانت Λ_d و Λ_q هما انفاذية الدوائر المغناطيسية الرئيسية على المحورين d و q على التوالي، فأن مركبتي الفيض على طول هذين المحورين هما $\Lambda_d N_\alpha i^\alpha \cos\theta$ و $\Lambda_q N_\alpha i^\alpha \sin\theta$ على التوالي. وتكون مركبتا هذه الفيوض على طول محور α هما $\Lambda_d N_\alpha i^\alpha \cos^2\theta$ و $\Lambda_q N_\alpha i^\alpha \sin^2\theta$، وعليه فأن تشابك فيض لفيفة الطور α الذي تسببه الفيوض في الممرات الرئيسية هو

$$\begin{aligned} & N_\alpha(\Lambda_d N_\alpha i^\alpha \cos^2\theta + \Lambda_q N_\alpha i^\alpha \sin^2\theta) \\ &= N_\alpha^2(\Lambda_d \cos^2\theta + \Lambda_q \sin^2\theta)i^\alpha \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5 . 25)$$

اذا كانت هناك انفاذية اضافية λ لمسارات الفيض المتسرب للمنتج، يفترض بأنها لاتعتمد على θ، فأن الفيض المتسرب هو $\lambda N_\alpha i^\alpha$ وتشابك الفيض بسببها هو $N_\alpha^2\lambda i^\alpha = N_\alpha^2(\lambda\cos^2\theta + \lambda\sin^2\theta)i^\alpha$.

* ليس من الضروري بالنسبة لهدفنا الحالي تعقيد الامور بأدخال لفيفة Q "المحور التعامدي" على الساكن، فضلاً عن اللفيفة D "المحور المباشر"

وعلى هذا الاساس فأن تشابك الفيض الكلي يكون

$$N_\alpha^2(\Lambda_d \cos^2\theta + \Lambda_q \sin^2\theta)i^\alpha + N_\alpha^2(\lambda\cos^2\theta + \lambda\sin^2\theta)i^\alpha$$
$$= N_\alpha^2\{(\Lambda_d+\lambda)\cos^2\theta + (\Lambda_q+\lambda)\sin^2\theta\}i^\alpha \qquad \ldots\ldots\ (5\ .\ 26)$$

تبعا لذلك فأن المحاثة الذاتية للفيفة الطور ـ α، التي تكون مساوية لتشابك الفيض لتيار قيمته وحدة واحدة، هي $N_\alpha^2\ \{(\Lambda_d+\lambda)\cos^2\theta+(\Lambda_q+\lambda)\sin^2\theta\}$. واذا اهملنا التغيير نتيجة التشبع فأن N_α و Λ_d و Λ_q و λ جميعها ثوابت، لذلك يمكن كتابة $L_{\alpha\alpha}$ بصيغة $(L_d\cos^2\theta+L_q\sin^2\theta)$، حيث أن $L_d = N_\alpha^2\ (\Lambda_d+\lambda)$ و $L_q = N_\alpha^2\ (\Lambda_q+\lambda)$ ثابتان.
والبديل الاخر لكتابة $L_{\alpha\alpha}$ هو

$$L_{\alpha\alpha} = L_d(1+\cos 2\theta)/2 + L_q(1-\cos 2\theta)/2$$
$$= (L_d+L_q)/2 + \{(L_d-L_q)/2\}\cos 2\theta \qquad (5\ .\ 27)$$

أما المحاثة الممثلة بالمقدار $N_\alpha^2\lambda$ فهي محاثة التسرب l_a للعضو المنتج.

المحاثة $L_{\beta\beta}$

وبسبب كون لفائف الدوار متزنة فالمحاثة الذاتية للطور β سوف تكون مطابقة لتلك التي للطور α عدا ان الزاوية θ يتم ابدالها بالزاوية $(\theta - \pi/2)$. لذا

$$L_{\beta\beta} = L_d\cos^2(\theta-\pi/2) + L_q\sin^2(\theta-\pi/2)$$
$$= (L_d\sin^2\theta + L_q\cos^2\theta) \qquad (5\ .\ 28)$$
$$= (L_d+L_q)/2 - \{(L_d-L_q)/2\}\cos 2\theta$$

المحاثة $M_{\beta\alpha}$

أن مركبتي الفيض الرئيستين اللتين يسببهما التيار i^α قد تم ايجادهما حيث كانتا $\Lambda_d N_\alpha i^\alpha \cos\theta$ و $\Lambda_q N_\alpha i^\alpha \sin\theta$ في الاتجاهين d و q على التعاقب. لذلك فأن المركبتين بأتجاه محور لفيفة**الطور ـ** β تكونان $\Lambda_d N_\alpha i^\alpha \cos\theta\sin\theta$ و $-\Lambda_q N_\alpha i^\alpha \sin\theta\cos\theta$ وأن تشابك الفيض للفيفة الطور ـ β يكون $N_\beta\ (\Lambda_d N_\alpha i^\alpha - \Lambda_q N_\alpha i^\alpha)\sin\theta\cos\theta$.

ولكن بما ان اللفيفتين متوازيتان فأن $N_\beta = N_\alpha$ ويكون التشابك الكلي:

$$N_\alpha^2(\Lambda_d - \Lambda_q) \sin\theta \cos\theta i^\alpha$$

والمحاثة التبادلية تكون

$$\begin{aligned}\{N_\alpha^2(\Lambda_d - \Lambda_q)/2\} \sin 2\theta &= N_\alpha^2[\{(\Lambda_d + \lambda) - (\Lambda_q + \lambda)\}/2] \sin 2\theta \\ &= \{(L_d - L_q)/2\} \sin 2\theta\end{aligned} \tag{5 . 29}$$

المحاثة $M_{\alpha\beta}$

تكون المحاثة $M_{\alpha\beta}$ بالضرورة مساوية الى $M_{\beta\alpha}$، ولكن يمكن اشتقاق قيمتها بالاسلوب نفسه الذي اتبعناه للمحاثة $M_{\beta\alpha}$ اذا رغبنا في ذلك.

المحاثة $M_{D\alpha}$

ان مركبة الفيض الوحيدة التي تتشابك مع اللفيفة D نتيجة التيار i^α هي $\Lambda_d N_\alpha i^\alpha \cos\theta$، لذلك يكون التشابك $N_D N_\alpha \Lambda_d i^\alpha \cos\theta$ والمحاثة التبادلية هي $N_D N_\alpha \Lambda_d \cos\theta$، التي يمكن كتابتها L_{Dd} $\cos\theta$ حيث ان $L_{Dd} = N_D N_\alpha \Lambda_d$ وتكون ثابتا.
اذا نسبت L_{Dd} الى عدد لفات المنتج فستصبح $N_D N_\alpha \Lambda_d (N_\alpha / N_D) = N_\alpha^2 \Lambda_d$ لذلك بالامكان ملاحظة ان حد المحاثة الذاتية للمنتج L_d يمكن عده على انه مجموع حسابي لمحاثة التسرب l_a للمنتج والقيمة القصوى L_{Dd} للمحاثة التبادلية $M_{D\alpha}$ منسوبة الى المنتج.

المحاثة $M_{D\beta}$

أن اشتقاق $M_{D\beta}$ مشابه لاشتقاق $M_{D\alpha}$ عدا ابدال الزاوية θ بالمقدار $(\theta - \pi/2)$ لذلك

$$M_{D\beta} = L_{Dd} \cos(\theta - \pi/2) = L_{Dd} \sin\theta$$

المحاثة L_{DD}

ان المحاثة الذاتية للفيفة المجال لاتعتمد على θ ذلك لأن المنتج، كونه عديم البروزات، يبدي دائما الانفاذية نفسها الى المجال. على هذا الاساس فأن هذه المحاثة بشكلها البسيط تكون L_{DD} وهي كمية ثابتة.

في الوقت الذي يبدو فيه ان استنتاج صيغ المحاثات اعلاه مقبول، لاتظهر بعض التحديدات الملازمة لها. ولكي نسوغ تحليل القوى الدافعة المغناطيسية والفيوض كما تم عمله سلفاً في الصفحة السابقة، من الضروري ان تكون المنظومة خطية، اي اهمال تغيرات التشبع، وكذلك تكون القوى الدافعة المغناطيسية والفيوض المذكورة تتوزع بشكل جيبي حول محيط المنتج. وهذه كلها لاتمثل تحديدات اضافية ذلك لانه من الضروري ايضاً، وكما شاهدنا تواً، عمل الفرضيات نفسها لكي يؤدي التحويل الى معادلات ذات معاملات ثابتة. في التطبيق الحقيقي سوف لايكون توزيع القوى الدافعة المغناطيسية والفيوض بشكل جيبي بحت لكنها سوف تحتوي على توافقيات فراغية*. ضمن هذا المضمار يكون من غير الممكن الاخذ بالحساب اياً من هذه الامور عدا تلك التي ترتبط بمانعة التتابع الصفري، حيث من المهم بالنسبة لها عمل ذلك**.

بما ان لفيفة المنتج متوازنة فأن، $R_{\alpha\alpha} = R_{\beta\beta}$ وكليهما يمكن تمثيله بالمقاومة R_a. ويمكن كتابة معادلات الفولتية الآن كما يلي:

$$\begin{aligned} v_\alpha &= R_a i^\alpha + p(L_d\cos^2\theta + L_q\sin^2\theta)i^\alpha \\ &\quad + p(L_d - L_q)\sin\theta\cos\theta i^\beta + pL_{Dd}\cos\theta i^D \\ v_\beta &= p(L_d - L_q)\sin\theta\cos\theta i^\alpha + R_a i^\beta + p(L_d\sin^2\theta \\ &\quad + L_q\cos^2\theta)i^\beta + pL_{Dd}\sin\theta i^D \\ v_D &= pL_{Dd}\cos\theta i^\alpha + pL_{Dd}\sin\theta i^\beta + R_{DD}i^D + pL_{DD}i^D \end{aligned} \tag{5 . 30}$$

والتي فيها يكون p عاملا على دوال θ والتيارات كليهما.

وهذه المعادلات يمكن كتابتها بصيغة المصفوفة كالاتي:

$$\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \\ D \end{array}\begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_D \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ \alpha \\ \beta \\ D \end{array}\begin{array}{c|c|c} \alpha & \beta & D \\ \hline R_a + p(L_d\cos^2\theta + L_q\sin^2\theta) & p(L_d - L_q)\sin\theta\cos\theta & pL_{Dd}\cos\theta \\ p(L_d - L_q)\sin\theta\cos\theta & R_a + p(L_d\sin^2\theta + L_q\cos^2\theta) & pL_{Dd}\sin\theta \\ pL_{Dd}\cos\theta & pL_{Dd}\sin\theta & R_{DD} + pL_{DD} \end{array}\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \\ D \end{array}\begin{bmatrix} i^\alpha \\ i^\beta \\ i^D \end{bmatrix} \tag{5 . 31}$$

---

* انظر المرجع 6 و 7

** انظر الفصل الثامن ـ الفقرة 5 . 8

حيث اننا يجب ان نتذكر مرة اخرى ان العامل p يعمل على دوال θ في مصفوفة الممانعة وعلى عناصر مصفوفة التيار كليهما.

هناك معنى خاص يمكن اعطاؤه لكل من L_d و L_q ويكون هذا ظاهراً اذا اتم اختبار الماكنة في حالة انطباق محور لفيفة الطور α على محور لفيفة الطور D. اي عندما تكون $\theta=0$. لذا تصبح هذه المعادلات كالاتي:

$$
\begin{aligned}
v_\alpha &= R_a i^\alpha + pL_d i^\alpha + pL_{Dd} i^D \\
v_\beta &= R_a i^\beta + pL_q i^\beta \\
v_D &= pL_{Dd} i^\alpha + R_{DD} i^D + pL_{DD} i^D
\end{aligned}
\qquad (5\ .\ 32)
$$

ولما كانت L_d، L_q و L_{DD} ثوابت، فأن هذه المعادلات يمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$$
\begin{aligned}
v_\alpha &= R_a i^\alpha + L_d p i^\alpha + L_{Dd} p i^D \\
v_\beta &= R_a i^\beta + L_q p i^\beta \\
v_D &= L_{Dd} p i^\alpha + R_{DD} i^D + L_{DD} p i^D
\end{aligned}
\qquad (5\ .\ 33)
$$

من هذه المعادلات يمكن الملاحظة ان L_d هي المحاثة الذاتية للفيفة احد الاطوار للعضو الدوار عند تطابق محوره مع محور المجال، و L_q هي المحاثة الذاتية عندما يكون بزاوية قائمة مع محور المجال*. ان L_d سوف تكون القيمة القصوى لمحاثة لفيفة المنتج اعتيادياً وتكون L_q القيمة الصغرى.

سنقوم الان بتطبيق التحويل نفسه المستخدم لماكنة ذات فجوة هوائية منتظمة ولكن بصيغة المصفوفة.

مما تجدر الاشارة اليه انه ليس ضرورياً ان يتم تحويل التيار i^D، في ضوء ذلك تكون مصفوفة التحويل التامة هي

---

* هذا صحيح فقط للفائف الطورين وليس للفائف ذات ثلاثة اطوار. انظر الفقرة 8 . 5 (نهاية الفصل الثامن).

$$
\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & D \\ \hline
\alpha & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \hline
\beta & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ \hline
D & 0 & 0 & 1 \\ \hline
\end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5\,.\,34)
$$

من ناحية ثانية، مثل هذا التحويل لايعد صعباً لـ $\mathbf{C_tZC}$ البسيطة. وفي المعادلة $\mathbf{v} = \mathbf{Zi}$ المعطاة بدلالة المحاور α ، β، D. فأن كل p في المصفوفة $\mathbf{Z}$ تعمل على حاصل ضرب دوال θ في $\mathbf{Z}$ والتيارات $\mathbf{i}$. اما في المعادلة الوسطية $\mathbf{v} = \mathbf{ZCi'}$ والتي ابدل فيها $\mathbf{Ci'}$ محل $\mathbf{i}$، فأن كل p في $\mathbf{Z}$ تعمل على حاصل الضرب الثلاثي لدوال θ في $\mathbf{Z}$، وتلك للمصفوفة $\mathbf{C}$، وتيارات $\mathbf{i'}$، التي هي في المحاور d، q، D. على هذا الاساس فمن الضروري صياغة حاصل ضرب $\mathbf{ZCi'}$ ومن ثم انجاز عمليات التفاضل قبل الضرب السابق بالمصفوفة $\mathbf{C_t}$ للحصول على $\mathbf{v'}$، كما اشير اليه في بداية هذا الفصل (الفقرة 5 . 1).

لهذا السبب فقد ابقي المعامل p لتمييزه عن الاعداد المركبة لتحويل لابلاس المشار اليه في هذا المضمار بالرمز s.

$$
\mathbf{ZC} = \begin{array}{c|c|c|c|}
 & \alpha & \beta & D \\ \hline
\alpha & R_a + L_d p\cos^2\theta + L_q p\sin^2\theta & (L_d - L_q)\times p\sin\theta\cos\theta & L_{Dd}p\cos\theta \\ \hline
\beta & (L_d - L_q)\times p\sin\theta\cos\theta & R_a + L_d p\sin^2\theta + L_q\, p\cos^2\theta & L_{Dd}p\sin\theta \\ \hline
D & L_{Dd}p\cos\theta & L_{Dd}p\sin\theta & R_{DD} + L_{DD}p \\ \hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & D \\ \hline
\alpha & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \hline
\beta & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ \hline
D & 0 & 0 & 1 \\ \hline
\end{array}
\quad (5\,.\,35)
$$

$$
\mathbf{ZCi'} = \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & D \\ \hline
\alpha & R_a\cos\theta + L_d p\cos\theta & R_a\sin\theta + L_q p\sin\theta & L_{Dd}p\cos\theta \\ \hline
\beta & R_a\sin\theta + L_d p\sin\theta & -R_a\cos\theta - L_q p\cos\theta & L_{Dd}p\sin\theta \\ \hline
D & L_{Dd}p & 0 & R_{DD} + L_{DD}p \\ \hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\ \hline
d & i^d \\ \hline
q & i^q \\ \hline
D & i^D \\ \hline
\end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c|c|}
\alpha & R_a\cos\theta i^d + L_d p(\cos\theta i^d) + R_a\sin\theta i^q + L_q p(\sin\theta i^q) + L_{Dd}p(\cos\theta i^D) \\ \hline
\beta & R_a\sin\theta i^d + L_d p(\sin\theta i^d) - R_a\cos\theta i^q - L_q p(\cos\theta i^q) + L_{Dd}p(\sin\theta i^D) \\ \hline
D & L_{Dd}p i^d \qquad + R_{DD}i^D + L_{DD}p i^D \\ \hline
\end{array}
\quad (5\,.\,36)
$$

$$= \begin{array}{c|c|} \alpha & \begin{array}{l} R_a \cos\theta i^d + L_d \cos\theta p i^d + R_a \sin\theta i^q + L_q \sin\theta p i^q + L_{Dd} \cos\theta p i^D \\ \quad -L_d \sin\theta\,.\,\dot{\theta} i^d \qquad\qquad +L_q \cos\theta\,.\,\dot{\theta} i^q \qquad -L_{Dd} \sin\theta\,.\,\dot{\theta} i^D \end{array} \\ \hline \beta & \begin{array}{l} R_a \sin\theta i^d + L_d \sin\theta p i^d - R_a \cos\theta i^q - L_q \cos\theta p i^q + L_{Dd} \sin\theta p i^D \\ \quad +L_d \cos\theta\,.\,\dot{\theta} i^d \qquad\qquad +L_q \sin\theta\,.\,\dot{\theta} i^q \qquad +L_{Dd} \cos\theta\,.\,\dot{\theta} i^D \end{array} \\ \hline D & L_{Dd} p i^d \qquad\qquad + R_{DD} i^D + L_{DD} p i^D \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & D \\ \hline \alpha & \begin{array}{c} R_a \cos\theta + L_d \cos\theta p \\ -L_d \sin\theta\,.\,\dot{\theta} \end{array} & \begin{array}{c} R_a \sin\theta + L_q \sin\theta p \\ +L_q \cos\theta\,.\,\dot{\theta} \end{array} & \begin{array}{c} L_{Dd} \cos\theta p \\ -L_{Dd} \sin\theta\,.\,\dot{\theta} \end{array} \\ \hline \beta & \begin{array}{c} R_a \sin\theta + L_d \sin\theta p \\ +L_d \cos\theta\,.\,\dot{\theta} \end{array} & \begin{array}{c} -R_a \cos\theta - L_q \cos\theta p \\ +L_q \sin\theta\,.\,\dot{\theta} \end{array} & \begin{array}{c} L_{Dd} \sin\theta p \\ +L_{Dd} \cos\theta\,.\,\dot{\theta} \end{array} \\ \hline D & L_{Dd} p & & R_{DD} + L_{DD} p \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c|c|} d & i^d \\ \hline q & i^q \\ \hline D & i^D \\ \hline \end{array} \qquad (5\,.\,37)$$

حيث ان p الان تعمل مع التيار الذي يليها فقط.

لاكمال التحويل فأن هذه يجب ان تضرب ضرباً سابقاً بمنقولة **C** التي تساوي المصفوفة **C** نفسها ذلك لانها متماثلة. واذا تم انجاز هذا الضرب وتم تبسيط مصفوفة الممانعة الناتجة، سنجد ان

$$\begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & D \\ \hline d & R_a + L_d p & L_q \dot{\theta} & L_{Dd} p \\ \hline q & -L_d \dot{\theta} & R_a + L_q p & -L_{Dd} \dot{\theta} \\ \hline D & L_{Dd} p & & R_{DD} + L_{DD} p \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5\,.\,38)$$

لذا ففي مثل هذه الحالة يؤدي التحويل الى معادلات تفاضلية خطية ذات معاملات ثابتة بصيغة.

$$\begin{array}{c|c|} d & v_d \\ \hline q & v_q \\ \hline D & v_D \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & D \\ \hline d & R_a + L_d p & L_q \dot{\theta} & L_{Dd} p \\ \hline q & -L_d \dot{\theta} & R_a + L_q p & -L_{Dd} \dot{\theta} \\ \hline D & L_{Dd} p & & R_{DD} + L_{DD} p \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c|c|} d & i^d \\ \hline q & i^q \\ \hline D & i^D \\ \hline \end{array} \quad \ldots (5\,.\,39)$$

شريطة ان تكون السرعة ثابتة.

سوف يلاحظ ان مصفوفة الممانعة هذه تكون مطابقة لتلك التي لماكنة الميتادين (المعادلة 2 . 5) واذا تم الفرض ان الفيوض للميتاداين مشابهة للفيوض في الماكنة ثنائية الطور من حيث انها تتوزع بشكل دالة جيبية حول الفجوة الهوائية. ان هذه النتيجة مهمة بصورة خاصة في كونها تؤكد التطابق الاساسي للانواع المختلفة في المكائن الكهربائية.

لقد بينا عرضياً، ان توازن لفائف الساكن ليس شرطاً اساسياً، ذلك لاننا حصلنا على معاملات ثابتة بأخذ لفيفة واحدة فقط من لفائف الساكن، وهي على وجه التحديد D.

5 . 5 صيغة مصفوفة الممانعة المحّولة — The Form of the Transformed Matrix

بدلالة المحاور المرجعية (d، q، D)، تتألف مصفوفة الممانعة **Z** من ثلاثة اجزاء

1 . مصفوفة مقاومة

R =

	d	q	D
d	R_a		
q		R_a	
D			R_{DD}

التي تكون قطرية

2 . مصفوفة محاثة **L** معطاة بمعاملات *p* بالشكل

وهي

G =

	d	q	D
d		L_q	
q	$-L_d$		$-L_{Dd}$
D			

التي تكون متماثلة

3 - مصفوفة تكونها معاملات $\theta^{\cdot}$ التي اعطي لها الرمز **G**

		d	q	D
$\mathbf{L} =$	d	L_d		L_{Dd}
	q		L_q	
	D	L_{Dd}		L_{DD}

التي ليس لها صيغة واضحة

ان المصفوفتين الاوليتين من هذه المصفوفات هما المقاومات والمحاثات التي قد توجد في ماكنة ساكنة فيها المحوران d و D متطابقان. اما المصفوفة الثالثة **G**، فلها عناصر من السطرين d و q فقط اللذان وضعاً بدلاً من اللفيفتين المتحركتين α و β وينتج عن هذه العناصر مركبات للفولتية تتناسب مع السرعة. اي انها من الفولتيات المتولدة نتيجة الحركة الدورانية.

لذا يمكن كتابة معادلة الفولتية كما يلي:

$$\mathbf{v} = \mathbf{Zi} = (\mathbf{R}+\mathbf{L}p+\mathbf{G}\dot{\theta})\mathbf{i} = \mathbf{Ri}+\mathbf{L}p\mathbf{i}+\mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i} \quad \text{............} \quad (5\ .\ 40)$$

ان معادلة الفولتية للماكنة ذات الفجوة الهوائية المنتظمة بلفائف طورين متوازنة والمعطاة في الفقرة 3 . 5 (المعادلة 23 . 5) يمكن تمثيلها بالطريقة نفسها.

ان اعتبار المصفوفة **Z** متألفة من الاجزاء الثلاثة السالفة يقود الى طريقة منظمة في كتابة مصفوفة الممانعة بدلالة المحاور المرجعية "الثابتة" d، q، D كالاتي:-

1 . اكتب الحدود التي تمثل مقاومات اللفائف على القطر الرئيسي للمصفوفة ولما كانت d و q تنسب الى العضو عديم البروز، فأن قيم مقاوماتها تكون مساوية لقيم مقاومات اللفائف المتوازنة لذلك العضو. اما تلك التي تنسب الى العضو الاخر فأنها تكون قيماً حقيقية والسبب في ذلك هو ان هذه المحاور لم يتم تحويلها.

2 . اكتب على القطر الرئيسي ايضاً الحدود الحاوية على L_p المناظرة للمحاثات الذاتية للفائف. ولايكون L_d و L_q هنا متساويين اذا كان العضو الاخر ذا بروز حتى لو كانت اللفائف متطابقة طبعاً.

3 . اكتب الرمز Mp في حدود المحاثات التبادلية حيثما كان للفائف محوراً مشتركاً. وسيظهر كل حد مرتين، لان الحدود التبادلية تكون متماثلة دائما.

4 . عندما تظهر Lp او Mp في سطر ما مبدلة تلك التي تناظرها في اللفائف المتحركة (أي في سطر d او q) اكتب $L\dot{\theta}$ أو $M\dot{\theta}$ في العمود نفسه للسطر الآخر الذي يشبهه (اي في سطر q او d)، وحدد هذه مقدما في السطر q بأشارة سالبة.

بتطبيق هذه الخطوات على الماكنة المبينة في الشكل (13) ستكون نتائج الخطوات المتعددة كما يلي:

1 .

	d	q	D
d	R_a		
q		R_a	
D			R_{DD}

2 .

	d	q	D
d	$L_d p$		
q		$L_q p$	
D			$L_{DD} p$

3 .

	d	q	D
d			$L_{dD} p$
q			
D	$L_{dD} p$		

4 . الحدول الوثيقة الصلة في المصفوفتين اعلاه هي

	d	q	D
d	$L_d p$		$L_{dD} p$
q		$L_q p$	
D			

التي تؤدي الى

	d	q	D
d		$L_q \dot{\theta}$	
q	$-L_d \dot{\theta}$		$-L_{dD} \dot{\theta}$
D			

بأضافة هذه الى نتائج الخطوات 1، 2 و 3 اعلاه تكون المصفوفة الكاملة

	d	q	D
d	$R_a+L_d p$	$L_q\dot{\theta}$	$L_{dD} p$
q	$-L_d\dot{\theta}$	$R_a+L_q p$	$-L_{dD}\dot{\theta}$
D	$L_{dD} p$		$R_{DD}+L_{DD} p$

.... (5 . 41)

من المهم ان نلاحظ ان هذه الاجراءات تؤدي الى نتائج صحيحة بغض النظر عن عدد اللفائف على عضوي الماكنة.

لذا فأن مصفوفة الممانعة لماكنة اكثر تعقيداً يمكن كتابتها بأستخدام هذه الخطوات الرتيبة بدلالة محاور مثل d ، q ، D ، Q بشرط ان الماكنة تتكيف مع التحديدات المذكورة ادناه.

5 . 6 تحديدات هذه الطريقة — Limitations of the Methad

من المفيد مراجعة الموقف في هذه المرحلة.
ان المعادلات الاساسية للمنظومة الكهروديناميكية [electro - dynamic] هي بالاساس معادلات تكاملية تفاضلية [integro - differential]. وفي معظم تحليلات المكائن الكهربائية تختصر هذه المعادلات في الغالب الى معادلات تفاضلية بدون اجراء تفاضل لاحق وذلك لان تأثير المتسعة يمكن اهماله*.

ان الحل الرتيب لمثل هذه المعادلات بأستخدام تحويلات لابلاس يكون محدودا لمعادلات ذات معاملات ثابتة ويتضمن حل مجموعة من المعادلات الانية الخطية، التي يكون من المناسب حلها بدلالة مصفوفة. لذا فأن هذه الطريقة الخاصة للحل تكون محدودة للاجهزة التي لها معادلات تفاضلية تكون عواملها ثابتة او انها يمكن تحويلها بوساطة التحويل الخطي الى معادلات ذات عوامل ثابتة، ان المكائن التي تستجيب لهذا الشرط هي:

1 . المكائن ذات المبدل، التي يمكن كتابة معادلاتها كما هي لماكنة الميتاداين التي ورد ذكرها في الصفحة الاولى من هذا الفصل.

---

* ان هذا لايعني ان ربط متسعات خارجية للمكائن لايمكن حسبانه دون تعقيد اضافي.

2 . المكائن متعددة الاطوار التي تكون

(أ) لفائف احد اعضائها موزعة بأنتظام بشكل لفائف متعددة الاطوار متوازنة ـ ويشمل ذلك ايضاً لفائف قفص السنجاب . اما لفائف العضو الاخر فأنها قد تكون موزعة او متمركزة، متوازنة او غير متوازنة (الفقرة 4 . 5).

(ب) تكون لفائفها المتوازنة على عنصر عديم البروز، اي الذي يكون سطحه اسطوانيا. وهذا امر ضروري لامكانية الحصول على لفائف متوازنة، ولكن هذا يسبب ايضاً محاثة ذاتية ثابتة للفائف العضو الاخر، ذلك لان انفاذية دوائرها المغناطيسية لاتعتمد على الموقع الزاوي للعضوين الفقرة (5.4). وقد يكون العضو الاخر ذو بروزات او عديم البروز (الفقرة 3 . 5).

(ج) قد تهمل فيها التوافقيات الفراغية. وهذا يكافيء الحاجة الى ان المحاثات تتغير تغيراً جيبياً مع الموقع. (آخر الفقرة 3 . 5).

لكل من المكائن متعددة الطور وذات المبدل من الضروري ان تفترض ان:ـ

(أ) تغيرات التشبع يمكن اهمالها. وهذا مهم لكي لاتكون المحاثات دوال للتيارات (الفقرة3 . 5).

(ب) تكون السرعة الزاوية ثابتة. وتأثير هذه هو جعل الحدود التي تحتوي على $\dot{\theta}$ ثابتة.

وبكلام قاطع ليس هذا بالامر الاساسي، لكن اذا لم يفترض هذا فمن الضروري معرفة معادلة العزم الالي بحيث ان $\dot{\theta}$ (وكذلك $\ddot{\theta}$) يمكن حذفها.

اما صيغة المعادلات الناتجة من هذا الحذف ومن ثم امكانية الحل الرتيب فتعتمد على الحالة المعينة تحت الدراسة.

على الرغم من التحديدات النظرية لثبوت السرعة، يمكن استخدام الطريقة الرتيبة للحلول التقريبية لمسائل التسارع والتذبذب بشرط ان تكون ثوابت الزمن الالية كبيرة جداً بالمقارنة مع ثوابت الزمن الكهربائية. وهذا الفرض اعتيادي ويسوغ في اغلب حالات المكائن الدوّارة.

ان التحديدات الاخرى تعني ان هذه الطريقة لايمكن استخدامها للمكائن التي يكون كلا عضويها بارزاً، كما في المنوبات ذات المحث، او للمكائن ذات اللفائف غير المتوازنة على كلا جانبي الفجوة الهوائية، كما في المولد التزامني احادي الطور (المنّوب). في مثل هذه الحالات من الممكن كتابة المعادلات بدلالة محاور اللفيفة الحقيقية، لكن التحويل لايؤدي الى معاملات ثابتة، لذلك فهي لاتقدم اي نفع. ان امكانية حل هذه المعادلات من عدمه يعتمد على الحالة المعينة، وعلى اية افتراضات (اذا كانت موجودة) تبسيطية يمكن تسويغها.

لقد تم مناقشة المنوب احادي الطور في الفصل الثالث عشر الفقرة 6 . 13.

ولتجنب الاعادة في التحليلات، عدا الفروقات الصغيرة، وضعت ثلاثة تحديدات اضافية بدون ان تفقد هذه التحليلات عموميتها:

(أ) سيتم توضيح المكائن ذات القطبين فقط بصورة تخطيطية ومن ثم تحليلها لغرض تجنب الغموض مع اختلاف الزوايا الالية والكهربائية. ولتطبيق النتائج على المكائن المتعددة الاقطاب سيكون من الضروري تقليل السرعة مع زيادة العزم وفقا لعدد ازواج الاقطاب.
ان هذا يكافيء اخذ $\theta^{\cdot}$ بوصفها سرعة زاوية كهربائية في الحالات جميعها بحيث انه للمكائن متعددة الاقطاب ستكون السرعة الزاوية فيها $\theta^{\cdot}/p$ والعزم pT، حيث p عدد ازواج الاقطاب و T القدرة الالية مقسومة على السرعة الزاوية الكهربائية، اي ان العزم كما هو لماكنة ذات قطبين.

(ب) بما ان المكائن ذات المبدل هي المكائن التي يكون من الملائم تركيبها وتحليلها على انها مكائن ذات منتج دائر، فسوف يفترض في كل الحالات ان الدوار هو العضو الذي ليس له بروزات عند التطرق الى اللفائف ذات الاطوار المتعددة او اللفائف من النوع ذي المبدل.
ان معادلات المكائن ذات المجال الدوار تكون مطابقة، بالطبع، لتلك التي لها عضو انتاج دوّار عدا مايخص بعض التفاصيل مثل اتجاه الدوران الذي يعد موجباً. على اية حال فأن معادلات هذه المكائن يمكن اشتقاقها مباشرة بالطريقة نفسها تماما اذا رغبنا في ذلك.

(ج) وبسبب كون بعض الدوائر تكون (مصبات) بالضرورة، وفي بعض الحالات تكون الدوائر جميعها كذلك، فمن المناسب معاملة الدوائر كلها في المكائن جميعها على انها مصبات. وهذا يعني ان المكائن جميعها تعامل بوصفها محركات، او بالاحرى بأستخدام الاصطلاحات المتعارف عليها اعتيادياً عند عدّ المكائن محركات. على هذا الاساس فإن قدرة الطرف السالبة والقدرة الآلية الخارجة السالبة تشير الى عملية التوليد.

وللحصول على معادلات مولدات متوافقة مع اصطلاحات التوليد المعتادة، سيكون من الضروري تغيير اتجاهات تيارات المنتج المتعارف عليها. لذلك سيكون ضرورياً تغيير اشارات العناصر في الاعمدة المناظرة في مصفوفة الممانعة.

يمكن حل المسألة بأستخدام اصطلاحات "المحرك" بوصفه بديلاً اخر على ان تتغير اشارات تيارات المنتج بكونها مرحلة نهائية. وهذه الطريقة الاخيرة هي اقل عرضة للخطأ.

الفصل السادس

العلاقات الرياضية للعزم

The Torque Expressions

6.1 تمهيد

يتضمن التحليل التالي ايجاد العزم بدلالة التيارات بأعتماد مبدأ حفظ الطاقة. لقد افترضنا بأن جزء القدرة الكهربائية الداخلة الذي لايمكن تخزينه بشكل آخر سيظهر على انه قدرة آلية (ميكانيكية) خارجة. فالقدرة الكهربائية الداخلة قد تخزن بشكل طاقة تقترن مع المجالات المغناطيسية او الكهربائية او تبدو بشكل اشعاع كهرومغناطيسي او حرارة، واما ان تتحول الى الصيغة الآلية المطلوبة. لقد افترض ان متسعات وفولتيات المنظومة تكون صغيرة جداً بحيث ان الطاقة التي تقترن مع المجالات الكهربائية في اي وقت يمكن اهمالها كلياً، لذلك فأن الطاقة التي يعتنى بها هي التي في المجالات المغناطيسية.

اما الطاقة المتمثلة بالاشعاع الكهرومغناطيسي فهي كمية صغيرة وتافهة عند معدلات تغير التيارات التي يصادف حدوثها بصورة طبيعية في المكائن الكهربائية لذا يمكن ان تهمل ايضاً.

من الواضح أن الطاقة ستفقد بشكل حرارة نتيجة لمقاومة الاسلاك والتخلفية المغناطيسية وكذلك التيارات الدوامة في الاجزاء الحديدية من الدائرة المغناطيسية. على اية حال، فلفرضنا الحالي يجب ان نعد محاثات المنظومة ولأي موقع معين لاتعتمد على التيارات كما تم التطرق اليه سلفاً. وهذا يكافيء التعويض عن دارة التخلفية بخط مستقيم يمر بنقطة الاصل، اي مايعادل أهمال تغييرات التشبع والتخلفية كليهما.

بما ان التيارات الدوامة يجب أهمالها ايضاً في التحليلات البسيطة، فالنتيجة هي أن القدرة الكهربائية الداخلة يفترض ان تحسب على انها مجموع للقدرة التي تزيد من طاقة المجالات المغناطيسية والقدرة المتبددة بشكل حرارة بصيغة مفاقيد I^2R والقدرة الخارجة في هيئة شغل آلي.

قد يتم عمل الافتراض الأخير ايضاً اذا ابدلنا دارة التخلفية بخط منحنٍ مفرد يمر عبر نقطة الأصل، أي أذا أخذت تغيرات التشبع في الحساب واهملت تغيرات التخلفية، فأن التمثيلات الرياضية للعزم التي تنتج عن ذلك لايمكن تطبيقها مباشرة وببساطة على المكائن الكهربائية، لكنه تم اشتقاقها في الملحق (ب).

وعند أهمال تأثير تغييرات التشبع، فالمحاثات ستكون دالة للزاوية θ وحدها حيث θ هي الموقع الزاوي للدوّار.

6 . 2 الطاقة المخزونة في المجالات المغناطيسية
The Energy Stord in the Magnetic Fields

لغرض استنتاج علاقة رياضية لعزم الماكنة، فمن الضروري اولاً ايجاد قيمة الطاقة المخزونة في المجالات المغناطيسية. فعند أهمال التشبع والتخلفية فأن الطاقة المغناطيسية ستعتمد على المحاثات والتيارات وحدها في اللحظة المعتنى بها. وهي لاتعتمد على الأساليب التي تم بوساطتها الوصول الى تلك الحالة. لذلك أذا فرضنا انه قد تم تنظيم المحاثات أولاً ومن ثم تم رفع التيارات من الصفر الى قيمها المحددة. بسبب ثبوت المحاثات خلال عملية الشحن، فأن معادلة الفولتية $\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + p(\mathbf{Li})$ ستختزل الى $\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + \mathbf{L}p\mathbf{i}$ مثلا، تكون معادلات الفولتية لمنظومة ذات ثلاث لفائف كما يلي:

$$
\begin{aligned}
v_1 &= R_{11}i^1 + L_{11}\frac{di^1}{dt} + M_{12}\frac{di^2}{dt} + M_{13}\frac{di^3}{dt} \\
v_2 &= M_{21}\frac{di^1}{dt} + R_{22}i^2 + L_{22}\frac{di^2}{dt} + M_{23}\frac{di^3}{dt} \\
v_3 &= M_{31}\frac{di^1}{dt} + M_{32}\frac{di^2}{dt} + R_{33}i^3 + L_{33}\frac{di^3}{dt}
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

وبضرب هذه المعادلات بالتيارات i^1، i^2 و i^3 على التوالي وبالجمع نحصل على القدرة الداخلة الكلية على الأطراف كالآتي:

$$
\begin{aligned}
i^1v_1 + i^2v_2 + i^3v_3 = {} & R_{11}(i^1)^2 + L_{11}i^1\frac{di^1}{dt} + M_{12}i^1\frac{di^2}{dt} + M_{13}i^1\frac{di^3}{dt} \\
& + R_{22}(i^2)^2 + L_{22}i^2\frac{di^2}{dt} + M_{21}i^2\frac{di^1}{dt} + M_{23}i^2\frac{di^3}{dt} \\
& + R_{33}(i^3)^2 + L_{33}i^3\frac{di^3}{dt} + M_{31}i^3\frac{di^1}{dt} + M_{32}i^3\frac{di^2}{dt}
\end{aligned}
\tag{6.2}
$$

من هذا المجموع، يتضح ان المقدار $R_{11}(i^1)^2 + R_{22}(i^2)^2 + R_{33}(i^3)^2$ هو القدرة المتبددة في المقاومات، ولكون الماكنة في حالة سكون، فأن ماتبقى من المجموع يجب ان تكون القدرة المخزونة في المجالات المغناطيسية. وهذه القدرة يمكن التعبير عنها بصيغة المصفوفة، اذا رغبنا، بالشكل

$$
\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline i^1 & i^2 & i^3 \\ \hline \end{array} \end{array}
\begin{array}{c|ccc|}
 & 1 & 2 & 3 \\ \hline
1 & L_{11} & M_{12} & M_{13} \\
2 & M_{21} & L_{22} & M_{23} \\
3 & M_{31} & M_{32} & L_{33} \\ \hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\ \hline
1 & \mathrm{d}i^1/\mathrm{d}t \\
2 & \mathrm{d}i^2/\mathrm{d}t \\
3 & \mathrm{d}i^3/\mathrm{d}t \\ \hline
\end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline i^1 & i^2 & i^3 \\ \hline \end{array} \end{array}
\begin{array}{c|ccc|}
 & 1 & 2 & 3 \\ \hline
1 & L_{11}p & M_{12}p & M_{13}p \\
2 & M_{21}p & L_{22}p & M_{23}p \\
3 & M_{31}p & M_{32}p & L_{33}p \\ \hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\ \hline
1 & i^1 \\
2 & i^2 \\
3 & i^3 \\ \hline
\end{array}
\qquad \text{..........} \ (6.3)
$$

وبملاحظة أن $M_{21} = M_{12}$، . . . . الخ، وبأجراء التكامل بالنسبة للزمن ابتداءاً من الحالة الابتدائية الصفرية نحصل على القدرة الكلية المخزونة كما يلي:

$$
\int_0^t \left\{ L_{11}i^1 \frac{\mathrm{d}i^1}{\mathrm{d}t} + L_{22}i^2 \frac{\mathrm{d}i^2}{\mathrm{d}t} + L_{33}i^3 \frac{\mathrm{d}i^3}{\mathrm{d}t} + M_{12}\left(i^1 \frac{\mathrm{d}i^2}{\mathrm{d}t} + i^2 \frac{\mathrm{d}i^1}{\mathrm{d}t}\right) \right.
$$

$$
\left. + M_{23}\left(i^2 \frac{\mathrm{d}i^3}{\mathrm{d}t} + i^3 \frac{\mathrm{d}i^2}{\mathrm{d}t}\right) + M_{31}\left(i^3 \frac{\mathrm{d}i^1}{\mathrm{d}t} + i^1 \frac{\mathrm{d}i^3}{\mathrm{d}t}\right) \right\} \mathrm{d}t
$$

$$
= \int_0^{i^1} L_{11}i^1\,\mathrm{d}i^1 + \int_0^{i^2} L_{22}i^2\,\mathrm{d}i^2 + \int_0^{i^3} L_{33}i^3\,\mathrm{d}i^3
$$

$$
+ \int_{0,\,0}^{i^1,\,i^2} M_{12}(i^1\,\mathrm{d}i^2 + i^2\,\mathrm{d}i^1) + \int_{0,\,0}^{i^2,\,i^3} M_{23}(i^2\,\mathrm{d}i^3 + i^3\,\mathrm{d}i^2)
$$

$$
+ \int_{0,\,0}^{i^3,\,i^1} M_{31}(i^3\,\mathrm{d}i^1 + i^1\,\mathrm{d}i^3)
$$

$$
= \tfrac{1}{2}L_{11}(i^1)^2 + \tfrac{1}{2}L_{22}(i^2)^2 + \tfrac{1}{2}L_{33}(i^3)^2
$$

$$
+ M_{12}i^1i^2 + M_{23}i^2i^3 + M_{31}i^3i^1 \qquad \text{............} \ (6\ .\ 4)
$$

$$
= \tfrac{1}{2}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline i^1 & i^2 & i^3 \\ \hline \end{array} \end{array}
\begin{array}{c|ccc|}
 & 1 & 2 & 3 \\ \hline
1 & L_{11} & M_{12} & M_{31} \\
2 & M_{12} & L_{22} & M_{23} \\
3 & M_{31} & M_{23} & L_{33} \\ \hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\ \hline
1 & i^1 \\
2 & i^2 \\
3 & i^3 \\ \hline
\end{array}
= \tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t\mathbf{L}\mathbf{i} \qquad \text{......} \ (6\ .\ 5)
$$

للحالة العامة، يضرب طرفي معادلة الفولتية ضرباً سابقاً بالمقدار $\mathbf{i}_t$ للحصول على معادلة القدرة

$$\mathbf{i}_t\mathbf{v} = \mathbf{i}_t\mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{i}_t\mathbf{L}p\mathbf{i} \tag{6 . 6}$$

أن **R** هي الآن مصفوفة قطرية، لذلك فالمقدار العددي $\mathbf{i}_t\mathbf{R}\mathbf{i}$ هو بصيغة

$$\sum_{k=1\ldots n} i^k R_{kk} i^k = \sum_{k=1\ldots n} R_{kk}(i^k)^2$$

حيث n عدد الدوائر. لذلك فأن $\mathbf{i}_t\mathbf{R}\mathbf{i}$ هو القدرة الكلية المتبددة بشكل حرارة في مقاومات المنظومة.

بما أن المنظومة ساكنة، فلاتوجد قدرة آلية خارجة، وان القدرة الداخلة $\mathbf{i}_t\mathbf{v}$ من الممكن ان تخزن او تتبدد بشكل حرارة نتيجة لذلك فأن القدرة التي تم خزنها هي $\mathbf{i}_t\mathbf{L}p\mathbf{i} = \mathbf{i}_t\mathbf{L}(\mathrm{d}\mathbf{i}/\mathrm{d}t)$. ولذلك فالقدرة المخزونة هي

$$\int_0^t \mathbf{i}_t\mathbf{L}\frac{\mathrm{d}\mathbf{i}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t$$

الآن $\mathbf{i}_t\mathbf{L}(\mathrm{d}\mathbf{i}/\mathrm{d}t)$ هي كمية عددية، لذا فهي مساوي لمنقولتها $(\mathrm{d}\mathbf{i}/\mathrm{d}t)_t\mathbf{L}_t\mathbf{i}$، والتي تكون مساوية الى $(\mathrm{d}\mathbf{i}_t/\mathrm{d}t)\mathbf{L}\mathbf{i}$، ذلك لأن **L** متماثلة وعليه فهي مساوية لمنقولتها، ولما كانت مشتقة المنقولة مساوية الى منقولة المشتقة نفسها، فأن

$$\begin{aligned}\int_0^t \mathbf{i}_t\mathbf{L}\frac{\mathrm{d}\mathbf{i}}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t &= \frac{1}{2}\int_0^t\left\{\mathbf{i}_t\mathbf{L}\frac{\mathrm{d}\mathbf{i}}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}\mathbf{i}_t}{\mathrm{d}t}\mathbf{L}\mathbf{i}\right\}\mathrm{d}t\\ &= \frac{1}{2}\int_0^t\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{i}_t\mathbf{L}\mathbf{i})\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\Big[\mathbf{i}_t\mathbf{L}\mathbf{i}\Big]_0^{i}\\ &= \tfrac{1}{2}\,\mathbf{i}_t\mathbf{L}\mathbf{i}\end{aligned} \tag{6 . 7}$$

كما سبق.

6 . 3 علاقات العزم Torque Expressions

هناك علاقتان رياضيتان بديلتان للعزم، أحداهما مستنتجة من معادلة الفولتية (6 . 5)، والاخرى من معادلة الماكنة ذات المبدل (2 . 5)، او من المعادلة المحوّلة (40 . 5). وهذه المعادلات تكون ذات صيغ متطابقة.

6 . 3 . 1 أشتقاق علاقة العزم من المعادلة $\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + p\,(\mathbf{Li})$

في المنظومة التي تمت دراستها في الفقرة (2 . 5)، حيث كانت التيارات i^1، i^2 ، . . . . الخ هي التيارات الحقيقية وكانت المحاثات دوالٍ للموقع الزاوي. أن معادلة الفولتية لهذه المنظومة بصيغة المصفوفة هي

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathbf{Li}) \qquad \text{.............} \quad (6 . 8)$$

تبصر في هذه المنظومة خلال حركتها من موقع زاوي θ الى موقع $\theta + \Delta\theta$، فبأخذ فولتيات طرف ملائمة قدرها $\mathbf{v}$ آنئذ يتم الحفاظ على ثبوت التيارات جميعها. بما أن التيارات ثابتة. عندئذ تكون $\mathrm{d}\mathbf{i}/\mathrm{d}t$ مصفوفة صفرية وبذلك تختزل معادلة الفولتية الى الصيغة التالية:ـ

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + \frac{\mathrm{d}\mathbf{L}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i} \qquad \text{..........} \quad (6 . 9)$$

ولمنظومة تحتوي على ثلاث لفائف فإن المعادلة اعلاه يتم توسيعها الى

$$\begin{aligned} v_1 &= R_{11}i^1 + \frac{\mathrm{d}L_{11}}{\mathrm{d}t}i^1 + \frac{\mathrm{d}M_{12}}{\mathrm{d}t}i^2 + \frac{\mathrm{d}M_{13}}{\mathrm{d}t}i^3 \\ v_2 &= R_{22}i^2 + \frac{\mathrm{d}M_{21}}{\mathrm{d}t}i^1 + \frac{\mathrm{d}L_{22}}{\mathrm{d}t}i^2 + \frac{\mathrm{d}M_{23}}{\mathrm{d}t}i^3 \\ v_3 &= R_{33}i^3 + \frac{\mathrm{d}M_{31}}{\mathrm{d}t}i^1 + \frac{\mathrm{d}M_{32}}{\mathrm{d}t}i^2 + \frac{\mathrm{d}L_{33}}{\mathrm{d}t}i^3 \end{aligned} \qquad (6 . 10)$$

وبضرب هذه المعادلات بالتيارات i^1، i^2 و i^3 على التوالي وجمعها نحصل على القدرة الكلية الداخلة الى الاطراف بالشكل.

$$i^1 v_1 + i^2 v_2 + i^3 v_3 = R_{11}(i^1)^2 + (i^1)^2 \frac{dL_{11}}{dt} + i^1 i^2 \frac{dM_{12}}{dt} + i^1 i^3 \frac{dM_{13}}{dt}$$
$$+ R_{22}(i^2)^2 + i^2 i^1 \frac{dM_{21}}{dt} + (i^2)^2 \frac{dL_{22}}{dt} + i^2 i^3 \frac{dM_{23}}{dt}$$
$$+ R_{33}(i^3)^2 + i^3 i^1 \frac{dM_{31}}{dt} + i^3 i^2 \frac{dM_{32}}{dt} + (i^3)^2 \frac{dL_{33}}{dt} \quad \ldots (6\ .\ 11)$$

وهنا يمثل المقدار $\{R_{11}(i^1)^2 + R_{22}(i^2)^2 + R_{33}(i^3)^2\}$ مرة اخرى القدرة المتبددة في المقاومات. ولكون المنظومة في حالة حركة، فأن المقدار المتبقي يتضمن كلا من القدرة المخزونة مغناطيسيا والقدرة التي تحولت الى شكل آلي. أن مجموع الازدياد في الطاقة المخزونة والطاقة المتحولة هو

$$\int_0^t \left\{(i^1)^2 \frac{dL_{11}}{dt} + (i^2)^2 \frac{dL^{22}}{dt} + (i^3)^2 \frac{dL_{33}}{dt} + 2i^1 i^2 \frac{dM_{12}}{dt} + 2i^2 i^3 \frac{dM_{23}}{dt} + 2i^3 i^1 \frac{dM_{31}}{dt}\right\} dt$$
$$= \int_{L_{11}}^{L_{11}+\Delta L_{11}} (i^1)^2 \, dL_{11} + \int_{L_{22}}^{L_{22}+\Delta L_{22}} (i^2)^2 \, dL_{22}$$
$$+ \int_{L_{33}}^{L_{33}+\Delta L_{33}} (i^3)^2 \, dL_{33} + \int_{M_{12}}^{M_{12}+\Delta M_{12}} 2i^1 i^2 \, dM_{12}$$
$$+ \int_{M_{23}}^{M_{23}+\Delta M_{23}} 2i^2 i^3 \, dM_{23} + \int_{M_{31}}^{M_{31}+\Delta M_{31}} 2i^3 i^1 \, dM_{31}$$
$$= (i^1)^2 \Delta L_{11} + (i^2)^2 \Delta L_{22} + (i^3)^2 \Delta L_{33} + 2i^1 i^2 \Delta M_{12} + 2i^2 i^3 \Delta M_{23} + 2i^3 i^1 \Delta M_{31} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6\ .\ 12)$$

أما الطاقة المخزونة الابتدائية فقد كانت

$$\tfrac{1}{2}(i^1)^2 L_{11} + \tfrac{1}{2}(i^2)^2 L_{22} + \tfrac{1}{2}(i^3)^2 L_{33} + i^1 i^2 M_{12} + i^2 i^3 M_{23} + i^3 i^1 M_{31}$$

وتكون الطاقة المخزونة النهائية

$$\tfrac{1}{2}(i^1)^2 (L_{11} + \Delta L_{11}) + \tfrac{1}{2}(i^2)^2 (L_{22} + \Delta L_{22}) + \tfrac{1}{2}(i^3)^2 (L_{33} + \Delta L_{33})$$
$$+ i^1 i^2 (M_{12} + \Delta M_{12}) + i^2 i^3 (M_{23} + \Delta M_{23}) + i^3 i^1 (M_{31} + \Delta M_{31})$$

بحيث يكون الازدياد في الطاقة المخزونة

$$\tfrac{1}{2}(i^1)^2\,\Delta L_{11}+\tfrac{1}{2}(i^2)^2\,\Delta L_{22}+\tfrac{1}{2}(i^3)^2\,\Delta L_{33}+i^1i^2\,\Delta M_{12}+i^2i^3\,\Delta M_{23}+i^3i^1\,\Delta M_{31}$$

وهذه بالضبط نصف مجموع الزيادة في الطاقة المخزونة والطاقة المتحولة الى قدرة آلية . من هذا فأن الطاقة المتحولة الى قدرة آلية هي ايضاً

$$\tfrac{1}{2}(i^1)^2\,\Delta L_{11}+\tfrac{1}{2}(i^2)^2\,\Delta L_{22}+\tfrac{1}{2}(i^3)^2\,\Delta L_{33}+i^1i^2\,\Delta M_{12}+i^2i^3\,\Delta M_{32}+i^3i^1\,\Delta M_{31}$$

بما أن الزاوية التي دارت بها الماكنة هي $\Delta\theta$، فأن متوسط العزم سيكون

$$\tfrac{1}{2}(i^1)^2\frac{\Delta L_{11}}{\Delta\theta}+\tfrac{1}{2}(i^2)^2\frac{\Delta L_{22}}{\Delta\theta}+\tfrac{1}{2}(i^3)^2\frac{\Delta L_{33}}{\Delta\theta}+i^1i^2\frac{\Delta M_{12}}{\Delta\theta}+i^2i^3\frac{\Delta M_{23}}{\Delta\theta}+i^3i^1\frac{\Delta M_{31}}{\Delta\theta}$$

ويكون العزم، بأخذ غاية $\Delta\theta$ عندما تقترب من الصفر، كما يلي

$$\tfrac{1}{2}(i^1)^2\frac{\partial L_{11}}{\partial\theta}+\tfrac{1}{2}(i^2)^2\frac{\partial L_{22}}{\partial\theta}+\tfrac{1}{2}(i^3)^2\frac{\partial L_{33}}{\partial\theta}+i^1i^2\frac{\partial M_{12}}{\partial\theta}+i^2i^3\frac{\partial M_{23}}{\partial\theta}+i^3i^1\frac{\partial M_{31}}{\partial\theta}$$

$$=\tfrac{1}{2}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}1&2&3\end{array}\\ \begin{bmatrix} i^1 & i^2 & i^3\end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{c|ccc|} & 1 & 2 & 3\\ \hline 1 & \frac{\partial L_{11}}{\partial\theta} & \frac{\partial M_{12}}{\partial\theta} & \frac{\partial M_{13}}{\partial\theta}\\ 2 & \frac{\partial M_{21}}{\partial\theta} & \frac{\partial L_{22}}{\partial\theta} & \frac{\partial M_{23}}{\partial\theta}\\ 3 & \frac{\partial M_{31}}{\partial\theta} & \frac{\partial M_{32}}{\partial\theta} & \frac{\partial L_{33}}{\partial\theta}\\ \hline\end{array}\begin{array}{c|c|} 1 & i^1\\ 2 & i^2\\ 3 & i^3 \end{array} \qquad \ldots\ldots\ (6\,.\,13)$$

$$=\tfrac{1}{2}\,\mathbf{i}_t\,\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial\theta}\,\mathbf{i}$$

جرت العادة على استخدام رمز التفاضل الجزئي على أساس احتمال وجود درجات أخرى من الحرية. مثلاً، قد يكون الدوار حراً بحيث يتحرك محورياً.

أن معادلة القدرة في الحالة العامة هي

$$\mathbf{i}_t\mathbf{v} = \mathbf{i}_t\mathbf{R}\mathbf{i}+\mathbf{i}_t \frac{d\mathbf{L}}{dt}\mathbf{i}$$

بما أن $\mathbf{i}_t\mathbf{R}\mathbf{i}$ هي القدرة المتبددة، فأن $\mathbf{i}_t(d\mathbf{L}/dt)\mathbf{i}$ يجب أن يكون مجموع القدرة المخزونة و القدرة المتحولة الى صيغة آلية.

أذا حدثت الآن أزاحة متناهية في الصغر قدرها $\Delta\theta$ في زمن Δt مع تغيير مناظر في المحاثة $\Delta\mathbf{L}$، فأن الطاقة المخزونة الابتدائية هي $(½)\mathbf{i}_t\mathbf{L}\mathbf{i}$ والطاقة المخزونة النهائية هي

$$\tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t(\mathbf{L}+\Delta\mathbf{L})\mathbf{i} = \tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t\mathbf{L}\mathbf{i}+\tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t\,\Delta\mathbf{L}\mathbf{i}.$$

لذا فأن الزيادة في الطاقة المخزونة هي $(½)\mathbf{i}_t\Delta\mathbf{L}\mathbf{i}$. بما أن Δt كمية عددية، يمكننا ان نقسم عليه للحصول على معدل الازدياد في الطاقة المخزونة، عندما تقترب Δt من الصفر كما يأتي

$$\tfrac{1}{2}\,\mathbf{i}_t\,\frac{\Delta\mathbf{L}}{\Delta t}\,\mathbf{i} \rightarrow \tfrac{1}{2}\,\mathbf{i}_t\,\frac{d\mathbf{L}}{dt}\,\mathbf{i}$$

لذا فأن الطاقة التي تكون مخزونة هي $(½)\mathbf{i}_t(d\mathbf{L}/dt)\mathbf{i}$، وتبعاً لذلك فالقدرة المتحولة هي

$$\begin{aligned}\mathbf{i}_t\frac{d\mathbf{L}}{dt}\mathbf{i}-\tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t\frac{d\mathbf{L}}{dt}\mathbf{i} &= \tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t\frac{d\mathbf{L}}{dt}\mathbf{i}\\ &= \tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t\frac{\partial\mathbf{L}}{\partial\theta}\,\frac{d\theta}{dt}\mathbf{i}\\ &= \tfrac{1}{2}\mathbf{i}_t\frac{\partial\mathbf{L}}{\partial\theta}\,\dot{\theta}\mathbf{i} \qquad \text{............ (6 . 14)}\end{aligned}$$

ولكون السرعة الزاوية $\dot{\theta}$ هي كمية عددية، يسمح بتقسيم القدرة عليها للحصول على العزم T لقطبين بشكل $(½)\,\mathbf{i}_t(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)\mathbf{i}$.

لماكنة تحتوي على p من ازواج الاقطاب، تقسم القدرة المتحولة على السرعة الزاوية الآلية θ'/p للحصول على العزم بشكل $\mathbf{i}(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)\mathbf{i}(p/2)$، أو pT حيث T هو العزم لقطبين كما في اعلاه.

أن العزم يعتمد على حالة المنظومة في المدة المعينة من الزمن فقط وشأنه في ذلك شأن الطاقة المخزونة، ويستقل تماماً عن الكيفية التي بوساطتها تم أيصال المنظومة الى هذه الحالة. لذا فأن هذه العلاقة سارية المفعول تحت جميع الظروف وهي ليست محددة بأي شكل بتسلسل الخطوات المستخدمة في اشتقاقها.

تحويل $\partial\mathbf{L}/\partial\theta$

حالما يتم تحديد عناصر $\partial\mathbf{L}/\partial\theta$ لحالة خاصة، يمكن تحويل المصفوفة $\partial\mathbf{L}/\partial\theta$ الى نظم أخرى من المحاور أذا تطلّب الأمر ذلك. فبتطبيق هذا على مصفوفة الممانعة (5 . 31) نحصل على

$$\mathbf{L} = \begin{array}{c|c|c|c|} & \alpha & \beta & D \\ \hline \alpha & L_d\cos^2\theta + L_q\sin^2\theta & (L_d - L_q)\sin\theta\cos\theta & L_{Dd}\cos\theta \\ \hline \beta & (L_d - L_q)\sin\theta\cos\theta & L_d\sin^2\theta + L_q\cos^2\theta & L_{Dd}\sin\theta \\ \hline D & L_{Dd}\cos\theta & L_{Dd}\sin\theta & L_{DD} \\ \hline \end{array} \quad (6\ .\ 15)$$

وبأجراء تفاضل هذه المصفوفة نحصل على

$$\frac{\partial\mathbf{L}}{\partial\theta} = \begin{array}{c|c|c|c|} & \alpha & \beta & D \\ \hline \alpha & -(L_d - L_q)\sin 2\theta & (L_d - L_q)\cos 2\theta & -L_{Dd}\sin\theta \\ \hline \beta & (L_d - L_q)\cos 2\theta & (L_d - L_q)\sin 2\theta & L_{Dd}\cos\theta \\ \hline D & -L_{Dd}\sin\theta & L_{Dd}\cos\theta & 0 \\ \hline \end{array} \quad \ldots (6\ .\ 16)$$

التي يمكن تحويلها الى المحاور (D, q, d) بوساطة منظومة التحويل المعطاة في المعادلة (5 . 34) وبالطريقة نفسها التي تم فيها تحويل الممانعة.

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \theta}\mathbf{C} = \begin{array}{c|ccc|} & \alpha & \beta & D \\ \hline \alpha & -(L_d-L_q)\sin 2\theta & (L_d-L_q)\cos 2\theta & -L_{Dd}\sin\theta \\ \beta & (L_d-L_q)\cos 2\theta & (L_d-L_q)\sin 2\theta & L_{Dd}\cos\theta \\ D & -L_{Dd}\sin\theta & L_{Dd}\cos\theta & 0 \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|ccc|} & d & q & D \\ \hline \alpha & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \beta & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ D & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|ccc|} & d & q & D \\ \hline \alpha & -(L_d-L_q)\sin\theta & -(L_d-L_q)\cos\theta & -L_{Dd}\sin\theta \\ \beta & (L_d-L_q)\cos\theta & -(L_d-L_q)\sin\theta & L_{Dd}\cos\theta \\ D & 0 & -L_{Dd} & 0 \\ \hline \end{array} \qquad \text{.........} \; (6\,.\,17)$$

لذا فأن

$$\mathbf{C}_t \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \theta}\mathbf{C}$$

$$= \begin{array}{c|ccc|} & \alpha & \beta & D \\ \hline d & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ q & \sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ D & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|ccc|} & d & q & D \\ \hline \alpha & -(L_d-L_q)\sin\theta & -(L_d-L_q)\cos\theta & -L_{Dd}\sin\theta \\ \beta & (L_d-L_q)\cos\theta & -(L_d-L_q)\sin\theta & L_{Dd}\cos\theta \\ D & 0 & -L_{Dd} & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|ccc|} & d & q & D \\ \hline d & 0 & -(L_d-L_q) & 0 \\ q & -(L_d-L_q) & 0 & -L_{Dd} \\ D & 0 & -L_{Dd} & 0 \\ \hline \end{array} \qquad \text{...........} \; (6\,.\,18)$$

على هذا الاساس يكون العزم المتولد في ماكنة ثنائية الطور ذات قطبين بارزين

$$\frac{1}{2}\; \begin{array}{|ccc|} d & q & D \\ \hline i^d & i^q & i^D \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|ccc|} & d & q & D \\ \hline d & & -(L_d-L_q) & \\ q & -(L_d-L_q) & & -L_{Dd} \\ D & & -L_{Dd} & \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|} d & i^d \\ q & i^q \\ D & i^D \\ \hline \end{array} \qquad (6\,.\,19)$$

6 . 3 . 2 اشتقاق علاقة العزم من المعادلة $\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + \mathbf{L}p\mathbf{i} + \mathbf{G}\theta^{\cdot}\mathbf{i}$

أن معادلة الفولتية (40 . 5) بعد تحويلها الى محاور مرجعية "ثابتة" المعطاة في الفصل الخامس بشكل

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ri}+\mathbf{L}p\mathbf{i}+\mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i} \qquad \text{.........} \ (6 . 20)$$

والمعادلة المصفوفية (3 . 5) للماكنة ذات المبدل المعطاة في الفقرة (1 . 5) من الفصل الخامس أيضاً يمكن كتابتها بالطريقة نفسها، مع انه في تلك الحالة لم يكن من الضروري ان تنسب **G** الى **L**.

اذا ضربنا هذه المعادلة بالمقدار $\mathbf{i}_t$، حصلنا على معادلة القدرة بشكل

$$\mathbf{i}_t\mathbf{v} = \mathbf{i}_t\mathbf{Ri}+\mathbf{i}_t\mathbf{L}p\mathbf{i}+\mathbf{i}_t\mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i} \qquad \text{...............} \ (6 . 21)$$

الطرف الايسر من هذه المعادلة هو القدرة الكلية الداخلة الى الاطراف جميعها، اما الطرف الايمن فيحتوي على ثلاثة حدود. فالحد الاول $\mathbf{i}_t\mathbf{Ri}$ هو مجموع مفاقيد I^2R كلها؛ والحد الثاني $\mathbf{i}_t\mathbf{L}p\mathbf{i}$ هو القدرة التي تكون مخزونة، كما تم استنتاجها في أخر الفقرة (2 . 6)؛ والحد الثالث هو $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\theta^{\cdot}\mathbf{i}$. من ذلك ينتج أن $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\theta^{\cdot}\mathbf{i}$ ليس بالقدرة المتبددة ولا المخزونة منها، بل هو القدرة المتحولة الى صيغة آلية. وفي حالة قسمتها على المقدار العددي للسرعة الزاوية $\theta^{\cdot}$ فأنها تعطي العزم لقطبين T بصفة $\mathbf{i}_t\mathbf{Gi}$.

فيما يخص الماكنة ذات عدد p من أزواج الاقطاب، تقسم $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\theta^{\cdot}\mathbf{i}$ على السرعة الزاوية الآلية $\theta^{\cdot}/p$ للحصول على العزم بصفة $p\mathbf{i}_t\mathbf{Gi}$ أو pT، حيث T هو العزم لقطبين كما في اعلاه.

يمكن استخدام معادلات العزم هذه حيثما تكون المحاور "ثابتة"، أي تكون في حالة سكون بنسبة بعضها لبعض، او اذا تم اشتقاقها من المحاور السالفة بوساطة تحويل اشتمل على عناصر ثابتة فقط. مثل هذا التحويل تنتج عنه مصفوفة ممانعة جديدة تكون عناصرها ثابتة مشابهة لعناصر المصفوفة التي تم اشتقاق هذه المصفوفة منها. بما أن اغلب المعضلات تحل بأيجاد التيارات بدلالة المحاور الثابتة في البداية فأن التعبير $\mathbf{i}_t\mathbf{Gi}$ يستخدم عادة بصورة اكثر من التعبير $(\frac{1}{2})\mathbf{i}_t(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)\mathbf{i}$. ذلك لان الاخير يمكن تطبيقه بصورة مباشرة لمحاور اللفيفة الحقيقية نفسها فقط او لمحاور ساكنة نسبة الى اللفائف التي تمثلها. لذا قد يستخدم الأخير هذا ايضاً للمحاور الثابتة اذا تم تحديد $\partial\mathbf{L} / \partial\theta$ أولاً في محاور اللفائف الحقيقية ومن ثم تحول الى محاور ثابتة بالصيغة الاعتيادية $\mathbf{C}_t(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)\mathbf{C}$ كما جاء في المثال الخاص بتحويل $\partial\mathbf{L}/\partial\theta$ في البند 1 . 3 . 6 السالف.

اما فيما يخص الماكنة التزامنية ذات الطورين التي تمت دراستها ضمن الفقرة 4 . 5. فأن العزم يكون

$$
\mathbf{i_t G i} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & q & D \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|c|c} i^d & i^q & i^D \end{array}\right] \end{array}
\begin{array}{c|c|c|c}
 & d & q & D \\
\hline
d & & L_q & \\
q & -L_d & & -L_{Dd} \\
D & & &
\end{array}
\begin{array}{c|c}
d & i^d \\
q & i^q \\
D & i^D
\end{array}
\quad \ldots (6\;.\;22)
$$

مما يجدر الاهتمام به هو مقارنة هذه العلاقة مع العلاقة الرياضية للعزم (19 . 6)، المشتقّة من $\partial\mathbf{L}/\partial\theta$ بعد التحويل الى المحاور d, q, D.

مع انه واضح تماماً أن $\mathbf{G} \neq (½)\,(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)$؛ فكلتا علاقتي العزم تختزل الى $(L_d - L_q)\, i^d i^q$ — $- L_{Dd} i^q i^D$. أن هذه النتيجة تساعدنا في التذكر بأنه لاتوجد عملية قسمة في جبر المصفوفات وان كلاً من $\mathbf{i_t}$ و $\mathbf{i}$ مصفوفة انفرادية ليس لها معكوس. لذلك فمن غير الصحيح اساساً محاولة تقسيم كلا طرفي المعادلة الحقيقية $\mathbf{i_t G i} = \mathbf{i_t}\,(½)\,(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)\mathbf{i}$ على $\mathbf{i_t}$ و $\mathbf{i}$ في محاولة للبرهنة على أن $\mathbf{G}$ و $(½)\,(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)$ متساويان، والواضح ان هذا غير صحيح.

ان هذه الصعوبة رغم صغرها يمكن توضيحها كما يلي: أن اي مصفوفة، وكذلك $\mathbf{G}$، يمكن ان يعبر عنها بصفة مجموع مصفوفة متماثلة ومصفوفة متماثلة تخالفياً كما يلي:-

$$
\mathbf{G} = \begin{array}{c|c|c|c}
 & d & q & D \\
\hline
d & & L_q & \\
q & -L_d & & -L_{Dd} \\
D & & &
\end{array}
$$

$$
= \frac{1}{2} \begin{array}{c|c|c|c}
 & d & q & D \\
\hline
d & & -(L_d - L_q) & \\
q & -(L_d - L_q) & & -L_{Dd} \\
D & & -L_{Dd} &
\end{array}
$$

$$
+ \frac{1}{2} \begin{array}{c|c|c|c}
 & d & q & D \\
\hline
d & & (L_d + L_q) & \\
q & -(L_d + L_q) & & -L_{Dd} \\
D & & L_{Dd} &
\end{array}
\quad \ldots\ldots\ldots (6\;.\;23)
$$

أذن

$$= \mathbf{G}_{sym} + \mathbf{G}_{skew}$$

$$T = \mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i} = \mathbf{i}_t\mathbf{G}_{sym}\mathbf{i} + \mathbf{i}_t\mathbf{G}_{skew}\mathbf{i} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (6\ .\ 24)$$

أن حاصل ضرب مقدار مثل $\mathbf{i}_t\mathbf{G}_{skew}\mathbf{i}$، والذي يعرف "بالصيغة التربيعية متماثلة تخالفياً"، هو صفر دائماً*. ولكون هذا أصبح كذلك، فأن $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i}=\mathbf{i}_t\mathbf{G}_{sym}\mathbf{i}$ وسيلاحظ ان $\mathbf{G}_{sym}$ هو في الحقيقة مساوٍ الى $(\frac{1}{2})(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)$.

على هذا الاساس فأن العزم يمكن اشتقاق علاقته اما من $(\frac{1}{2})\mathbf{i}_t(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)$ أو من $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i}$ ايهما يكون ملائماً للحالة الخاصة تحت الدراسة.

6 . 4 متوسط عزم الحالة المستقرة في مكائن التيار المتناوب
The Mean Steady - state Torque in A.C. Machines

لقد جرى التحليل السابق بدلالة تيارات لحظية او تيارات مستمرة، اي تيارات حقيقية بالمعنى الرياضي. أما أذا تبصرنا في ظروف الحالة المستقرة بدلالة الاعداد المركبة، فسيكون من الضروري ابدال $\mathbf{i}_t$ بمترافقه $\mathbf{i}_t^*$ في كل مكان، وأخذ الجزء الحقيقي للمقدار $\mathbf{i}_t^*\mathbf{G}\mathbf{i}$، كما يمكن بيانه بأعادة التحليل مع الملاحظة ان p سوف تعوض بالعامل $j\omega$ وفي هذه الحالة يمكن الحصول على معادلة القدرة من معادلة الفولتية بالضرب السابق بالمقدار $\mathbf{i}_t^*$ واخذ الاجزاء الحقيقية بعد ذلك.

عندما يراد أيجاد العزم بدلالة فولتيات الاطراف سوف يكون للتيارات جميعها مقام مشترك هو المحدد Δ لمصفوفة الممانعة بما ان Δ مقدار عددي فأن Δ^* في مقام $\mathbf{i}_t^*$ و Δ في مقام $\mathbf{i}$ يمكن أن يكونا سوية بصفة $\Delta^*\Delta$.

علينا أن نتذكر ان حاصل الضرب هذا يكون كله حقيقيا دائما ومساويا الى $|\Delta|^2$، الذي هو مربع مقدار Δ. وهذا مما يجعل من السهل معرفة الاجزاء الحقيقية من $\mathbf{i}_t^*\mathbf{G}\mathbf{i}$ التي قد تكتب $\mathrm{Re}\,\mathbf{I}_t^*\mathbf{G}\mathbf{I}$.

6 . 5 أتجاه العزم — Direction of Torque

لقد بينّا أن $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i}$ يمثل القدرة الكهربائية التي تم تحويلها إلى قدرة آلية فأذا كانت موجبة تكون القدرة الآلية الخارجة لذلك موجبة ايضاً ويكون كل من العزم الكهروديناميكي والسرعة الزاوية بالاتجاه نفسه. من وجهة النظر الرياضية اذا كان $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i}$ موجبة، فأن $(\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i})$ و $\dot{\theta}$ كلتيهما اما ان تكونا

---

* هذا يمكن توضيحه بضرب حاصل الضرب لهذه الحالة الخاصة، او، يفضل ان يقتصر، على المصفوفة (المتماثلة ـ تخالفيا) العامة.

موجبتين او سالبتين. أما اذا كانت $\dot{\theta}$ موجبة، اي عكس اتجاه عقرب الساعة، فأن العزم يكون اتجاهه عكس اتجاه عقرب الساعة ايضاً ويكون $(\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i})$ موجباً. بالاسلوب نفسه، اذا كانت $\dot{\theta}$ سالبة، اي بأتجاه عقرب الساعة، فالعزم يكون بأتجاه عقرب الساعة ايضاً ويكون $(\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i})$ سالباً. لذا فالقيمة الموجبة $(\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i})$ ترمز الى عزم بأتجاه عقرب الساعة.

ويمكن التوصل الى الاستنتاج نفسه بتأمل حالة التوليد التي يكون فيها $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i}$ سالباً، وحيث يكون $(\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i})$ و $\dot{\theta}$ متعاكسي الاشارة ويكون كل من العزم والسرعة الزاوية بأتجاهات متعاكسة.

ان التعليل اعلاه يطبق بشكل خاص عندما تكون التيارات "حقيقية" اي لحظية او تيارات مستمرة في حالة مستقرة، ولكن التبصر في $\mathrm{Re}\mathbf{I}_t^*\mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{I}$ يقودنا الى تفسير مشابه لأشارة $\mathrm{Re}\,(\mathbf{I}_t^*\mathbf{G}\mathbf{I})$ للحالة المستقرة لحالات التيار المتناوب التي عوملت بالصيغة المركبة.

ويمكننا كذلك ان نبين ان $(\frac{1}{2})\,\mathbf{i}_t(\partial\mathbf{L}/\partial\dot{\theta})\mathbf{i}$ الموجبة تشير الى عزم بالاتجاه الموجب للزاوية θ نفسه.

لذا فأن العلامة المفترضة للزاوية θ وهو أن عكس اتجاه عقرب الساعة يكون موجباً يمكن ان يطبق على جميع علاقات العزم ايضاً.

الفصل السابع

التحويلات الخطية في الدوائر والمكائن

Linear Transformations in Circutis and Machines

تمهيد :-

لقد اشرنا في الفقرات 3 . 3و1 . 4 و 3 . 5 و 4 . 5 الى استخدام طرق المصفوفات لانجاز التحويلات الخطية في معادلات الدوائر الكهربائية. في تحليلات الماكنة الكهربائية غالباً مايكون ضرورياً تحويل المتغيرات الى مجموعة اخرى ترتبط ارتباطاً وثيقاً بهذه المتغيرات بهدف الوصول الى احد الفرضين التاليين:

(أ) الحصول على معادلات لماكنة مختلفة، او للماكنة نفسها ولكن بربط مختلف، او لماكنة مربوطة الى ماكنة اخرى او لعنصر في دائرة، او

(ب) تبسيط طريقة الحصول على حل معضلة ما. وفي مثل هذه الحالات قد يكون من الضروري تحويل الحل عكسياً بالرجوع الى الحدود الاصلية للمتغيرات، ورغم ذلك، يمكن الحصول على الحل المطلوب بصورة اسرع واسهل من الذي سنحصل عليه بدون التحويل الوسيط.

من المناسب ان نجمع سوية في هذا الفصل عدداً من التحويلات الخطية شائعة الاستخدام في تحليلات الماكنة.

ان اية مجموعة عشوائية من المعادلات الخطية قد تستخدم لتعريف التحويل الخطي على شرط ان تكون مستقلة، ولكن بصورة عامة قد تكون مثل هذه التحويلات عديمة الهدف. قد يتم اختيار التحويل على اسس جبرية بحتة، فمثلاً، للحصول على مصفوفة من الثوابت عوضاً عن مصفوفة من الدوال، او للحصول على مصفوفة متماثلة او قطرية بدلاً من أخرى غير متماثلة. ولاختيار تحويل من هذا النوع يتطلب الامر بعض الخبرة في جبر المصفوفات، من جهة اخرى، غالباً مايمكن انجاز تحويل معين يتوافق من حيث المبدأ في الاقل مع تغير فيزيائي للمنظومة. مثال على ذلك التحويل الوارد في الفقرتين 3 . 5 و 4 . 5 (المعادلتين 19 . 5 و 34 . 5) الذي يكافيء ابدال الحلقات المنزلقة للماكنة التزامنية بمبدل، وبذلك نكون قد حولنا الماكنة الى ميتاداين. ان السبب في انجاز هذا التحويل هو الحصول على مجموعة من المعادلات بمعاملات ثابتة. يجب التأكيد على انه ليس من الضروري ان يتناظر التحويل مع مايعادله فيزيائياً، واذا كان للتحويل الذي أجري بشكل رياضي بحت وجود فيزيائي فيجب ان يؤخذ هذا على انه مصادفة، لكنه مفيد، ذلك لانه التخيل الفيزيائي المصاحب سيساعد اولئك الذين ينفرون من الرياضيات المجردة او لايثقون بها. في الحقيقة انه ليس لأغلب

التحويلات المستخدمة هنا مايوازيها فيزيائياً، ولكنها اشتقت بدراسات فيزيائية وقبل تطبيق جبر المصفوفات على تحليل المكائن الكهربائية بمدة طويلة. هناك تطبيق اوسع مما نتصوره مبدئيا في بعض الحالات. منها، تحويل المركبات المتماثلة، حيث ان اصل نشوء هذه هي فكرة الدوران العكسي للقوى الدافعة المغناطيسية في المكائن الكهربائية، وتطبق على تيارات الحالة المستقرة عندما تكون بصيغة مركبة، ويكون بالامكان تطبيقها على التيارات اللحظية "الحقيقية" ايضاً، وبذلك تؤدي الى تيارات لحظية مركبة في النظام المحّول. ان اي تصوّر للتيار المركب اللحظي يكون صعباً، اذا لم يكن مستحيلاً. مع ذلك، فأن هذا لاينسخ بشكل او بآخر التحليلات التي طبقت عليها هذه التحويلات للقيم الحظية.

بينما لاتحتم قوانين جبر المصفوفة اي علاقة بين تحويلات التيار او الفولتية، فأنه قد ذكر في الفقرة 4 . 3 انه من المرغوب فيه في الدوائر الكهربائية ان تكون هناك علاقة بين التحويلين بحيث ان القدرة تبقى نفسها بدلالة مجموعتي المتغيرات كلتيهما. وهذا يكون مهماً جداً في تحليل المكائن الكهربائية عندما يراد حساب العزوم والقدرات. وأذا لم يحافظ على "عدم تغير القدرة" في التحويل، فأنه سيكون من الضروري تحديد القدرات والعزوم فقط من التيارات المعبر عنها في النظام الاصلي للمحاور المرجعية، فأذا تم بعد ذلك ايجاد التيارات في منظومة محولة، فسيكون من الضروري تحويلها مرة اخرى الى النظام الاصلي قبل حساب القدرة او العزم او لأيجاد علاقة خاصة للقدرة او العزم تطبق على تلك الحالة الخاصة فقط. من جهة اخرى، اذا كانت التحويلات المستخدمة تتوافق مع متطلبات القدرة اللامتغيرة، فعندئذ يمكن حساب القدرة والعزم من التيارات المحّولة مباشرة.

ويكون لدينا الخيار في المكائن متعددة الاطوار في ابقاء القدرة الكلية والعزم ثابتين للماكنة عند اجراء التحويل او ابقاء قدرة الطور ثابتة. من الواضح ان هذين الاختيارين يختلفان بعضهما عن بعض عند اجراء التحويل من نظام الاطوار الثلاثة الى نظام الطورين. لقد جرت العادة على دراسة طور واحد فقط في التحليلات التقليدية للمكائن متعددة الاطوار مثل المحرك الحثي ثلاثي الطور. وقد يتم هذا ايضاً بأستخدام التحليلات المصفوفية وحينئذ يصبح من المناسب الحفاظ على عدم تغير القدرة لكل طور من الاطوار الثلاثة. مع ذلك فأن التحليل بأبقاء قدرة الطور ثابتة يكون غير ملائم للتحليلات المتقدمة جداً والتي تدرس التسارع والتذبذبات، لان المصفوفة ستتضمن عزم القصور الذاتي، وان العزوم في كل من المعادلات الكهربائية والميكانيكية يجب ان تنسب الى الماكنة كلها.

ان هذا يستلزم المحافظة على عدم تغير القدرة الكلية عند اجراء التحويل. ان عدم تغير القدرة الكلية يكون مفضلاً ايضاً بموجب فلسفة تحليلات الكميات الممتدة (tensor)، التي هي القاعدة الاساسية في فهم هذا الموضوع عند تطبيقه على نظرية المكائن الكهربائية.

وكما هو مبين في الفقرة 5 . 3 من الفصل الثالث، ان شرط عدم تغير القدرة هو $\mathbf{v}' = \mathbf{C}_t^*\mathbf{v}$ وذلك عند $\mathbf{i} = \mathbf{C}\mathbf{i}'$. فالى جانب الاحتفاظ بعدم تغير القدرة في حالة التحويل، يمكننا في بعض الاحيان الحصول على تحويلات متطابقة للتيار والفولتية. ان هذا الامر يكون مطلوباً عند توخي السهولة. فمثلاً، عند التحويل من ثلاثة اطوار الى طورين، تنتج لدينا ممانعة طور تحت ظروف متوازنة لها المقدار نفسه في كلتا الحالتين.

ولاجل ان يتحقق هذا الشرط يجب ان يكون لدينا

$$\mathbf{i} = \mathbf{Ci}' \quad \text{و} \quad \mathbf{v} = \mathbf{Cv}' \qquad \ldots\ldots (7.1)$$

وضرب معادلة الفولتية ضرباً سابقاً بالمقدار $\mathbf{C}^{-1}$ ينتج

$$\mathbf{C}^{-1}\mathbf{v} = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{v}' = \mathbf{v}' \qquad \ldots\ldots (7.2)$$

ولكن لغرض ان تكون القدرة لا متغيرة فأن $\mathbf{v}' = \mathbf{C}_t^* \mathbf{v}$، لذا فأن

$$\mathbf{C}^{-1}\mathbf{v} = \mathbf{C}_t^*\mathbf{v} \qquad \ldots\ldots (7.3)$$

ولكي يكون هذا صحيحاً لجميع قيم العناصر المستقلة للمقدار $\mathbf{v}$، فأن $\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}_t^*$.

واذا كان $\mathbf{C}$ حقيقيا، فيختزل هذا الشرط الى $\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}_t$، واذا كان $\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}_t$ فأن $\mathbf{C}$ تكون مصفوفة متعامدة، واذا كان $\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}_t^*$ فأن $\mathbf{C}$ تكون مصفوفة هرميتية متعامدة، او مصفوفة وحدية.

اذا كانت $\mathbf{C}$ بصيغة $\begin{bmatrix} P & Q \\ R & S \end{bmatrix}$ حيث P و Q و R، و S كميات مركبة، فأن

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} P & R \\ Q & S \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{PS - QR} \begin{bmatrix} S & -Q \\ -R & P \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots (7.4)$$

لذلك اذا كان $\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}_t^*$، فأن

$$\begin{aligned} P^*(PS - QR) &= S \qquad & Q^*(PS - QR) &= -R \\ S^*(PS - QR) &= P \qquad & R^*(PS - QR) &= -Q \end{aligned} \qquad \ldots\ldots (7.5)$$

وينتج عن ذلك $P^*P=S^*S$ و $Q^*Q=R^*R$ وأن $|S| = |P|$ و $|R| = |Q|$، ولذا فأن $|PS-QR|=1$.

اما في المصفوفات المتعامدة فتكون عناصر **C** جميعها حقيقية لذا تكون $P=\pm S$ و $R=\pm Q$، و $PS-QR=\mp 1$.

7 . 1 تحليل القوة الدافعة المغناطيسية للدوار **Resolution of Rotor M.M.F**

في تحليل الماكنة يجري في الغالب تحويل تيارات الدوّار فقط. ومن الناحية الفيزيائية، فأن المنظومة المحولة لتيارات الدوّار يجب ان تنتج في الاوقات جميعها ق.د.مغ مطابقة تماماً لتلك التي لمنظومة تيارات الدوّار الاصلية بالمقدار والاتجاه. اذا لم يتحقق هذا الشرط، فأن تأثير تيارات الدوار على لفائف الساكن سيكون مختلفاً في الحالتين، ومن الواضح ان هذا غير مقبول بتاتاً.

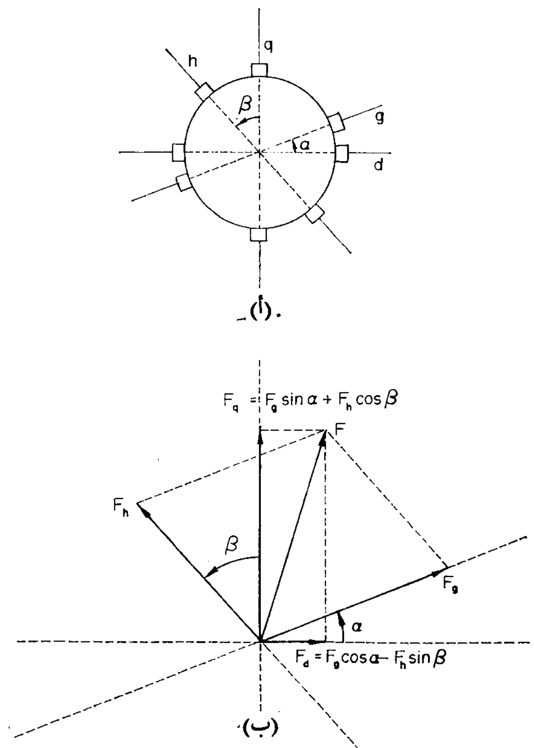
لذا فأن تحليل الـ ق.د.مغ اللحظية للدوار على طول اي من المحاور المناسبة، وهي عادة d و q هي طريقة بسيطة لاشتقاق التحويلات واعادة طلبها كذلك. حيث سيتم اعتماد استخدام هذا الاسلوب بصورة كبيرة في الصفحات القادمة.

سيكون في الامكان تحليل الـ ق.د.مغ للساكن بطريقة مشابهة حيثما يكون ذلك مناسباً كما ان استخدام هذه التقنية يكون مسوغاً وبدرجة كافية من الدقة عندما يكون من المعقول الفرض ان القوى الدافعة المغناطيسية والفيوض متوزعة بشكل جيبي.

7 . 2 التحويل بين مجموعتين ثابتتين من المحاور (تحويل ازاحة الفرش)

Transformation Between Two Sets of Stationary Axes (Brush Shift Transformation)

اذا احتوت الماكنة ذات المبدل على فرش لاتكون الزوايا بينها 90 درجة كهربائية، او انها ليست على محاور التماثل للساكن (المحاور المغناطيسية اذا كانت بارزة، او محاور اللفائف اذا كانت غير بارزة)، فأن التحويل يكون ضرورياً هنا لايجاد علاقة لمثل هذه الماكنة مع تلك التي لها فرش على محاور التماثل هذه، ذلك لأن مصفوفة الممانعة للاخيرة معلومة.



الشكل (14): تحويل ازاحة الفرش

لنفترض وجود مجموعة من الفرش g تصنع زاوية α مع المحور d ومجموعة اخرى h تصنع زاوية β مع المحور q، كما مبين في شكل 14(أ).

بتحليل القوى الدافعة المغناطيسية وحذف عدد اللفات، الذي يكون نفسه للدوائر كلها، ينتج

$$\begin{aligned} i^{d} &= i^{g}\cos\alpha - i^{h}\sin\beta \\ i^{q} &= i^{g}\sin\alpha + i^{h}\cos\beta \end{aligned} \qquad \text{.......... (7 . 6)}$$

وهذا بصيغة المصفوفة يكون

$$\begin{matrix} d \\ q \end{matrix}\begin{bmatrix} i^{d} \\ i^{q} \end{bmatrix} = \begin{matrix} \\ d \\ q \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} g & \quad & h \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\beta \\ \sin\alpha & \cos\beta \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} g \\ h \end{matrix}\begin{bmatrix} i^{g} \\ i^{h} \end{bmatrix} \qquad \text{.......... (7 . 7)}$$

او

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|c|} & g & h \\ \hline d & \cos\alpha & -\sin\beta \\ \hline q & \sin\alpha & \cos\beta \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ (7\ .\ 8)$$

واذا كانت المحاور g و h متعامدة بعضها على البعض، فأن $\alpha = \beta$ وتصبح مصفوفة التحويل

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|c|} & g & h \\ \hline d & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \hline q & \sin\alpha & \cos\alpha \\ \hline \end{array}$$

ويكون معكوس هذه المصفوفة

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{array}{c|c|c|} & d & q \\ \hline g & \cos\alpha & \sin\alpha \\ \hline h & -\sin\alpha & \cos\alpha \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ (7\ .\ 9)$$

لذا فأن $\mathbf{C}'=\mathbf{C}$، وتكون $\mathbf{C}$ مصفوفة متعامدة.

هذا يعطينا دلالة على سبب تسمية مثل هذه المصفوفات بالمتعامدة: حيث ان تطبيق هذا التحويل الى مجموعة من المحاور المتعامدة (d,q) يؤدي الى الحصول على مجموعة اخرى من المحاور المتعامدة .(g,h)

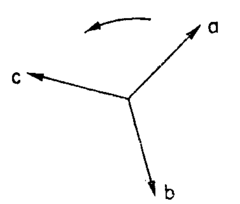
أن الضرب السابق لمتجه بمصفوفة التحويل الاخيرة هذه يمكن عده بوصفه عملية تدوير المتجه خلال زاوية مقدارها α بعكس اتجاه دوران عقرب الساعة او، بعبارة اخرى، تدوير المحاور بزاوية α بأتجاه عقرب الساعة اي تدوير المحورين g،h الى q، d. إن التفسير الثاني يكون مناسباً عند اعتماد تحويل ازاحة الفرش.

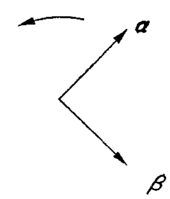
7 . 3 تكافؤ الانظمة الثلاثية الطور والانظمة ذات الطورين

The Equivalence of Three - phase and Two - phase Systems

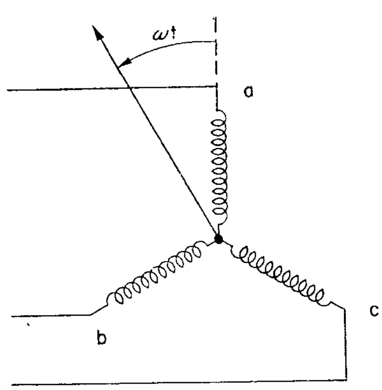
يوضح الشكل (15) مخططات المطاورات (المتجهات الزمنية) للمنظومات الثلاثية والثنائية الطور، ويوضح الشكل (16) مخططات المتجهات الفراغية واللفائف.

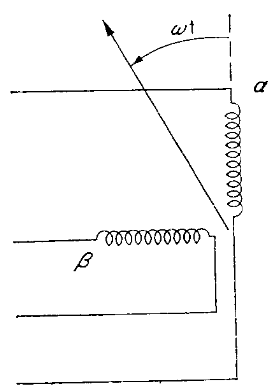
أن منظومة ثلاثية الطور متوازنة من التيارات في مجموعة لفائف متوازنة ثلاثية الطور تكوّن قوة دافعة مغناطيسية تكون مركبتها الاساسية الفراغية ثابتة المقدار وتدور بسرعة زاوية ثابتة. فأذا عددنا هذه التيارات معطاة كالاتي:





شكل (15) (أ) المخطط الاتجاهي للاطوار الثلاثة
(ب) المخطط الاتجاهي الطورين





شكل (16) (أ) مخطط المتجهات الفراغية لثلاثة اطوار
(ب) مخطط المتجهات الفراغية لطورين

$$
\begin{aligned}
i^{a} &= \hat{I}\cos\omega t \\
i^{b} &= \hat{I}\cos(\omega t-2\pi/3) \\
i^{c} &= \hat{I}\cos(\omega t-4\pi/3)
\end{aligned}
\qquad (7\ .\ 10)
$$

في اللفائف ثلاثية الطور تقوم هذه التيارات بأنتاج ق. د. مغ بمقدار $3\hat{I}N/2$ صانعة زاوية مقدارها ωt بعكس اتجاه عقارب الساعة مع محور لفيفة الطور ـ a، حيث N هو عدد اللفات المؤثر، اي بأعطاء سماح لعامل التوزيع، والتوتير، . . . الخ.

ان منظومة متوازنة من التيارات ثنائية الطور في لفيفة ذات طورين متوازنة تكون ايضاً ق. د. مغ، وأن المركبة الاساسية الفراغية لها تكون ذات مقدار ثابت وتدور بسرعة زاوية ثابتة.

افترض ان التيارين هما

$$
\begin{aligned}
i^{\alpha} &= \hat{I}\cos\omega t \\
i^{\beta} &= \hat{I}\cos(\omega t-\pi/2) = \hat{I}\sin\omega t
\end{aligned}
\qquad (7\ .\ 11)
$$

ان هذين التيارين سوف يولدان في اللفيفة ذات الطورين ق. د. مغ مقدارها $\hat{I}N$ تصنع زاوية مقدارها ωt مع محور لفيفة الطور α بعكس اتجاه عقرب الساعة.

ومع هذين التيارين المختارين تكون القوى الدافعة المغناطيسية للمنظومة ذات الاطوار الثلاثة وللمنظومة ذات الطورين على هذا الاساس بالاتجاه نفسه شريطة ان يكون محور لفيفة الطور α ومحور لفيفة الطور a منطبقين بعضهما على بعض. ومن الممكن ايضاً جعلهما متساويين بالمقدار وذلك بأجراء تغيير مناسب اما لمقدار تيار الطورين او لعدد لفات اللفيفة ذات الطورين، او للتيار وعدد اللفات كليهما.

من الواضح انه اذا كان تتابع الاطوار معكوساً، أي بأستخدام التتابع (a,b,c) و (α,β)، كما في الصيغ التالية:

$$
\begin{aligned}
i^{a} &= \hat{I}\cos\omega t & i^{\alpha} &= \hat{I}\cos\omega t \\
i^{b} &= \hat{I}\cos(\omega t-4\pi/3) & i^{\beta} &= -\hat{I}\sin\omega t \\
i^{c} &= \hat{I}\cos(\omega t-2\pi/3) & &
\end{aligned}
\qquad (7\ .\ 12)
$$

فأن كلتا موجتي ق. د. مغ ستدور بأتجاه عقرب الساعة ومرة ثانية ستكون المنظومتان متكافئتين وبوساطة نظرية التراكب يمكن ان تكون هاتان المنظومتان متكافئتين وذلك عند احتواء التيارات على

مركبات، قد لاتكون مساوية بالضرورة لكلا تتابعي ـ الطور الموجب (a,b,cوα,β) و الطور السالب (β,α و c,b,a). لذا فأن هذا التكافؤ هو عام بدرجة تكفي لتسويغ دراسة اكثر تفصيلاً مثل التحويل الرياضي الذي يمكن بوساطته ابدال المنظومة الثلاثية الطور بمنظومة مكافئة ذات طورين للاغراض التحليلية.

7.4 التحويل من محاور ثلاثية الطور الى ثنائية الطور (a,b,c) الى (α,β,0)

The Transformation from Three - phase to Two - phase Axes (a,b,c to α,β,0)

لنفترض ان محور لفيفة الطور ـ a ومحور لفيفة الطور ـ α متطابقان كما مبين في شكل (16).

ليكن N_3 عدد اللفات المؤثر للطور الواحد للفيفة ذات الاطوار الثلاثة و N_2 هو عدد اللفات المؤثر للطور الواحد للفيفة ذات طورين. بتحليل القوى الدافعة المغناطيسية للاطوار الثلاثة على طول أتجاهي المحورين β,α، وبمساواة قيم الاطوار الثلاثة والطورين،

$$
\begin{aligned}
N_2 i^{\alpha} &= N_3 i^{a} + N_3 i^{b} \cos 2\pi/3 + N_3 i^{c} \cos 4\pi/3 \\
N_2 i^{\beta} &= \qquad\quad N_3 i^{b} \sin 2\pi/3 + N_3 i^{c} \sin 4\pi/3
\end{aligned}
\qquad (7.13)
$$

آنئذ يكون

$$
\begin{aligned}
N_2 i^{\alpha} &= N_3 i^{a} - \tfrac{1}{2} N_3 i^{b} - \tfrac{1}{2} N_3 i^{c} \\
N_2 i^{\beta} &= (\sqrt{3}/2) N_3 i^{b} - (\sqrt{3}/2) N_3 i^{c}
\end{aligned}
\qquad (7.14)
$$

ولأجل اتمام التحويل نحتاج الى متغير ثالث اضافة الى i^{α} و i^{β} يكون مستقلاً عنهما، افرض انه i^{o} ومعرف كما يلي

$$N_2 i^{o} = k N_3 i^{a} + k N_3 i^{b} + k N_3 i^{c}, \qquad \ldots\ldots\ (7.15)$$

حيث ستحدد قيمة k فيما بعد.

ان التيار i^{o} لايمكن ربطه فيزيائياً مع منظومة ثنائية الطور التي من الواضح ان لها تيارين مستقلين

فقط. لقد وصلنا الآن الى النقطة التي يكون فيها التحويل عملية رياضيةبحتة، ليست لها اهمية فيزيائية مالم يكن i^o صفراً. وبما ان هذه الحالة تتحقق في اغلب الحالات العملية، فأن التحويل يكون عادة متحققاً فيزيائياً. على اية حال فأن كان هذا كذلك او لم يكن فأنه ليس مهماً لاغراض التحليل. ان سبب اختيار المتغير الثالث الخاص هذا هو لانه حقيقة كثيراً مايكون صفراً. ففي اللفائف نجمية الربط بدون محايد، من الضروري ان يكون كذلك لأن $i^a+i^b+i^c = 0$؛ ومن الاعتيادي ان يكون كذلك في اللفائف مثلثية الربط، لأنه من النادر وجود محصلة فولتية تتسبب في دوران تيار داخل الربط المثلثي.

ان المعادلات التي تعرف التحويل تكون بصيغة المصفوفة كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} \alpha & i^\alpha \\ \beta & i^\beta \\ o & i^o \end{array} = \frac{N_3}{N_2} \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \alpha & 1 & -1/2 & -1/2 \\ \beta & & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ o & k & k & k \end{array} \begin{array}{c|c|} a & i^a \\ b & i^b \\ c & i^c \end{array} \quad \ldots\ldots (7\,.\,16)$$

التي هي بصيغة $\mathbf{i}' = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{i}$ أذا جعلنا منظومة الاطوار الثلاثة هي المنظومة "القديمة" والمنظومة ذات الطورين بوصفها المنظومة "الجديدة".

واذا عكسنا المصفوفة $\mathbf{C}^{-1}$ اعلاه، نحصل على

$$\mathbf{C} = \frac{2}{3}\frac{N_2}{N_3} \begin{array}{c|c|c|c|} & \alpha & \beta & o \\ a & 1 & & 1/(2k) \\ b & -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1/(2k) \\ c & -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/(2k) \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (7\,.\,17)$$

لذلك فأن

$$\mathbf{C}_t = \frac{2}{3}\frac{N_2}{N_3} \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \alpha & 1 & -1/2 & -1/2 \\ \beta & & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ o & 1/(2k) & 1/(2k) & 1/(2k) \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7\,.\,18)$$

من المرغوب فيه الآن*، وعلى الرغم من كونه غير اساسي، ان تكون التحويلات للفولتية والتيار هي نفسها لكليهما كما يجب ان تكون متوافقة مع شرط عدم تغير القدرة. ولقد تم التوضيح في التمهيد أن الشرط اللازم لما ورد سلفاً هو ان $\mathbf{C}_t = \mathbf{C}^{-1}$ وأن هذا الشرط يتحقق هنا اذا كان

$$\frac{2}{3}\frac{N_2}{N_3} = \frac{N_3}{N_2} \quad \text{و} \quad k = 1/(2k)$$

اي اذا

$$N_2/N_3 = \sqrt{(3/2)} \quad \text{و} \quad k = 1/\sqrt{2}.$$

لذا فأن مصفوفة التحويل المتعامدة هي

$\mathbf{C} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

	α	β	o
a	1		$1/\sqrt{2}$
b	$-1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$
c	$-1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{2}$

$=$ .... (7 . 19)

	α	β	o
a	$\sqrt{2}/\sqrt{3}$		$1/\sqrt{3}$
b	$-1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{3}$
c	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{3}$

وكذلك فأن

$\mathbf{C}_t = \mathbf{C}^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

	a	b	c
α	1	$-1/2$	$-1/2$
β		$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$
o	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$

$=$ .... (7 . 20)

	a	b	c
α	$\sqrt{2}/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$
β		$1/\sqrt{2}$	$-1/\sqrt{2}$
o	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$

★ انظر الفصل الثامن ـ الفقرة 5 . 8.

وعليه فأن التحويل يناظر اعادة لف الماكنة ذات الاطوار الثلاثة بعدد من اللفات يكافيء $\sqrt{(2/3)}$ مضروباً بعدد اللفات قبل اعادة ربطها بشكل ماكنة ذات طورين. بهذه الوسيلة يكون كل من تيار الطور المقنن وفولتية الطور المقننة قد ازداد بنسبة $\sqrt{(3/2)}$. لذلك فأن قدرة الطور قد ازدادت بنسبة 3/2، ولكن، بسبب تغير عدد الاطوار بنسبة 3/2، تبقى القدرة الكلية على ماهي عليه.

مما تجدر ملاحظته ان المقاومة للطور الواحد من اللفائف ثلاثية الطور والمقاومة للطور الواحد في اللفائف ثنائية الطور تكونان متساويتين*. ان العدد الكلي للفات قد تغير بنسبة $\sqrt{(2/3)}$، عليه فأن مساحة المقطع للموصلات وجب زيادتها بنسبة $\sqrt{(3/2)}$. ولذلك يجب زيادة عدد اللفات لكل طور، وتبعاً لذلك ستكون هناك زيادة في طول الموصل لكل طور بمقدار النسبة $\sqrt{(3/2)}$ نفسها.

قد يتم الحصول على التحويل نفسه اذا اختير الدوران المعاكس لذلك الموضح في شكل (16). اي انه اذا تم ابدال b و c في شكل [16(أ)] كل محل الآخر وظهرت β على يمين α بدلاً من يسارها في شكل [16(ب)]. أن هذين التغييرين يجب اجراؤهما في آن واحد لتبقى اتجاهات دوران امواج القوى الدافعة المغناطيسية متشابهة.

ان أخذ لفيفتي الطور ـ a والطور ـ α كما لو أن لهما المحور نفسه هو اختيار عشوائي، لكنه يؤخذ كذلك عادة ويكون المفضل على اي اختيار آخر بسبب العلاقات الخاصة بين الفولتيات والتيارات للطور ـ a والطور ـ α التي ستنتج ظروف متوازنة انظر الفصل الثامن (الفقرة 5 . 8) واذا لم يكن هناك تيار على المحور الصفري، فقد تستخدم **C** بحذف العمود الاخير، وهذا يمكننا من ايجاد i^a، i^b، و i^c من i^α و i^β، على الرغم من أن المصفوفة التي تعطينا i^α و i^β بدلالة i^a، i^b، وi^c. لايمكن عكسها بعد ذلك.

واذا كان من المفضل التعبير عن هذه التحويلات بدلالة الدّوال المثلثية التي استخدمت في اشتقاقها فأن

$$\mathbf{C} = \sqrt{(2/3)}\;\begin{array}{c|c|c|c|} & \alpha & \beta & o \\ \hline a & \cos 0 & \sin 0 & 1/\sqrt{2} \\ \hline b & \cos 2\pi/3 & \sin 2\pi/3 & 1/\sqrt{2} \\ \hline c & \cos 4\pi/3 & \sin 4\pi/3 & 1/\sqrt{2} \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ (7\ .\ 21)$$

* ان العلاقة بين محاثات الاطوار الثلاثة ومحاثات الطورين لايمكن التعبير عنها ببساطة.انظر الفصل الثامن ـ آخر الفقرة 5 . 8.

$$C^{-1} = C_t = \sqrt{(2/3)} \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline \alpha & \cos 0 & \cos 2\pi/3 & \cos 4\pi/3 \\ \hline \beta & \sin 0 & \sin 2\pi/3 & \sin 4\pi/3 \\ \hline o & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \hline \end{array} \qquad (7.22)$$

نتيجة لهذا التحويل، يبدو أنه من غير الضروري دراسة الماكنة ذات الاطوار الثلاثة في مثل هذه الحالة. اذ يمكن تحليل الحالة الابسط لماكنة ذات طورين سوية مع كميات المحور الصفري اذا تطلب ذلك، وتتحول النتائج الى مايكافئها في الاطوار الثلاثة اذا كان ذلك ضرورياً. وستتم مناقشة هذا الموضوع في الفقرة 5 . 8 من الفصل الثامن.

7 . 5 التحويل من محاور الاطوار الثلاثة الى محاور المركبات المتماثلة (a,b,c) الى (p,n,o)
The Transformation from Three - phase Axes to Symmetrical Component Axes (a,b,c to p,n,o)

ان عناصر مصفوفات التحويل السابقة كانت كلها حقيقية، اما التي سوف تأتي فتحتوي على عناصر مركبة. ان اساس فكرة المركبات المتماثلة نشأ من دراسة المحركات الحثية الاحادية الطور التي يمكن ان نتصور الـ ق.د.مغ المتناوبة على انها مكونة من مركبتين كل منهما يساوي نصف المقدار الاقصى لها، وتدوران بسرع زاوية متساوية بالقيمة ومتعاكسة بالاتجاه. ان مثل هاتين القوتين الدافعتين المغناطيسيتين المتعاكستين في الدوران يمكن انتاجها في ماكنة لها لفائف ثلاثية الطور متوازنة بوساطة منظومتين متوازيتين ومتساويتين لتيارات ثلاثية الطور **لاتختلفان**عن بعضهما الا في كون تتابع الاطوار في احداهما هو (a,b,c) وفي الاخرى **(a,c,b)**. ان القوى الدافعة المغناطيسية في مثل هذا النظام سوف تتطابق على محور الطور ـ a فرضاً وبذلك تعطي محصلة ق.د.مغ تكون دائماً على ذلك المحور لكنها متناوبة في المقدار.

من الاكثر فائدة هنا ان نعد هذه هي حالة تحويل خطي مباشر من متغيرات ثلاثة (i^a, i^b, i^c) الى ثلاثة متغيرات اخرى (i^p, i^n, i^o) وفقاً للمعادلات

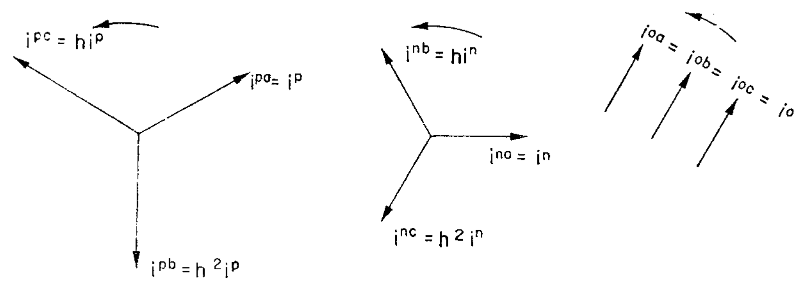
$$\begin{aligned} i^a &= i^{pa} + i^{na} + i^{oa} = i^p + i^n + i^o \\ i^b &= i^{pb} + i^{nb} + i^{ob} = h^2 i^p + h i^n + i^o \\ i^c &= i^{pc} + i^{nc} + i^{oc} = h i^p + h^2 i^n + i^o \end{aligned}$$

حيث h هو العامل المدور بالزاوية $120°$ الذي تمت مناقشته في الفقرة 3 . 3، و i^{pa} هو مركبة التتابع

الموجب لتيار الطور ـ a، ويعرف عموما بتيار التتابع الموجب والذي يمثل هنا بوساطة i^{p}. اما i^{pb} فهو تيار التتابع الموجب للطور ـ b الذي يتأخر بمقدار $2\pi/3$ خلف تيار محور الطور ـ a. ان التأخر بالمقدار $2\pi/3$ يماثل التقدم بالمقدار $4\pi/3$ فهو يمثل بوساطة h^2 و $i^{pb}=h^2 i^{pa}=h^2 i^{p}$.

وبالتناظر فأن مركبة التتابع السالب لتيار الطور ـ b تتقدم على تلك التى للطور ـ a بمقدار $2\pi/3$ بحيث يكون $i^{nb}=hi^{na}=hi^{n}$. ان مركبات التتابع الصفري (i^{oa}، i^{ob} و i^{oc}) تكون جميعها متحدة الطور ولذلك فأنها جميعاً تمثل بالرمز i^{o}.

العلاقات الطورية للمركبات "المتماثلة" هذه موضحة في الشكل (17).



شكل (17) المركبات المتماثلة للاطوار الثلاثة

على هذا الاساس يمكن تعريف التحويل من القيم الطورية الى قيم المركبات المتماثلة التقليدية بالمعادلة المصفوفية الاتية

$$\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}\begin{bmatrix} i^{a} \\ i^{b} \\ i^{c} \end{bmatrix} = \begin{matrix} \\ a \\ b \\ c \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} p & n & o \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ h^2 & h & 1 \\ h & h^2 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} p \\ n \\ o \end{matrix}\begin{bmatrix} i^{p} \\ i^{n} \\ i^{o} \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ (7\ .\ 23)$$

وتكون قيمة محدد مصفوفة التحويل هذه هي $j3\sqrt{3}$، اما معكوسها فيكون

$$\frac{1}{3}\begin{matrix} \\ p \\ n \\ o \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} a & b & c \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \qquad \ldots\ldots\ (7\ .\ 24)$$

حيث أن h و h^2 هما المترافقان $(-½ + j\sqrt{3}/2)$ و $(-½ - j\sqrt{3}/2)$ على التوالي، لذا فأن منقولة المترافق هي

	a	b	c
p	1	h	h^2
n	1	h^2	h
o	1	1	1

.... (7 . 25)

لذا فأن المعكوس يختلف عن منقولة المترافق بظهور العامل ⅓ فقط. على ان نتذكر انه اذا كانت القدرة لا متغيرة، فيمكن آنئذ ايجاد تحويل الفولتية بمترافق منقولة تحويل التيار، هذا يعني ان تحويلات التيار والفولتية هي نفسها فيما عدا العامل ⅓. ولكي نستجيب لمتطلبات عدم تغير القدرة وايضاً لاعطاء تحويلات متطابقة للتيار والفولتية، فمن الضروري تقسيم مصفوفة التحويل على الجذر التكعيبي لمقدار محددها*. بما ان المحدد هو $j3\sqrt{3}$، فأن مصفوفة التحويل اعلاه تقسم على $\sqrt{3}$ لتعطينا مصفوفة التحويل الوحدية.

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc|} & p & n & o \\ a & 1 & 1 & 1 \\ b & h^2 & h & 1 \\ c & h & h^2 & 1 \end{array} \qquad \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}_t^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|ccc|} & a & b & c \\ p & 1 & h & h^2 \\ n & 1 & h^2 & h \\ o & 1 & 1 & 1 \end{array} \quad ..... (7 . 26)$$

بهذه الصيغة يتضح ان محور التتابع الصفري يتماثل مع محور الصفر المعّرف في المعادلتين (19 . 7) و (20 . 7) وكما اشير اليه سلفاً، لاتظهر مركبات التتابع الصفري بشكل اعتيادي في تحليلات الماكنة، ولكنها توجد عندما تكون هناك دائرة الى نقطة التفرع النجمي، وهذه الدائرة اما ان تكون مربوطة بصورة متعمدة، او على الاكثر تكون نتيجة لحصول عطل.

في بعض الاحيان يكون من المفيد اكثر التعبير عن هذا التحويل بدلالة الدوال الاسية

* الجذر الثالث لان المصفوفة، ومن ثم المحدد لهما ثلاثة اسطر وثلاثة اعمدة

$$
\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|c|c|c|} & p & n & o \\ \hline a & 1 & 1 & 1 \\ b & \varepsilon^{j4\pi/3} & \varepsilon^{j2\pi/3} & 1 \\ c & \varepsilon^{j2\pi/3} & \varepsilon^{j4\pi/3} & 1 \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (7\ .\ 27)
$$

ان الاهمية الخاصة للتحويل الى المركبات المتماثلة هذا تكمن في انه يقوم بتحويل مصفوفة ممانعة لها الصيغة التالية :-

$$
\begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline a & Z & X_f & X_r \\ b & X_r & Z & X_f \\ c & X_f & X_r & Z \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (7\ .\ 28)
$$

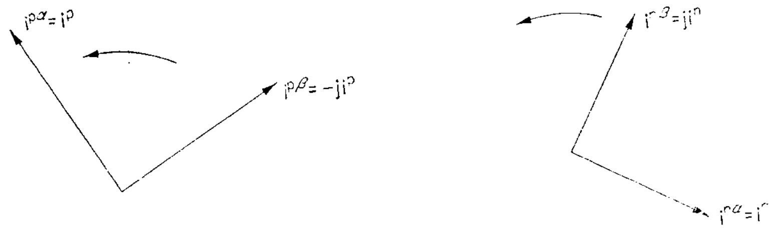
الى مصفوفة قطرية . وهذا تم توضيحه سلفاً في الفقرة 3.3 (الفصل الثالث) لغرض اجراء التحويل بالشكل المعرف في المعادلتين (19 . 7) و (20 . 7). تمريناً على ذلك. تطبق التحويل **C** كما اعيد تعريفه على صيغة مصفوفة الممانعة هذه.

يمكن ايجاد تحويل المركبات المتماثلة بصورة مباشرة من مصفوفة الممانعة هذه بدون الاستشهاد بأفكار فيزيائية وذلك بأستخدام تقنيات متقدمة اكثر من جبر المصفوفات التي شملها هذا الكتاب بعبارة اخرى الاستقطار (diagonalization) بوساطة المتجهات الذاتية eigen vectors .

7 . 6 التحويل من محاور ثنائية الطور الى محاور المركبات المتماثلة (α,β,0) الى (p,n,o).
Transfomation from Two - phase Axes to Symmetrical Component Axes (α,β,0 to p,n,o)

لما كانت مركبات التتابع الصفري لايستوجب تحويلها في حالة مثل هذه، فأننا سنهتم بالتحويل من المحورين (α,β) الى المحورين (p,n)فقط.

يمكن ان تعامل هذه العملية بطريقتين؛ اما من المباديء الاولية، او بصفة تحويلين متعاقبين من طورين الى ثلاثة اطوار ويتبع ذلك التحويل من ثلاثة اطوار الى المركبات المتماثلة.



شكل (18) المركبات المتماثلة ذات الطورين

وبالطريقة نفسها التي استخدمت في تعريف الكميات ثلاثية الطور بدلالة ثلاث منظومات متوازنة، يمكن تعريف الكميات ثنائية الطور بدلالة منظومتين متوازنتين ايضاً هما تتابع موجب ذي طورين وتتابع سالب ذي طورين. اما التتابع الصفري فليس له مايكافئه في المنظومة ثنائية الطور. ان مخططات المطاورات مبينة في شكل (18).
المعادلات هي

$$i^{\alpha} = i^{p\alpha}+i^{n\alpha} = i^p+i^n$$
$$i^{\beta} = i^{p\beta}+i^{n\beta} = -ji^p+ji^n$$

وتكون بصيغه المصفوفة كما يلي

$$\begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix}\begin{bmatrix} i^{\alpha} \\ i^{\beta} \end{bmatrix} = \begin{matrix} \\ \alpha \\ \beta \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} p & n \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} p \\ n \end{matrix}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ (7\,.\,29)$$

التي تؤدي الى ايجاد علاقة المعكوس كالاتي

$$\begin{matrix} p \\ n \end{matrix}\begin{bmatrix} i^p \\ i^n \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{matrix} \\ p \\ n \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} \alpha & \beta \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix}\begin{bmatrix} i^{\alpha} \\ i^{\beta} \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ (7\,.\,30)$$

وعلى اية حال فأن منقولة المترافق لمصفوفة التحويل تكون

$$\begin{array}{c|c|c|} & \alpha & \beta \\ \hline p & 1 & j \\ \hline n & 1 & -j \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (7\ .\ 31)$$

على هذا الاساس، يختلف المعكوس في هذه الحالة عن منقولة المترافق بظهور العامل ½. وللحصول على قدرة لامتغيرة بأجراء تحويلات متطابقة للتيار والفولتية يستوجب قسمة مصفوفة التحويل الابتدائية على $\sqrt{2}$ للحصول على

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|c|} & p & n \\ \hline \alpha & 1 & 1 \\ \hline \beta & -j & j \\ \hline \end{array} \qquad \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{C}_t^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|c|} & \alpha & \beta \\ \hline p & 1 & j \\ \hline n & 1 & -j \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots (7\ .\ 32)$$

اذا فضلنا هذا التحويل الوحدي امكن التعبير عنه بدلالة الدوال الاسية ايضاً.

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|c|} & p & n \\ \hline \alpha & 1 & 1 \\ \hline \beta & \varepsilon^{j3\pi/2} & \varepsilon^{j\pi/2} \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (7\ .\ 33)$$

يمكننا الان مقارنة هذا التحويل مع التحويل الذي يتم الحصول عليه بأجراء عملية ضرب الطورين الى ثلاثة اطوار وتحويلات الاطوار الثلاثة الى مركبات متماثلة.

$$\begin{array}{c|c|} \alpha & i^{\alpha} \\ \hline \beta & i^{\beta} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline \alpha & \sqrt{\frac{2}{3}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} \\ \hline \beta & & \sqrt{\frac{1}{2}} & -\sqrt{\frac{1}{2}} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} a & i^{a} \\ \hline b & i^{b} \\ \hline c & i^{c} \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} \\ \alpha \\ \beta \end{array} \begin{array}{ccc} a & b & c \\ \hline \sqrt{\frac{2}{3}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} & -\sqrt{\frac{1}{6}} \\ & \sqrt{\frac{1}{2}} & -\sqrt{\frac{1}{2}} \end{array} \;\; \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \end{array} \begin{array}{cc} p & n \\ \hline 1 & 1 \\ h^2 & h \\ h & h^2 \end{array} \;\; \begin{array}{c} p \\ n \end{array} \begin{bmatrix} i^p \\ i^n \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c} \\ \alpha \\ \beta \end{array} \begin{array}{cc} p & n \\ \hline 1 & 1 \\ -j & j \end{array} \;\; \begin{array}{c} p \\ n \end{array} \begin{bmatrix} i^p \\ i^n \end{bmatrix} \qquad \text{........ (7 . 34)}$$

اذا طبقنا تحويل المركبات المتماثلة ثنائية الطور على مصفوفة استدارية بأبعاد 2×2 (والتي هي متماثلة ايضاً) فأن المصفوفة الناتجة ليست قطرية لكنها هرميتية. ان عملية تحويل مثل هذه المصفوفة الى مصفوفة قطرية يتطلب استخدام تحويل مختلف تماماً، اي

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

لقد نشأ هذا الوضع لكون المنظومة "ذات الطورين" ليست ذات طورين حقيقة، والتي تكون الزاوية بين طوريها هي π، والتي تعرف على انها منظومة ثنائية الطور. ان مانسميها منظومة ذات طورين لها زاوية مقدارها $\pi/2$ بين طوريها وقد تعد نصف منظومة ذات اربعة اطوار، او من الافضل، عدها منظومة ذات اربعة اطوار ربطت اطوارها المتقابلة بربط توالٍ متعاكس.

وللسبب نفسه، نجد ان مصفوفة الممانعة لمنظومة ذات طورين ليست استدارية لكنها مجموع مصفوفة عددية ومصفوفة متماثلة ـ تخالفياً، كما قد نلاحظ ذلك في تحويل مصفوفة استدارية ذات ثلاثة اطوار الى ذات طورين في آخر الفقرة 5 . 7. هذا النوع من المصفوفة يختزل الى صيغة قطرية بوساطة التحويل من مصفوفة ذات طورين الى مركبة مماثلة.

7 . 7 المركبات المتماثلة للحالتين المستقرة واللحظية

Steady - state and Instantaneous Symmeterical Commponents

عند تحويل الفولتيات او التيارات المتوازنة الى مركبات متماثلة، وجد ان مركبات التتابع السالب والتتابع الصفري، تساوي صفرا على شرط ان يعبر عن القيم الطورية بصيغة مركبة.

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c|c|c|c|}\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{a} & \multicolumn{1}{c}{b} & \multicolumn{1}{c}{c}\\ \cline{2-4} p & 1 & h & h^2 \\ \cline{2-4} n & 1 & h^2 & h \\ \cline{2-4} o & 1 & 1 & 1 \\ \cline{2-4}\end{array}\;\begin{array}{c|c|}\cline{2-2} a & V \\ \cline{2-2} b & h^2V \\ \cline{2-2} c & hV \\ \cline{2-2}\end{array} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c|c|}\cline{2-2} p & V(1+h^3+h^3) \\ \cline{2-2} n & V(1+h+h^2) \\ \cline{2-2} o & V(1+h^2+h) \\ \cline{2-2}\end{array}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c|c|}\cline{2-2} p & 3V \\ \cline{2-2} n & 0 \\ \cline{2-2} o & 0 \\ \cline{2-2}\end{array} = \begin{array}{c|c|}\cline{2-2} p & \sqrt{3}V \\ \cline{2-2} n & 0 \\ \cline{2-2} o & 0 \\ \cline{2-2}\end{array} \quad \dots (7\ .\ 35)$$

و

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{array}{c|c|c|}\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{\alpha} & \multicolumn{1}{c}{\beta}\\ \cline{2-3} p & 1 & j \\ \cline{2-3} n & 1 & -j \\ \cline{2-3}\end{array}\;\begin{array}{c|c|}\cline{2-2} \alpha & V \\ \cline{2-2} \beta & -jV \\ \cline{2-2}\end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{array}{c|c|}\cline{2-2} p & 2V \\ \cline{2-2} n & 0 \\ \cline{2-2}\end{array} = \begin{array}{c|c|}\cline{2-2} p & \sqrt{2}V \\ \cline{2-2} n & 0 \\ \cline{2-2}\end{array} \quad \dots (7\ .\ 36)$$

وهذا ماكان متوقعاً من المخططين الاتجاهيين في الشكلين (18,17) ومن تطور المعادلات المناظر.

مع ذلك، اذا حولنا الفولتيات والتيارات المعبر عنها بقيم آنية الى مركبات متماثلة فأن حدود التتابع الموجب والسالب تكون موجودة، مثال على ذلك

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c|c|c|c|}\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{a} & \multicolumn{1}{c}{b} & \multicolumn{1}{c}{c}\\ \cline{2-4} p & 1 & h & h^2 \\ \cline{2-4} n & 1 & h^2 & h \\ \cline{2-4} o & 1 & 1 & 1 \\ \cline{2-4}\end{array}\;\begin{array}{c|l|}\cline{2-2} a & \hat{V}\cos\omega t \\ \cline{2-2} b & \hat{V}\cos(\omega t-2\pi/3) \\ \cline{2-2} c & \hat{V}\cos(\omega t-4\pi/3) \\ \cline{2-2}\end{array}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\begin{array}{c|c|}\cline{2-2} p & \hat{V}(\cos\omega t+j\sin\omega t) \\ \cline{2-2} n & \hat{V}(\cos\omega t-j\sin\omega t) \\ \cline{2-2} o & 0 \\ \cline{2-2}\end{array} \qquad (7\ .\ 37)$$

و

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{array}{c|c|c|} & \alpha & \beta \\ \hline p & 1 & j \\ \hline n & 1 & -j \\ \hline \end{array}\;\begin{array}{c|c|} \alpha & \hat{V}\cos\omega t \\ \hline \beta & \hat{V}\sin\omega t \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{array}{c|c|} p & \hat{V}(\cos\omega t+j\sin\omega t) \\ \hline n & \hat{V}(\cos\omega t-j\sin\omega t) \\ \hline \end{array} \qquad (7\,.\,38)$$

وهذه النتيجة قد تكون متوقعة ايضاً، لانه بغياب مركبات التتابع الصفري، مجموع مركبات التتابعين الموجب والسالب اللحظية يجب ان تكون حقيقية عندما تكون $[i^a = (1/\sqrt{3})(i^p+i^n+i^o)]$ و $[i^\alpha = (1/\sqrt{2})(i^p+i^n)]$ حقيقية. بناءاً على ذلك ستكون مركبات التتابع الموجب والسالب اللحظية مترافقات مركبة. يمكن توضيح هذه المركبات تخطيطياً بوساطة متجهات تدور بأتجاهات متعاكسة وينطبق بعضهما على بعض عندما تكون على المحور الحقيقي.

بسبب التعقيدات الاضافية، يجب ان لاتستعمل *المركبات المتماثلة اللحظية الا عندما تتطلبها المشكلة المعينة. انظر مثلاً آخر الفقرة 11.1 في الفصل الحادي عشر.

يتلخص تأثير التحويل الى مركبات متماثلة بما يلي:

(أ) تصبح مصفوفة الممانعة متماثلة او قطرية في الغالب.

(ب) اذا كانت التيارات والفولتيات متوازنة:

(اولاً) بالصيغة المركبة تكون هناك مركبة واحدة فقط.

(ثانياً) بالصيغة اللحظية تكون مركبات التتابع الموجب والتتابع السالب مترافقات مركبة والذي ينبغي ان نقوم به هو تحليل احدهما فقط.

لذا فأن تحويل المركبات المتماثلة يؤدي في العديد من المعضلات الى اختزال العمليات الجبرية التي نحتاج اليها للحصول على الحل بدرجة كبيرة.

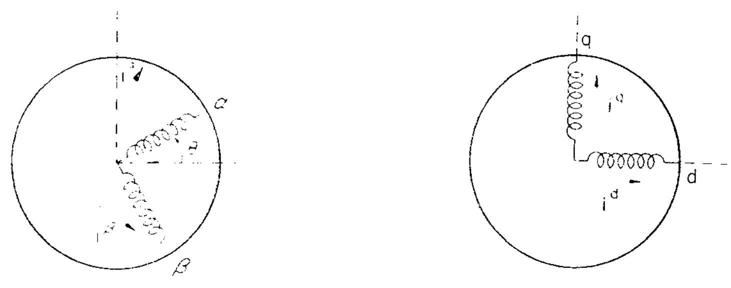
7 . 8 التحويل من محاور دوّارة ذات طورين الى محاور ثابتة (d,q,o) الى (α,β,o)
Transformation from Two - phase Rotating - Axes to Stationary Axes (α,β,o to d,q,o)

بما اننا لم نحول كميات التتابع الصفري، فأننا سنكون معنيين بالتحويل من صيغة (α,β) الى (d,q) فقط. ولقد تم اشتقاق هذا التحويل في الفقرة 3 . 5 بالتأمل في كيفية الحصول على معادلات تفاضلية بمعاملات ثابتة. وسوف تعاد دراستها من وجهة نظر تحليل القوى الدافعة المغناطيسية فبينما

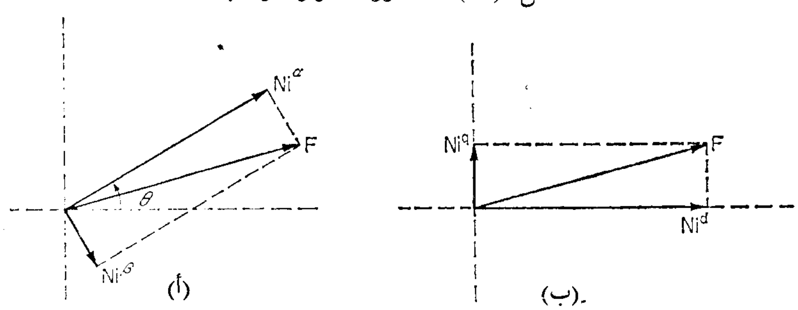
* في الحقيقة، ان متجه التتابع الموجب، يدور عكس عقارب الساعة، هو مماثل (عدا معامل ثابت) للمتجه الدوّار في المخطط الاتجاهي الذي اشتق منه المخطط الاتجاهي الاعتيادي.

تكون التحويلات في هذا الفصل ذات عناصر ثابتة لحد الآن، تكون تلك التي لهذا التحويل عبارة عن دوال للموضع النسبي للدوار والساكن ولها تأثير تبديل المنظومة المتحركة بأخرى ثابتة، مع اضافة مصادر فولتية مربوطة على التوالي. ان كلمة المتحركة والساكنة هنا تعود على محاور العضو غير البارز (ويفترض هنا ان يكون الدوّار) وتصفهما بصورة نسبية الى العضو لاخر. وقد نحصل ايضاً على منظومة مرجعية ثابتة تكون فيها جميع المحاور ساكنة نسبة الى الدوّار، اي انها تدور بسرعة دوران الدوّار نفسه نسبة الى الساكن، ولهذا الاخير تطبيقاته، ولكنها لن تدرس هنا بأكثر من ذلك.

ان المصطلح "ثابت" يطلق ايضاً على المحاور التي تتحرك نسبة الى كل من الساكن والدوار، على شرط ان تكون كلها ثابتة عند نسبة احدهما الى الاخر مثل هذه المحاور سنتعامل معها في الفقرة 12.3 من الفصل الثاني عشر. عند استخدامها في دراسة التذبذبات الصغيرة في المكائن الحثية.



شكل (19) المحاور الدوّارة والثابتة



شكل (20) المتجهات الفراغية للمحاور الثابتة والدوارة

في اللحظة التي يصنع فيها الطور α للفيفة الدوارة زاوية θ مع اللفيفة الثابتة d، كما في الشكل (19)، تكون متجهات ق.د.مغ الفراغية كما في شكل (20). بما أن لفائف α و β متوازنة، وعلى فرض ان لفائف dوq مماثلة تماماً للفائف αوβ عدا غياب الدوران، نستطيع تحليل القوى الدافعة

المغناطيسية على طول المحاور qوd ونقسم على عدد اللفات الفعال للطور الواحد للحصول على

$$\begin{aligned} i^{d} &= \cos\theta i^{\alpha}+\sin\theta i^{\beta} \\ i^{q} &= \sin\theta i^{\alpha}-\cos\theta i^{\beta} \end{aligned} \qquad (7\ .\ 39)$$

لذا يعرف التحويل بما يلي

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{array}{c|cc} & \alpha & \beta \\ \hline d & \cos\theta & \sin\theta \\ q & \sin\theta & -\cos\theta \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots\ (7\ .\ 40)$$

ان محددة هذه المصفوفة هي 1 -

ومعكوسها هو

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline \alpha & \cos\theta & \sin\theta \\ \beta & \sin\theta & -\cos\theta \end{array} \qquad \ldots\ldots\ (7\ .\ 41)$$

بما أن منقولتها تساوي $\mathbf{C}^{-1}$، فالمصفوفة متعامدة. والاكثر من ذلك، **C** متماثلة لذا فهي تساوي منقولتها. ولذلك ففي هذه الحالة الخاصة*،

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_t = \mathbf{C}^{-1}$$

في حين ان المصفوفة المتعامدة في الفقرة (2 . 7) تمثل الدوران، فهذه المصفوفة تمثل الدوران والانعكاس**. ان هذه التركيبة الخاصة من العمليات هي التي جعلته يتمكن من مساواة معكوسة.

* هذا التحويل معرف بشكل مختلف في هذا الكتاب بالنسبة لما يناظره في تحليلات كرون، بشكل رئيسي عند الحصول على تتابع طوري صحيح مع $d\theta/dt$ الموجبة لحسن الحظ ان التغيير يتجنب ضرورة العزل بين التحويل ومعكوسة.

** انظر المصدر 8، الصفحات (37 - 35).

لذا فأن تحويل الفولتية هو نفسه للتيار.

اذا كان تيار التتابع الصفري موجوداً، فأنه ليس محولاً. لذلك يجب ان تتوسع مصفوفة التحويل تتوسع بأضافة سطر وعمود يحتويان على وحدة واحدة منفردة في العنصر المشترك:

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|ccc|} & d & q & o \\ \hline \alpha & \cos\theta & \sin\theta & \\ \beta & \sin\theta & -\cos\theta & \\ o & & & 1 \\ \hline \end{array} \quad \cdots\cdots\cdots (7\ .\ 42)$$

ان هذه المصفوفة متعامدة ايضاً وبما انها متماثلة فأن منقولتها ومعكوستها متماثلتان

7 . 9 التحويل من محاور الاطوار الثلاثة الدوارة الى المحاور الثابتة (a,b,c) الى (d,q,o)
Transformation from Three - phase Axes to Statibnary Axes (a,b,c to d,q,o)

التحويل من محاور الاطوار الثلاثة (a,b,c) الى محاور ثابتة (d,q,o) يمكن اشتقاقه كما يلي:

$$\begin{array}{c|c|} a & i^{a} \\ b & i^{b} \\ c & i^{c} \end{array} = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|ccc|} & \alpha & \beta & o \\ \hline a & \cos 0 & \sin 0 & 1/\sqrt{2} \\ b & \cos 2\pi/3 & \sin 2\pi/3 & 1/\sqrt{2} \\ c & \cos 4\pi/3 & \sin 4\pi/3 & 1/\sqrt{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} \alpha & i^{\alpha} \\ \beta & i^{\beta} \\ o & i^{o} \end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|ccc|} & \alpha & \beta & o \\ \hline a & \cos 0 & \sin 0 & 1/\sqrt{2} \\ b & \cos 2\pi/3 & \sin 2\pi/3 & 1/\sqrt{2} \\ c & \cos 4\pi/3 & \sin 4\pi/3 & 1/\sqrt{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|ccc|} & d & q & o \\ \hline \alpha & \cos\theta & \sin\theta & \\ \beta & \sin\theta & -\cos\theta & \\ o & & & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} d & i^{d} \\ q & i^{q} \\ o & i^{o} \end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|ccc|} & d & q & o \\ \hline a & \cos\theta & \sin\theta & 1/\sqrt{2} \\ b & \cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\ c & \cos(\theta-4\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} d & i^{d} \\ q & i^{q} \\ o & i^{o} \end{array} \quad \cdots\cdots (7\ .\ 43)$$

سنجد ان مصفوفة التحويل هذه متعامدة ايضاً، اي انها ذات معكوس مساوٍ لمنقولتها ومحدد ذي قيمة وحدة واحدة. مع ذلك ولكونها ليست متماثلة، لاتساوي معكوسها الذي هو

$$C^{-1} = C_t = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ \hline d & \cos\theta & \cos(\theta-2\pi/3) & \cos(\theta-4\pi/3) \\ \hline q & \sin\theta & \sin(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) \\ \hline o & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ \hline \end{array} \quad \ldots (7.44)$$

هذا التحويل كان من الممكن انجازه مباشرة بتحليل ق.د.مغ للفائف الاطوار الثلاثة.

7.10 التحويل من محاور ثابتة الى محاور امامية وخلفية (d,q,o) الى (f,b,o)

The Transformation from Stationary Axes to Forward and Backword Axes (d,q,o to f,b,o)

ان التحويل

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|c|} & p & n \\ \hline \alpha & 1 & 1 \\ \hline \beta & -j & j \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (7.45)$$

يعطينا مركبات تتابع موجب وسالب متماثلة من قيم الطور. يمكن تطبيق التحويل الذي يحتوي على العناصر نفسها على قيم المحاور الثابتة ليعطي مركبات امامية وخلفية f,b:

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|c|} & f & b \\ \hline d & 1 & 1 \\ \hline q & -j & j \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7.46)$$

كون هذه ليست نفسها ينتج من حقيقة ان الاول يطبق لكميات (α,β) مباشرة، في حين ان الثاني يطبق بعد التحويل من محاور (α,β) الى (d,q).

اذا كانت المنظومة الاصلية ذات ثلاثة أطوار وكان من الضروري تضمين محور التتابع الصفري، فيجب ان نحتفظ بهذا المحور بدون تحويل في منظومات المحاور الاربعة كلها (f,b,o) و (α,β,o; p,n,o; d,q,o) مما يؤدي الى مصفوفة تحويل 3×3.

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|ccc} & f & b & o \\ \hline d & 1 & 1 & \\ q & -j & j & \\ o & & & \sqrt{2} \end{array} \qquad \text{....... (7 . 47)}$$

7 . 11 تحويل محاور لفيفة الساكن The Transformation of Stator Winding Axes

لم نتبصر لحد الآن الا بتحويلات محاور لفيفة الدوار فقط. من الواضح ان بعض هذه التحويلات ممكنة التطبيق على محاور لفيفة الساكن. نحو ثلاثة اطوار الى طورين، وثلاثة اطوار الى مركبات متماثلة وطورين الى مركبات متماثلة. اما الباقيات، مثل (a,b,c) الى (d,q) و (α,β) الى (d,q) فلايوجد مايكافئها في محاور الساكن عندما تكون جميع محاورها (D,Q,d,q) في حالة سكون بالنسبة الى الساكن. من الممكن عدّ جميع المحاور ساكنة بالنسبة للدوار. مثلا في تحليلات الاداء للماكنة التزامنية ذات المجال الدائر. وقد تمت الاشارة الى هذه الامكانية في الفقرة 3 . 5 والفقرة 6 . 5.

تطبق هذه التحويلات الخاصة بعد ذلك على محاور لفيفة الساكن ولاتطبق على محاور لفيفة الدوار. ان هذا البديل لم توجه اليه العناية في هذا الكتاب لانه، وكما تم ذكره، يؤدي الى نتائج متماثلة عدا مايخص اشارة (او الاتجاه الموجب المتعارف عليه) θ و θ˙.

بما أن اول حرفين كبيرين من الالف باء الاغريقية لايمكن تمييزهما عن نظيريهما في الالف باء الرومانية، فأن صيغة الاحرف الكبيرة لكل من α,β سوف يرمز لها بالحروف ′A و ′B على التوالي، عندما تكون هناك مناسبة للاشارة الى لفائف الساكن ذي الطورين بالتحديد.

7 . 12 التفسير الفيزيائي للمجاميع المختلفة من المحاور
Physical Interpretation of Varions Sets of Axes

1 . 12 . 7 الدوار Rotor

المحاور (a,b,c) و (α,β) محاور لفائف الدوار الحقيقية او التي حصلنا عليها من محاور لفائف

الدوار الحقيقة بعد اجراء تحويل يتضمن عناصر ثابتة حقيقية فقط. لذلك، فأن هذه المحاور تكون ساكنة بالنسبة للدوّار وتدور معه. وعليه فهي تدور بسرعة دوران الدوار نفسه بالنسبة للثابت اي بالسرعة الزاوية $\theta^{\cdot}$.

ان محاور (d,q) تكون ساكنة نسبة الى الثابت و تدور بالنسبة للدوار بسرعة الدوار الزاوية $\theta^{\cdot}$، ولكن بالاتجاه المعاكس.

ان المحاور (p,n) و (f,b) تكون مركبة وبناء على ذلك فأن اي زوج منها لايمثل مجموعة يمكن ادراكها من المحاور الفيزيائية. ومع ذلك، فعند استخدامها في وضعيات الحالة المستقرة للتيار المتناوب، يمكن تعريف القوى الدامغة المغناطيسية الناجمة عن التيارات المختلفة (المركبة) كما يلي:-

ان ق.د.مغ الناجمة عن تيارات الدوار للتتابعين الموجب والسالب تدور بالنسبة للدوار بسرعة زاوية مساوية الى التردد الزاوي لتيار الدوار حيث تدور ق.د.مغ للتتابع الموجب بأتجاه (a,b.c) او (α,β) وللتتابع السالب بأتجاه (c,b,a) او (β,α) يبدو واضحاً ان حركة ق.د.مغ هذه بالنسبة للساكن تعتمد على السرعة الزاوية للدوار. فأذا كان الدوار يدور بسرعة تزامنية بعكس اتجاه عقارب الساعة فأن ق.د.مغ تعد ساكنة نسبة للساكن وق.د.مغ للتتابع السالب تدور بضعف السرعة التزامنية نسبة للساكن، بعكس اتجاه عقارب الساعة.

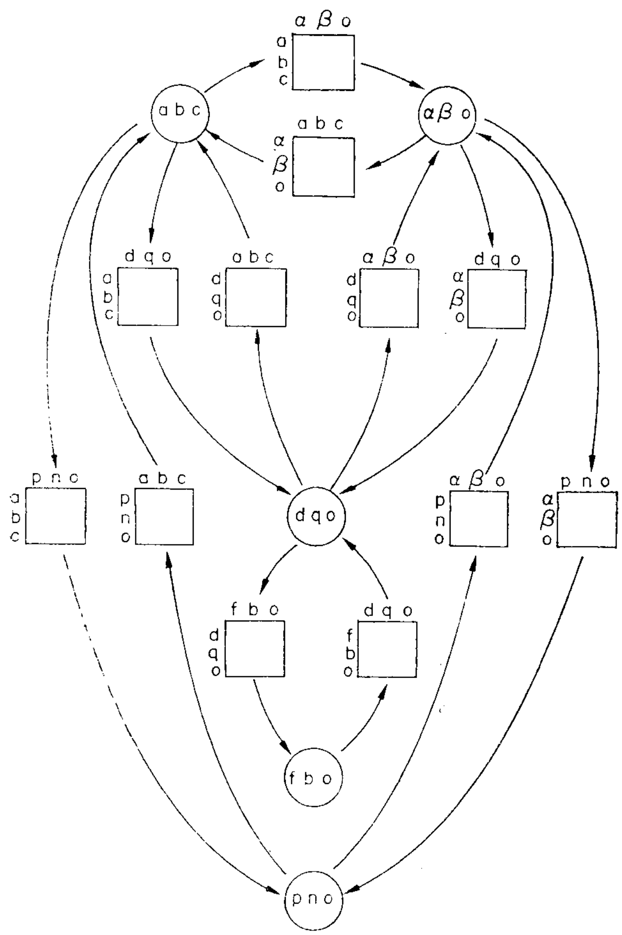
ان ق.د.مغ الناجمة عن التيارات الامامية والخلفية تدور نسبة الى الساكن بسرعة زاوية تساوي التردد الزاوي لتيار الدوار المنسوب الى الساكن. وسيكون هذا التردد الزاوي هو التردد الزاوي الاعتيادي للساكن. ان هاتين القوتين الدافعتين المغناطيسيتين تدوران بأتجاهين متعاكسين، كما يدل اسميهما، بعكس اتجها عقارب الساعة وبأتجاهها على التوالي.

2 . 12 . 7 الساكن Stator

ان محاور الساكن (A,B,C; A′,B′) و (D,Q) كلها مستقرة نسبة الى الساكن في الحقيقة ان المجاميع (A′,B′) و (D,Q) قد تؤخذ على انها مماثلة تماماً لبعضها، D مناظر الى A′ و Q الى B′، فيما اذا كان الدوران من A الى B′ عكس اتجاه عقارب الساعة مقبولاً. وكما اشرنا في الفقرة 3 . 7، ينصح بجعل تتابع محاور الاطوار الثلاثة A,B,C بالاتجاه نفسه كما لمحوري الطورين A′,B′، بحيث ان احد صيغ تحويل الاطوار الثلاثة الى طورين قد يؤخذ على انه التحويل القياسي.

اذا كانت المحاور (A′, B′) و (D,Q) متماثلة تماما، فأن هذا يؤدي الى ان المحاور (P,N) و (F,B) تكون متماثلة تماماً ايضاً. ان ق.د.مغ للتتابع الموجب (او الامامي) وللتتابع السالب (او الخلفي) تدور نسبة الى الساكن بسرعة زاوية تساوي التردد الزاوي للساكن بأتجاه (A,B,C) أو (A′, B′) و (C,B,A) أو (A′, B′) على التوالي من ثم بصورة عامة، المحوران P (F) و F يكونان ساكنين بنسبة كل منهما الى الآخر وكذلك ايضاً N (الخلفي، B) و b.

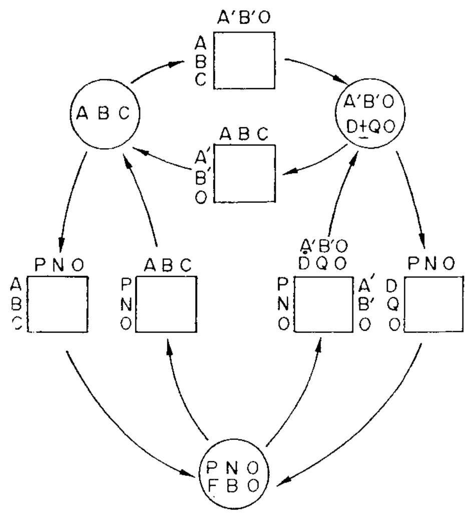
يجب ان نتذكر ان العلاقات النسبية المشار اليها اعلاه هي تلك التي تخص المتجهات الفراغية وليس لها علاقة بدوران المتجهات التي تمثل كميات متناوبة .حيث ان الاخيرة، بالتعريف، يجب ان تدور في الاتجاه نفسه لكي تجعل من الممكن اضافة مركبات مختلفة كما في الفقرتين 5 . 7 و 6 . 7.



شكل (21) تحويلات الدوار (المنتج)

ليس من الضروري طبعا ان نفهم الوجود الفيزيائي للمحاور المختلفة و ق. د. مغ لكي نستخدمها على نحو مرضٍ . مع ذلك يفضل ان ندرك العلاقة بينهما. ان هذه العلاقات رتبت في الاشكال (21) و

(22) للدوّار والثابت على الترتيب. تمثل الدوائر في هذه الاشكال المجموعات المختلفة من المحاور والمربعات مصفوفات التحويل مشاراً اليهما برموزها.



شكل (22) تحويلات الساكن

الفصل الثامن

تطبيق تقنيات المصفوفات على حسابات الاداء الرتيبة

The Application of Matrix Techniques toRoutinePerformance Calculations

8 . 1 تكوين مصفوفة الممانعة العابرة

The Establishment of the Transient Impedance Matrix

ان الخطوة الاولى في حساب اداء الماكنة هي تكوين مصفوفة "الممانعة العابرة" للماكنة المعنية. ويمكن ان تعد هذه المصفوفة تمثيلاً للعملية التي اذا ما انجزت على التيار فأنها تعطي الفولتية او بعبارة اخرى، انها التمثيل الرياضي الذي يعطينا تحويل لابلاس للفولتية عند ضربها ضرباً لاحقاً بتحويل لابلاس للتيار. وتبدأ هذه العملية بكتابة الممانعة العابرة للماكنة "البدائية" بأسلوب التمحيص او بأستخدام قواعد بسيطة. والماكنة البدائية هي تلك التي تتصف.

(أ) بعدم وجود ترابطات بينية بين لفائفها.

(ب) بأحتوائها على محورين ثابتين للدوار ومتعامدين ومرتبين بحيث

اولاً) اذا احتوى الساكن على اقطاب بارزة، فأن محاور دوائر الدوار (المنتج) تقع على محاور التماثل للساكن؛ او

ثانياً) اذا كانت الفجوة الهوائية منتظمة، فأن محوراً واحداً من محاور دوائر الدوّار (المنتج) في الاقل يقع على احدى محاور لفائف الساكن.

(ج) اذا احتوى الساكن على اقطاب بارزة، فأن لفائف الساكن تكون لها محاور تتطابق مع محاور التماثل.

بعبارة اخرى الماكنة البدائية هي تلك التي تكون فيها محاور الاسناد (المرجع) هي (Q,D ،d ،q)، وجميعها ثابتة نسبة الى الساكن.

لقد افترض هنا ان البروز هو حالة مرافقة للساكن فقط. مع ذلك اذا كان الدوّار من النوع البارز والساكن غير بارز، فيجب ان تؤخذ المحاور على انها ثابتة نسبة الى الدوّار ومتطابقة مع محاور تماثله. ان المعادلات الناجمة ستكون متطابقة في الصيغة مع تلك التي للماكنة المناظرة ذات الساكن البارز القطب.

اذا كانت الماكنة المحددة تحتوي على لفيفة متوازنة، فأن مقاومتي محوري هذه اللفيفة تكونان متساويتين واذا كانت الفجوة الهوائية منتظمة، اي ان كلا العضوين من النوع غير البارز، فالمحاثات الذاتية على المحورين للفيفة المتوازنة تكون متساوية ايضاً. وعلاوة على ذلك، اذا كانت لفائف كل من الدوار والساكن متوازنة فأن المحاثتين التبادليتين تكونان متساويتين ايضاً.

يجب ان تحتوي الماكنة البدائية على عدد كافٍ من اللفائف على كل من الساكن والدوار. وبصورة عامة، وان هذا يعني ان لفيفتي Q,D لكل لفيفة ساكن فعلية هي ليست نفسها على اي من المحورين Dو Q. ويكفي ان تمثل كل لفيفة فعلية على المحورين D او Q بلفيفة مفردة واحدة على المحور المناسب. ونحتاج لكل مجموعة لفائف دوار متوازنة لفائف على المحورين dو q كليهما.

بعد ذلك يتم اجراء التحويلات على منظومة الماكنة البدائية بالشكل الاتي فإذا كانت الماكنة المعنية.

(أ) محتوية على ازواج من فرش المبدل التي لاتكون متعامدة بعضها على البعض والتي تؤدي الى عدم انطباق محاور دوائر المنتج من محاور التماثل لقلب الساكن اذا كان بارزا فقط، او مع محور لفيفة الساكن اذا كانت الفجوة منتظمة، او

(ب) محتوية على اقطاب بارزة ولفائف ساكن محاورهما لاتنطبق على محاور التماثل للاقطاب.

يجب اولاً انجاز تحويل من نوع (ازاحة الفرشاة) ليعطي الترتيب الفعلي للفائف الماكنة المعنية. ويجب انجاز تحويل آخر اذا كان هناك اي ترابط بيني بين اللفائف. ومن الاساسي ان يعبر عن اللفائف المراد ربطها اما بدلالة محاور اللفائف الفعلية او بدلالة المحاور التي تم الحصول عليها من محاور اللفائف الفعلية بوساطة تحويلات متطابقة.

اما ربط التوالي وربط التوازي فيجب ان يعتنى بهما كلاً على حدة.

(أ) اذا كانت اللفائف مربوطة على التوالي، فأن التيار نفسه يسري فيها جميعاً، وهذا يشير الى التحويل اللازم. وتفقد اللفائف المربوطة على التوالي هويتها المستقلة وكذلك فولتيات اطرافها، حيث يستعاض عن الاخيرة في مصفوفة الفولتية بمجموعها. ولاينتج عن هذا عادة اية تبعات تذكر، لانه اذا اريد حساب فولتيات الاطراف كل على حدة، فمن الممكن ايجادها بسهولة عندما يتم تحديد التيارات جميعها.

(ب) اذا ربطت اللفائف على التوازي، فأن فولتيات اطرافها تكون متساوية. ان فكرة الازدواجية تشير الى امكانية التحويل بأبدال اللفائف المربوطة على التوازي بلفيفة مفردة مكافئة تحمل تياراً يساوي مجموع التيارات المارة في اللفائف كلاً على حدة. على هذا الاساس تفقد هوية هذه التيارات المنفردة. اذا شكلت اللفائف المربوطة على التوازي جزء من شبكة اكبر، بحيث ان فولتيات اطرافها تكون غير معروفة، وهذا يكون شيئاً غير ملائم وقد يكون من اللازم ان نعاني منه لكي يمكننا التعبير عن التقييدات بين التيارات. من ناحية اخرى، اذا كانت فولتيات اطراف اللفائف المربوطة على التوازي معلومة كما في محرك التوازي للتيار المستمر مثلاً، فمن المستحسن عدم انجاز اي تحويل بل يتم تحديد التيارات جميعها مباشرة، وذلك بمجرد جعل كل العناصر ذات العلاقة بمصفوفة الفولتية مساوية لفولتية الطرف المعلومة.

ان المصفوفة الناجمة من هذه العمليات هي مصفوفة الممانعة العابرة **Z** للماكنة المعنية بدلالة المحاور المرجع الثابتة. وفي حالة اللفائف الثابتة وحالة دوائر المنتج المتكونة بوساطة فرش المبدل الثابتة، تكون المحاور المرجع هي تلك التي للدوائر الفعلية وتكون التيارات والفولتيات هي تلك الموجودة فعلا. اما في حالة لفائف المنتج المربوطة عبر حلقات منزلقة، او المقصورة الدائرة بأسلوب آخر غير فرش المبدل (كما في المكائن التزامنية ذات المنتج الدائر و المكائن الحثية)، فأن المحاور المرجع لاتكون تلك التي للفائف الفعلية وكذلك فأن التيارات والفولتيات لاتكون هي الموجودة فعلاً. مع ذلك ففي اغلب الحالات تقريباً يكون من الاسهل التعبير عن المعادلات بدلالة المحاور الثابتة d و q للوهلة الاولى. من المناسب في بعض الحالات حل المعضلة بهذه المحاور، وفي هذه الحالة تحول بيانات الاطراف (فولتية او تيار) اولاً الى محاور d و q اذا لم تكن بالاساس بدلالة هذه المحاور. اخيراً، تحول النتائج عكسياً الى المحاور المعطاة اذا كان ذلك ضرورياً، كما في الماكنة التزامنية المبينة في البند 2 . 5 . 10 من الفصل العاشر. وفي حالات اخرى يكون حل معادلة الفولتية اسهل اذا قمنا بتحويلات اخرى في البداية، كما في حالة تحويل الماكنة الحثية الى محاور (P,N,f,b) المبينة في الفقرة 1 . 10 والمعادلة (10.3.2) او الى المحاور التزامنية (A,B,a,b) المذكورة في الفقرة 12.3. في هذه الحالات تحول بيانات الاطراف الى المحاور الجديدة ويحول الحل عكسيا منها الى المحاور المعطاة اصلاً.

لحساب العزم، يمكن كتابة المصفوفة **G** بالمعاينة على انها معاملات $\dot{\theta}$ في مصفوفة الممانعة العابرة **Z**.

ان مصفوفات الممانعة العابرة هذه تسمح بالحصول على حلول للظروف الكهربائية العابرة وكذلك للحصول على حلول القيم اللحظية وقيم ج.م.ت في ظروف الحالة المستقرة للتيار المتناوب وكذلك لظروف الحالة المستقرة للتيار المستمر. واذا كان المطلوب ايجاد حل للحالة المستقرة، فأن p قد تبدل في مصفوفة الممانعة بما يلي

(أ) بصفر، اذا كانت دوال الاثارة (اي الفولتيات المسلطة والتيارات) جميعاً كميات ثابتة عند نسبها الى المحاور الثابتة.

(ب) $j\omega$، اذا كانت دوال الاثارة جميعها جيبيةولها السرعةالزاوية ω نفسهاعند نسبها الىالمحاورالثابتة.

ان التعويض الاخير يؤدي الى حلول بدلالة كميات جـ.م.ت للمطاروات. في المكائن التزامنية يجب ان نحدد سماحاً مناسباً للفرق في الزمن بين انطباق محوري لفائف α و D (اي عندما تكون $\theta=0$) ويحددالزمن الصفري لـ t بوساطة طورفولتيةالطرف. ان هذاينشأ رياضياً عند تكامل $\dot{\theta}=\omega$ حيث يعطينا هذا التكامل ($\theta=\omega t+$ ثابت). وهذا الثابت ليس بالضرورة، او حتى من المعتاد، ان يساوي صفراً. حيث انه يكون، بالطبع، زاوية الحمل او يكون زاوية يمكن نسبها ببساطة الى زاوية الحمل نفسها. وسوف يشار اليه في هذا المضمار بالرمز ψ، لانه من غير الواضح عادة، عند، التعريف به، ما اذا كان هو زاوية الحمل او لم يكن هو زاوية الحمل، التي يرمز لها دوماً بالرمز δ.

ان بعض الدوائر المكافئة للمكائن تتضمن عناصر فعالة*. وهذا غير مرغوب فيه خصوصاً في الدوائر المعدّة لكي تستخدم بصفة شبكات تناظرية. ان ميزة الشبكات التي تتكون كلياً من عناصر هامدة هي ضرورة كون مصفوفة الممانعة متماثلة ذلك لأن L_{xy} و L_{yx} يكونان متساويين. ولأشتقاق دائرة مكافئة محتوية على عناصر هامدة فقط فمن الضروري في هذه الحالة، تحويل المتغيرات بحيث تكون مصفوفة الممانعة المحولة متماثلة وتحتوي على عناصر ثابتة فقط، اي ان هذه العناصر ليس دالة للزمن.

8.3 الترابط البيني بين المكائن او بين المكائن وعناصر الدوائر الاخرى

Interconnections between Machines or between Machines and other Circuit Elements

ان الترابط البيني او ترابط المكائن مع عناصر دوائر اخرى يوضح كالاتي. بعد الحصول على مصفوفات الممانعة العابرة للمكائن المنفردة وعناصر الدوائر الاخرى يمكننا ان نكتب هذه المصفوفات بشكل مصفوفات ثانوية على القطر الرئيسي لمصفوفة مركبة. وتكون المصفوفات الثانوية "التبادلية" بذلك محتوية جميعها على اصفار. وعند كتابة المصفوفة المركبة بشكل تام، تحتوي على اعمدة واسطر بعدد مركبات المصفوفات جميعها سوية. آنذاك تشتق مصفوفة التحويل تبعاً لعلاقات التيار الناشئة للترابطات البينية ويطبق هذا التحويل على مصفوفة الممانعة العابرة المجتمعة التي تمت كتابتها بشكلها الكامل**.

من المهم ان ندرك ان الترابطات البينية يمكن اجراؤها بصورة عامة بين محاور اللفائف الفعلية للمكائن فقط وليس بين محاور افتراضية تم الحصول عليها بوساطة التحويل فمثلاً، اذا ارتبط دوّاران لمحركين حثيين***. فأن المصفوفات يجب ان تكون بدلالة (a_1,b_1,c_1) و (a_2,b_2,c_2) أو (α_1,β_1) و (α_2,β_2)، وليس بين (d_1,q_1) و (d_2,q_2). قد يكون ممكناً انجاز التحويل الى محاور اخرى بعد الترابط، واذا فعلنا ذلك، فقد نتمكن بعدها من معرفة كيفية اجراء التحويل في البداية ـ ولكن ليس من الحكمة الى حد ما ان نحاول القيام بذلك قبل انجاز الترابط.

8.3.1 الدوائر المغلقة — Closed Circuits

عند غلق دائرة ما فأن الفولتية على طرفيها تساوي صفراً. وهذا ليس مشابها بالضرورة القول بأن الفولتية على طرفي لفيفة تكون صفراً (اي ان اللفيفة قد قصرت دائرتها.)، ذلك لأن اللفيفة قد تكون جزء من تلك الدائرة المعنية. واذا كانت دائرة مغلقة موجودة فعلاً، فمن الممكن ايجاد الفولتية عبر

---

* مثل دائرة موريل (Morill) المكافئة للمحرك ذي المتسعة. انظر المرجع (9).

**اعطي مثال على ذلك في البند 10.5.3 من الفصل العاشر.

***انظر الفقرة 13.5 من الفصل الثالث عشر.

لفيفة تكون جزءاً من تلك الدائرة فقط وذلك بالتحديد التيار المار بتلك اللفيفة اولاً ثم التيار المار بالدوائر الاخرى وضرب هذه التيارات اما بممانعة اللفيفة ذاتها او بممانعة ماتبقى من دائرتها ـ مع عدم نسيان حدود المحاثات التبادلية الموجودة.

8.3.2 انواع خاصة من المعضلات — Specific Types of Problem

بينما تبدو امكانية التنبؤ بجميع انواع المعضلات التي تبرز في دراسة المكائن الكهربائية غير ممكنة. فأن اغلب هذه المعضلات تقع ضمن الاصناف الخمسة التي سنذكرها لاحقاً، ففي الحالات جميعها التي سنذكرها، من الضروري اولاً ايجاد مصفوفة الممانعة العابرة **Z** للماكنة او للمنظومة قيد البحث بدلالة المحاور المرجع الثابتة. وبعدها تعتمد الاجراءات اللاحقة على المشكلة المعينة ذاتها.

(أ) اذا كانت فولتية اطراف اللفائف معطاة، فجد التيارات المارة في اللفائف.اذا كانت المحاور المرجع الثابتة للمصفوفة **Z** هي محاور اللفيفة الفعلية فمن الضروري عكس **Z** ليس غير عندما تكون التيارات معطاة بصيغة $\mathbf{i}=\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{v}$.

ومن ناحية ثانية، اذا لم تكن المحاور المرجعية الثابتة هي نفسها محاور اللفيفة الفعلية فمن الضروري اولاً تحويل الفولتيات المعطاة، التي سوف تصبح بدلالة محاور اللفيفة الفعلية، الى فولتيات اطراف لمنظومة المحور المرجع الثابت وذلك بوساطة $\mathbf{v}' = \mathbf{C}_t^*\mathbf{v}$. بعد عكس $\mathbf{Z}'$ (الممانعة بدلالة المحاور المرجع الثابتة) يمكن الحصول على التيارات بدلالة المحاور المرجع الثابتة بالعلاقة $\mathbf{i}' = \mathbf{Z}'^{-1}\mathbf{v}'$. واخيراً، يتم الحصول على التيارات الفعلية بالعلاقة $\mathbf{i}=\mathbf{C}\mathbf{i}'$.

بينما تبدو الاجراءات الاخيرة طويلة بأفراط، فأنه لايمكن اعطاء اي معنى لمحاولة عكس الممانعة بدلالة المحاور المرجعية المتحركة الفعلية ذلك لأن المعكوس يستخدم لحل معادلات تحويل لابلاس، وطريقة الحل هذه لايمكن ان تستخدم الا اذا كانت المعاملات ثابتة.

قد نقتصد في الجهد احيانا عندما تكون الدوائر مغلقة وتبعاً لذلك تكون فولتيات اطرافها صفرا. بما ان العناصر للعمود المناظر في $\mathbf{Z}^{-1}$ سيضرب بأصفار توجد في مصفوفة الفولتية، فلا حاجة لتحديد مثل هذا العمود في $\mathbf{Z}^{-1}$. مع ذلك، اذا لم تكن مصفوفة الممانعة بدلالة محاور اللفيفة الفعلية، فليس بالضرورة تتكون اصفار في مصفوفة الفولتية المحولة **v** عند وجود اصفار في مصفوفة فولتية الاطرف الفعلية **v**، والعكس بالعكس.

ومرة اخرى، اذا كانت بعض لفائف الماكنة مفتوحة الدائرة، فهي لذلك لاتنقل تيار، وفولتيات اطرافها تكون غير معلومة. هذه في ذاتها لاتسبب اي صعوبة لان الاسطر والاعمدة للمصفوفات المناظرة للفائف المفتوحة الدائرة يمكن حذفها، لان وجودها لايؤثر في تيارات وفولتيات اللفائف الاخرى. ولاتوجد صعوبة عندما تكون المحاور هي محاور اللفيفة الفعلية. من ناحية اخرى، عندما تكون المحاور الفعلية متحركة، فأن الدائرة المفتوحة للفيفة الفعلية ليست بالضرورة تناظر تيار بقيمة صفر في اي لفيفة محولة. علاوة على ذلك، اذا كان فتح دائرة اللفيفة يجعل الماكنة بحالة بحيث

لاتستجيب الى التحديدات المفصلة في الفقرة (6 . 5.) من الفصل الخامس، فلا يمكن حل المعضلة بالتقنيات الرتيبة بدلالة المحاور المرجعية الثابتة*.

(ب) اذا كانت فولتيات اطراف اللفائف الحاملة للتيار جميعها معلومة، فجد فولتيات الاطراف للفائف المفتوحة الدائرة.

من الضروري هنا ايجاد التيارات اولاً كما تم توضيحه في الفقرة السابقة، بحذف محاور اللفائف المفتوحة الدائرة. مرة اخرى فأن التحديدات بعد هذا الحذف هي انه يجب ان تبقى الماكنة مستجيبة للمتطلبات المذكورة في الفقرة 6 . 5، ويجب عدم اهمال هذه المتطلبات. وحال معرفة التيارات، يمكن ايجاد الفولتيات من العلاقة $\mathbf{v} = \mathbf{Zi}$ بأستخدام مصفوفة الممانعة التامة لانجاز عملية الضرب $\mathbf{Zi}$ من الواضح بأنه ليس ضرورياً، الاّ لاغراض التدقيق حساب الفولتيات التي كانت قد اعطيت في البيانات مسبقاً.

(جـ) اذا كانت فولتيات اطراف بعض اللفائف والتيارات المارة في اللفائف الاخرى معطاة، فجد تيارات وفولتيات اللفائف الباقية.

يمكن حل هذا النوع من المشاكل بالتجزئة. ان ترتيب المحاور المرجع في المصفوفة ينظم بحيث ان كل الفولتيات المعلومة تأتي قبل الفولتيات غير المعلومة وكل التيارات المعلومة، بعد التيارات غير المعلومة. واذا كانت $\mathbf{v}_1$ مصفوفة الفولتيات المعلومة و $\mathbf{v}_2$ مصفوفة الفولتيات غير المعلومة، وكان $\mathbf{i}^1$ مصفوفة التيارات غير المعلومة و $\mathbf{i}^2$ مصفوفة التيارات المعلومة فأن مصفوفة الممانعة تجزّأ تبعاً لذلك الى $\mathbf{Z}_{11}$ و $\mathbf{Z}_{12}$ و $\mathbf{Z}_{21}$ و $\mathbf{Z}_{22}$ بحيث تكون معادلة الفولتية:ـ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}^1 \\ \mathbf{i}^2 \end{bmatrix} \quad \text{.........} \quad (8 . 1)$$

ومنها ينتج

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{Z}_{11}\mathbf{i}^1 + \mathbf{Z}_{12}\mathbf{i}^2$$
$$\mathbf{Z}_{11}\mathbf{i}^1 = \mathbf{v}_1 - \mathbf{Z}_{12}\mathbf{i}^2$$
$$\mathbf{i}^1 = \mathbf{Z}_{11}^{-1}[\mathbf{v}_1 - \mathbf{Z}_{12}\mathbf{i}^2]$$

بحيث ان التيارات غير المعلومة $\mathbf{i}^1$ يمكن ايجادها بدلالة الفولتيات المعلومة $\mathbf{v}_1$ و التيارات المعلومة $\mathbf{i}^2$.

* انظر مثلا تحليلات المنوّب ذي الطور الواحد في الفقرة 13.6 (الفصل 13) والمراجع 13 و 14.

ان الفولتيات غير المعلومة يمكن ايجادها بعملية مشابهة بعد عكس المصفوفة ولكن من الاسهل ايجادها بأستخدام المعادلة

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{Z}_{21}\mathbf{i}^1 + \mathbf{Z}_{22}\mathbf{i}^2 \qquad \text{.........} \ (8\ .\ 2)$$

وبعد تحديد $\mathbf{i}^1$. واذا عبرنا عن هذه الفولتية بدلالة $\mathbf{v}_1$ و $\mathbf{i}_2$ مباشرة:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_2 &= \mathbf{Z}_{21}\mathbf{Z}_{11}^{-1}[\mathbf{v}_1 - \mathbf{Z}_{12}\mathbf{i}^2] + \mathbf{Z}_{22}\mathbf{i}^2 \\ &= \mathbf{Z}_{21}\mathbf{Z}_{11}^{-1}\mathbf{v}_1 + [\mathbf{Z}_{22} - \mathbf{Z}_{21}\mathbf{Z}_{11}^{-1}\mathbf{Z}_{12}]\mathbf{i}^2 \end{aligned} \qquad (8\ .\ 3)$$

(د) اذا كانت فولتيات الاطراف معلومة، فجد العزم بدلالة السرعة او زاوية الطور. فمن الضروري ان نجد التيارات اولاً وكما بينا اعلاه.

قد تكتب المصفوفة $\mathbf{G}$ من مصفوفة ممانعة المحور الثابت ويحسب العزم من $\mathbf{Gi}$، $\text{Re}\mathbf{i}^*$ حيث فيه $\mathbf{i}_t$، $\mathbf{G}$ و $\mathbf{i}$ هي بدلالة محاور (D,Q,d,q)، سواء كانت هذه هي محاور اللفائف الفعلية ام لا. ولاحاجة لاجراء التحويل العكسي الى محاور اللفائف الفعلية اذا ما حددت قيم التيارات في محاور اخرى.

وليست هناك منفعة تذكر في حساب العزم من $(\frac{1}{2})\mathbf{i}_t^*(\partial\mathbf{L}/\partial\theta)\mathbf{i}$ عادة في انواع المعضلات التي يتطرق اليها هذا الكتاب.

ان السرعة او زاوية الطور ستنشآن بصورة طبيعية في مصفوفة التيار وفقاً لعمل الماكنة فيما اذا كانت متزامنة او غير متزامنة، وتبعاً لذلك فأن العزم يعبر عنه بوصفه دالة للسرعة او دالة للزاوية على الترتيب.

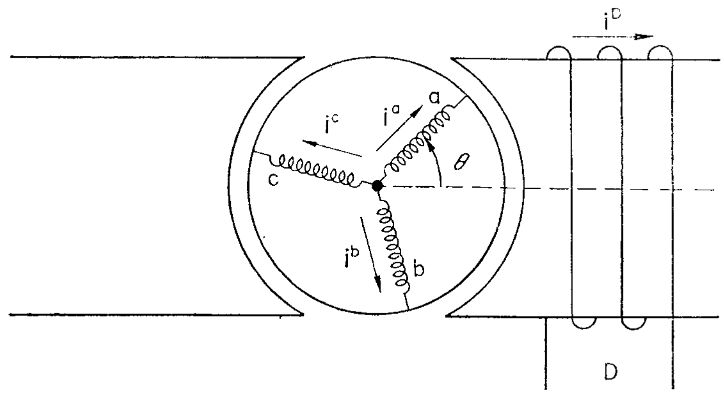
(هـ) اذا كانت فولتيات الاطراف معلومة فجد السرعة او التيارات لعزم بقيمة معلومة او كليهما. بما ان العزم معطى على انه دالة للسرعة (او لزاوية الطور) فمن الضروري مساواة التعبير الرياضي للعزم مع العزم المعطى ويجري ايجاد الحل بالنسبة للسرعة ـ والعملية الاخيرة هذه قد لاتكون ممكنة جبرياً، وقد يصبح من الضروري اللجوء الى الطرائق العددية او طرق الرسم.

وحالما يتم ايجاد السرعة فأن التيارات يمكن تحديدها.

8 . 4 تحليلات المكائن ثلاثية الطور — The Analysis of Three - phase Machines

ان السبيل المباشر لتحليل الماكنة ثلاثية الطور قد يتم بتحديد مصفوفة المانعة بدلالة اللفائف ثلاثية الطور، المبينة تخطيطياً في شكل (23) بطريقة مشابهة لتلك المستخدمة في الماكنة ثنائية الطور التي تم

ذكرها في الفقرة (4 . 5). وهذا يمكن عمله* ولكنه يتطلب فهما عميقاً لمختلف مركبات الفيض التي تتشابك مع اللفائف. وتبرز الصعوبة بصورة خاصة مع الفيض، وخاصة مع مركبات الفيض الفراغية غير الاساسية، بسبب التيار المار في طور واحد من لفيفة المنتج والذي يشابك طوراً آخر من هذه اللفيفة.



الشكل (23) ماكنة بارزة القطب ثلاثية الطور متوازنة

وهناك سبيل آخر بديل للحل هو بأستخدام مصفوفة الممانعة التي تم اشتقاقها من الماكنة ذات الطورين وذات المحورين β,α مع اضافة سطر وعمود آخرين لمحور التتابع الصفري وبعدها يتم استخدام التحويل الذي تم اشتقاقه في المعادلتين (19 . 7) و (20 . 7) بين المحاور الثلاثية الطور (a,b,c) ومنظومة (α,β,o). على الرغم من ان هذا الحل قد يبـدو ابسط، الا ان مايحدث هو ابدال الصعوبة الاصلية بصعوبة اخرى ليس الا، اي بعبارة اخرى تحديد عناصر سطر وعمود التتابع الصفري لمصفوفة الممانعة في محاور (α,β,o). على اية حال فأن مركبات الفيض المتضمنة في هذه المحاور تعرف بسهولة. ان نتيجة طريقة الحل هذه هي مصفوفة ممانعة ثلاثية الطور معبر عنها بدلالة معالم الماكنة الطبيعية X_o,X_q,X_d، في حين ان الاشتقاق المباشر لمصفوفة الممانعة الثلاثية الطور يشتمل على كميات اخرى ترتبط مع هذه المفاعلات ارتباطاً خطياً.

8 . 5 تأثيرات تيارات التتابع الصفري The Effects of Zero - sequence Currents

تكون لتيارات التتابع الصفري، حسب تعريفها، القيم اللحظية نفسها في اللفائف الثلاث للاطوار (a,b,c) جميعها. ان دراسة ق.د.مغ في الفجوة الهوائية التي تحدث لفائف لها مجاميع اطوار

* انظر المرجع 10 الصفحة (16 - 10)

	α	β	o	D
α	$R_a+p(L_d\cos^2\theta+L_q\sin^2\theta)$	$p(L_d-L_q)\sin\theta\cos\theta$		$pL_{Dd}\cos\theta$
β	$p(L_d-L_q)\sin\theta\cos\theta$	$R_a+p(L_d\sin^2\theta+L_q\cos\theta^2)$		$pL_{Dd}\sin\theta$
o			$R_a+L_o p$	
D	$pL_{Dd}\cos\theta$	$pL_{Dd}\sin\theta$		$R_{DD}+L_{DD}p$

(8 . 4)

وهذه يمكن تحويلها الى محاور ذات ثلاثة اطوار بوساطة مصفوفة التحويل

$\mathbf{C} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ .... (8 . 5)

	a	b	c	D
α	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
β		$\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}/2$	
o	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	
D				$\sqrt{3}/\sqrt{2}$

بما ان مصفوفة الصفيفة هذه تحتوي على عناصر ثابتة فقط، فالتحويل يكون بصيغته البسيطة **C,ZC** وبدون اي تفاضل يتوسطها، مع ان الامر سوف يتطلب اجراءات جبرية ومثلثية واسعة لانجازه.

ان مصفوفة الممانعة* الناتجة موضحة في المعادلة (8 . 8).

وعندما يتم التحويل الى محاور (d,q,o,D)، فأن مصفوفة الممانعة الثنائية الطور ومصفوفة الممانعة ثلاثية الطور كلتيهما تؤدي الى

	d	q	o	D
d	$R_a+L_d p$	$L_q\dot{\theta}$		$L_{Dd}p$
q	$-L_d\dot{\theta}$	$R_a+L_q p$		$-L_{Dd}\dot{\theta}$
o			$R_a+L_o p$	
D	$L_{Dd}p$			$R_{DD}+L_{DD}p$

.... (8 . 6)

* من الممكن مقارنة هذه المصفوفة بتلك التي في المرجع 2، المجلد 38، صفحة 590، والمرجع 12، والمعادلات في المرجع 10، الصفحات (16 - 10)

وعند مقارنة مصفوفات الممانعة الثلاث في المحاور (α,β,o,D) والمحاور (a,b,c,D)؛ والمحاور (d,q,o,D) تجعلنا في وضوح تام لماذا يكون الافضل، في اغلب الحالات* . وعند تحديد اداء الماكنة ذات الاطوار الثلاثة، فيجب ان

(أ) نبدأ بمنظومة ثنائية الطور بدلاً من محاولة اشتقاق مصفوفة الاطوار الثلاثة مباشرة من الاعتبارات الفيزيائية؛

	a	b	c	D
a	R_a $+p(\frac{1}{3})(L_d+L_q+L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos 2\theta$	$-p(\frac{1}{6})(L_d+L_q-2L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos(2\theta-2\pi/3)$	$-p(\frac{1}{6})(L_d+L_q-2L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos(2\theta-4\pi/3)$	$p\sqrt{(\frac{2}{3})}L_{Dd}\cos\theta$
b	$-p(\frac{1}{6})(L_d+L_q-2L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos(2\theta-2\pi/3)$	R_a $+p(\frac{1}{3})(L_d+L_q+L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos(2\theta-4\pi/3)$	$-p(\frac{1}{6})(L_d+L_q-2L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos 2\theta$	$p\sqrt{(\frac{2}{3})}L_{Dd}\cos(\theta-2\pi/3)$
c	$-p(\frac{1}{6})(L_d+L_q-2L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos(2\theta-4\pi/3)$	$-p(\frac{1}{6})(L_d+L_q-2L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos 2\theta$	R_a $+p(\frac{1}{3})(L_d+L_q+L_o)$ $+p(\frac{1}{3})(L_d-L_q)\cos(2\theta-2\pi/3)$	$p\sqrt{(\frac{2}{3})}L_{Dd}\cos(\theta-4\pi/3)$
D	$p\sqrt{(\frac{2}{3})}L_{Dd}\cos\theta$	$p\sqrt{(\frac{2}{3})}L_{Dd}\cos(\theta-2\pi/3)$	$p\sqrt{(\frac{2}{3})}L_{Dd}\cos(\theta-4\pi/3)$	$R_{DD}+pL_{DD}$

(8 . 7)

(ب) للتحويل من محاور الدوار α, β للمنظومة الثنائية الطور الى محاور ثابتة (d,q) كما تم عمله في آخر الفقرة (4 . 5). حيث نحتاج الى عمل هذا التحويل عندما يراد دراسة الماكنة موضوعة البحث لاول وهلة فقط.

(ج) لتحويل البيانات من اي محور اعطيت فيه الى المحورين (d,q) لحل المسألة في المحورين d,q او اي محاور مشتقة منها، ومن ثم تحويل الحل عكسياً الى أي من المحاور المرجعية المطلوبة اذا كان ذلك ضرورياً.

وبغياب اي من فولتيات وتيارات التتابع الصفري تحل المسألة بمحورين من محاور الدوّار فقط بدلاً من ثلاثة محاور لمنظومة الـ (a,b,c)، اضافة الى تجنب تعقيدات المحاثات المتغيرة مع الزمن.

من الممكن ان نلاحظ من مصفوفات التحويل المعطاة في المعادلة (42 . 7).

$$v_\alpha = \cos\theta v_d + \sin\theta v_q$$

وكذلك

$$i^\alpha = \cos\theta i^d + \sin\theta i^q$$

* في مثل هذه المسائل كتلك التي درست في المرجع 14 وبشكلها المبسط في الفقرة 13.6 (الفصل 13) فقط حيث لايوجد فائدة من استعمال المحاور d,q.

في حين ان

$$v_a = \sqrt{(\tfrac{2}{3})}\{\cos\theta v_d + \sin\theta v_q + (1/\sqrt{2})v_o\}$$

و

$$i^a = \sqrt{(\tfrac{2}{3})}\{\cos\theta i^d + \sin\theta i^q + (1/\sqrt{2})i^o\}$$

لذلك، وبغياب مركبات التتابع الصفري يكون

$$v_a = \sqrt{(\tfrac{2}{3})}v_\alpha \quad \text{و} \quad i^a = \sqrt{(\tfrac{2}{3})}i^\alpha \qquad \text{.........} \; (8 \;.\; 8)$$

بحيث ان

$$v_a/i^a = v_\alpha/i^\alpha$$

ان كون العلاقة بين v_a و i^a هي نفسها بين v_α و i_α يدل ضمناً على ان القيم العددية للمعالم مثل $(L_d, L_q, X_S, X_M, X_r)$ تكون نفسها للمنظومتين وهذا يعني ايضاً انه، بغياب مركبات التتابع الصفري، يمكن تطبيق حل الطور α لمنظومة ثنائية الطور بالتساوي على الطور a من منظومة ثلاثية الطور دون الضرورة الى القيام بالتحويل. وهذا مفيد بشكل خاص تحت الظروف المتوازنة عندما يمكن التعبير عن الاداء بشكل تام بدلالة الفولتية والتيار لطور واحد فقط.

ان هذه النتائج تبرز عن الاختيار المعين للتحويل من الاطوار الثلاثة الى طورين و بتحديد اكثر من اختيار تحويل يكون نفسه للفولتية والتيار اي يكون متعامداً من المهم ملاحظة انه على الرغم من ان قيم $(L_d, L_q$......) الخ في المحاور ثنائية الطور تكون نفسها في المحاور ثلاثية الطور، الا ان هناك فرقاً مهماً حيث انه بالرجوع الى مصفوفة الممانعة ثنائية الطور المعطاة في المعادلة (4 . 9) يتضح ان L_d و L_q هما قيمتا المحاثتين للطور α عندما تكون $\theta=0$ و $\theta=(\pi/2)$ على التوالي عندما تكون اللفائف الباقية جميعها مفتوحة الدائرة. ومع ذلك يتضح من مصفوفة الممانعة في المعادلة (4 . 8). ان المحاثات للطور a في ماكنة ثلاثة الطور لهاتين الحالتين هما $((2/3)L_d+(1/3)L_o)$ و $((2/3)L_q+(1/3)L_o)$ على التوالي. وبدراسة اكثر تفصيلاً لمصفوفة الممانعة هذه يتبين انه عندما تكون $\theta=0$، فأن الفولتية v_a تكون $(R_a+L_a p)i^a$ شريطة ان يكون هناك ايضاً تيار في الاطوار c,b بحيث أن $(p(i^a+i^b+i^c)=0)$. ولذلك فأن L_d هي قيمة المحاثة الذاتية المؤثرة للطور a عندما $\theta=0$، وعند عدم وجود تيار التتابع الصفري بالاسلوب نفسه، تكون L_q المحاثة الذاتية المؤثرة عندما $\theta=(\pi/2)$ تحت الظروف نفسها.

وعند التبصر في الطور α لماكنة ثنائية الطور، فلا علاقة، بالطبع، فيما اذا كان هناك تيار في لفيفة الطور β ام لا. ذلك لان اللفيفتين تكونان متعامدتين وتكونان على محاور التماثل للمجال ذي الاقطاب البارزة ويمكن تلخيص العلاقات بالقول ان L_d وL_q هما المحاثتان الفعالتان للطور a بغياب تيار التتابع الصفري والمحاثات الفعلية للطور α، عندما $\theta=0$ و $\theta=(\pi/2)$ على التوالي.

وفي حالة تشغيل الماكنة ثلاثية الطور بطور واحد (خط ـ الى ـ خط)، فأن صيغة معادلة الطورين ستختلف فيما اذا اخذت i^a و i^b أو i^c على انها صفر. وأذا كان $L^a=0$ فأن i^α يؤخذ على انه صفر $(i^\alpha=0)$، وهذه هي نتيجة اخرى للاختيار الخاص للتحويل من الاطوار الثلاثة الى الطورين، لذلك فأنه يفضل أخذ $i^b=0$ أو $i^c=0$.

الفصل التاسع

مكائن التيار المستمر والمكائن احادية الطور ذات المبدل
D.C. and Single - phase Commutator Machines

1 . 9ماكنة التوالي ذات المبدل — The Series Commutator Machine

يبين الشكل (24) ترتيب ماكنة التوالي ذات المبدل، اما الشكل (25) فيبين الماكنة البدائية المناظرة لها. من الافضل التبصر اولاً بالماكنة البدائية الاكثر تعقيداً والموضحة في الشكل [25(ب)] التي تكون مصفوفة ممانعتها كالاتي

	d	q	F
d	R_a+L_ap	$L_a\dot{\theta}$	Mp
q	$-L_a\dot{\theta}$	R_a+L_ap	$-M\dot{\theta}$
F	Mp		R_F+L_Fp

.... (9 . 1)

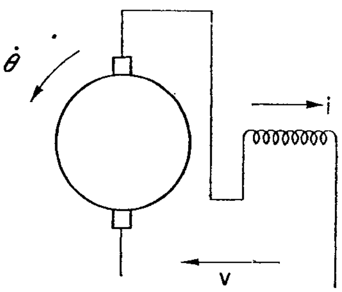
بما ان دائرة d غير موجودة يجب ان نحذف العمود والسطر المناظرين لهذه الدائرة بحيث ينتج

	a	F
a	R_a+L_ap	$-M\dot{\theta}$
F		R_F+L_Fp

.... (9 . 2)

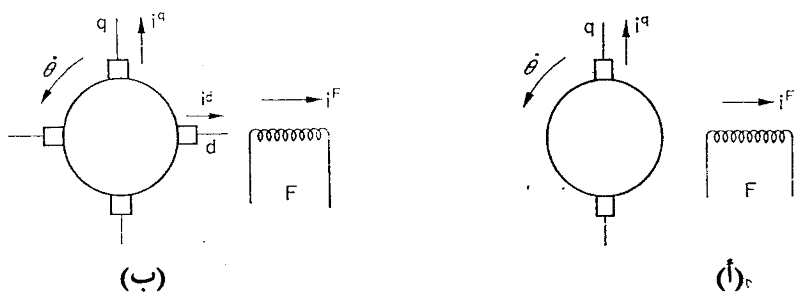
التي فيها رمز الى دائرة المنتج وحدها فقط بالرمز a بدلاً من q. أن السبب في الرجوع الى الماكنة البدائية التي تتضمن لفيفة d يتضح في وجود العنصر $M\dot{\theta}$ ـ في سطر a من المصفوفة الاخيرة. حيث انه بدون وجود سطر وعمود d للماكنة في الشكل [25(ب)] فأن الاشارة والمقدار وربما وجود هذا العنصر قد يكون مشكوكاً فيه.

ان M هي المحاثة المتبادلة المقاسة بين لفيفة المجال والمحور المباشر للفرش اذا كانت موجودة وكذلك اذا كان توزيع الفيض بصورة جيبية. واذا لم يتحقق الشرط الاخير هذا، فأن M هي



شكل (24). ماكنة التوالي ذات المبدل

عبارة عن ثابت لاغير له ابعاد المحاثة يصل الفولتية المتولدة مع السرعة وتيار المجال. في هذه الحالة، اذا كان المحور d لايزال ظاهرا في المعادلات، فمن الضروري وجوب التمييز بين المحاثة التبادلية الحقيقية وهذا الثابت، كما في المصفوفة المعطاة في المعادلة 2 . 5.



شكل (25). المكائن البدائية ذات المبدل

ان الترابط البيني لتكوين ماكنة التوالي المربوطة كما في الشكل (24) يعرف بسهولة كما يلي

$$\begin{matrix} i^a = i \\ i^F = i \end{matrix} \quad \text{or} \quad \begin{matrix} a \\ F \end{matrix}\begin{bmatrix} i^a \\ i^F \end{bmatrix} = \begin{matrix} a \\ F \end{matrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} \quad \text{.........} \quad (9\ .\ 3)$$

لذا تكون مصفوفة الممانعة للماكنة المربوطة كما يلي

$$\mathbf{Z}' = \begin{array}{cc} a & F \\ \hline 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c|cc} & a & F \\ \hline a & R_a+L_ap & -M\theta \\ F & & R_F+L_Fp \end{array} \quad \begin{array}{c|c} a & 1 \\ F & 1 \end{array} \qquad \text{......... (9 . 4)}$$

$$= \boxed{(R_a+R_F)+(L_a+L_F)p-M\theta}$$

حيث

$$\mathbf{G}' = \boxed{-M} \qquad \text{(9 . 5)}$$

واذا كانت $(R=R_a+R_F)$ و $(L=L_a+L_F)$ فأن معادلة الفولتية هي

$$v = (R+Lp-M\theta)i \qquad \text{........ (9 . 6)}$$

ان هذه المعادلة سارية المفعول لمكائن التوالي ذات التيار المستمر والتيار المتناوب احادي الطور. بالنسبة لماكنة التيار المستمر تبدل p بالقيمة صفر لظروف الحالة المستقرة مما يؤدي الى

$$V = RI-M\theta I \qquad \text{و} \qquad I = \frac{V}{R-M\theta}$$

ان العزم هو $\mathbf{i}_t'\mathbf{G}'\mathbf{i}' = -IMI = -MI^2 = -\dfrac{V^2M}{(R-M\theta)^2}$ الذي عندما يكون سالباً، يدل على ان المنتج سيدور بأتجاه عقارب الساعة عند استخدام الربط المبين في الشكل (24). في هذه الحالة تكون $\dot\theta$ سالبة اعتياديا و $M\dot\theta I$ - يكون موجبا وهو طبعاً الـ"ق.د.ك المضادة" التي يرمز لها بالرمز E مما يعطينا معادلة محرك التيار المباشر المعروفة $V=RI+E$. ويجب ان تكون قيمة M مناظرة لدرجة التشبع في الماكنة عند التيار I

وفي ظروف الحالة المستقرة في ماكنة التيار المتناوب تبدل p في مصفوفة الممانعة العابرة بالمقدار $j\omega$، مما يؤدي الى

$$V = (R + j\omega L - M\dot{\theta})I \qquad \ldots\ldots\ (9\ .\ 7)$$
$$= \{(R - M\dot{\theta}) + j\omega L\}I$$

على انها معادلة طورية، وفيها

$$I = \frac{V}{(R - M\dot{\theta}) + j\omega L}$$
$$= \frac{V(R - M\dot{\theta}) - jV\omega L}{(R - M\dot{\theta})^2 + \omega^2 L^2} \qquad \ldots\ldots(9\ .\ 8)$$

ان متوسط العزم يعطى بالصيغة $\mathrm{Re}\,\mathbf{I}_t'^{*}\mathbf{G}'\mathbf{I}'$

$$= \mathrm{Re}\left[\left\{\frac{V(R - M\dot{\theta}) + jV\omega L}{(R - M\dot{\theta})^2 + \omega^2 L^2}\right\}\{-M\}\left\{\frac{V(R - M\dot{\theta}) - jV\omega L}{(R - M\dot{\theta})^2 + \omega^2 L^2}\right\}\right]$$
$$= \frac{-V^2 M}{(R - M\dot{\theta})^2 + \omega^2 L^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ (9\ .\ 9)$$

اعلاه يمكن كتابة ωL بصيغة X، و M بصيغة X_M/ω.
بأسلوب آخر، نستطيع دراسة الظروف اللحظية في مكائن التيار المتناوب بوضع $v = \hat{V}\sin\omega t$.
آنئذ تكون معادلة تحويل لابلاس بصيغة

$$\frac{\hat{V}\omega}{(s^2 + \omega^2)} = (R - M\dot{\theta} + Ls)\bar{\imath}$$

او

$$\bar{\imath} = \frac{\hat{V}\omega}{(s^2 + \omega^2)(R - M\dot{\theta} + Ls)}$$
$$= \frac{As + B\omega}{(s^2 + \omega^2)} + \frac{C}{(R - M\dot{\theta} + Ls)} \qquad \ldots\ldots\ (9\ .\ 10)$$

حيث

$$A = -\frac{\hat{V}\omega L}{(R - M\dot{\theta})^2 + \omega^2 L^2} \qquad B = \frac{\hat{V}(R - M\dot{\theta})}{(R - M\dot{\theta})^2 + \omega^2 L^2}$$

و

$$C = \frac{\hat{V}\omega L^2}{(R - M\dot{\theta})^2 + \omega^2 L^2}$$

الحد الذي يحتوي على C يمثل التيار العابر احادي الاتجاه الذي ينتج في حالة تسليط الفولتية $\hat{V}\sin\omega t$ بصورة مفاجئة عند الزمن صفر عندما يكون دوران المحرك بسرعة زاوية $\dot{\theta}$.
ان تحويل المعكوس للحد المتبقي هو التيار اللحظي في ظروف الحالة المستقرة حيث يكون

$$\frac{\hat{V}(R-M\dot{\theta})\sin\omega t-\hat{V}\omega L\cos\omega t}{(R-M\dot{\theta})^2+\omega^2L^2}=\frac{\hat{V}\sin(\omega t-\phi)}{\sqrt{\{(R-M\dot{\theta})^2+\omega^2L^2\}}}$$

حيث يكون $\cos\phi=(R-M\dot{\theta})/\sqrt{\{(R-M\dot{\theta})^2+\omega^2L^2\}}$.

ويكون العزم اللحظي $i_t'G'i'$

$$=\frac{\hat{V}\sin(\omega t-\phi)}{\sqrt{\{(R-M\dot{\theta})^2+\omega^2L^2\}}}(-M)\frac{\hat{V}\sin(\omega t-\phi)}{\sqrt{\{(R-M\dot{\theta})^2+\omega^2L^2\}}}$$

$$=\frac{-\hat{V}^2M\sin^2(\omega t-\phi)}{(R-M\dot{\theta})^2+\omega^2L^2}$$

$$=\frac{-\hat{V}^2M\{1-\cos 2(\omega t-\phi)\}}{2\{(R-M\dot{\theta})^2+\omega^2L^2\}} \quad \ldots\ldots\ (9\ .\ 11)$$

ولما كان $\hat{V}=\sqrt{2}V$، فأن متوسط هذا التعبير الرياضي هو نفسه الذي تم اشتقاقه في المعادلة 9 . 9.

اما الحد المتبقي فهو تغير العزم مع الزمن والذي يبين ان العزم ينبض بضعف تردد المصدر، بين قيمتين، الاولى تعادل ضعف متوسط العزم والاخرى صفراً.

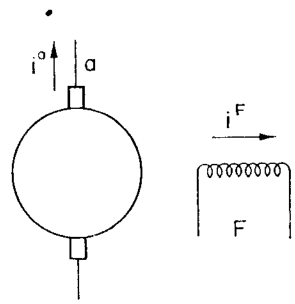
9 . 2 ماكنة التوازي ذات المبدل — The Shunt Commutator Machine

يبين الشكل 26 الصيغة البدائية لماكنة توازي ذات مبدل حيث يشير الرمز a الى دائرة المنتج (التعامدية) ويشير الرمز F الى لفيفة المجال على المحور المباشر. ان مصفوفة الممانعة لهذه الماكنة هي

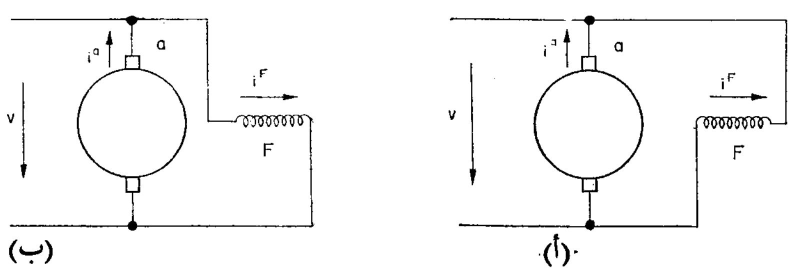
$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & R_a + L_a p & -M\dot{\theta} \\ \hline F & & R_F + L_F p \\ \hline \end{array} \qquad \text{.......... (9 . 12)}$$

حيث تطبق على M الملحوظات نفسها التي تمت الاشارة اليها في بداية هذه الفقرة.

ويوضح الشكل (27) هذه الماكنة مربوطة بشكل كامل. من ناحية ثانية، بما ان العلاقة بين i^d و i^F تعتمد على الظروف الطرفية، من المستحسن في هذه المرحلة عدم تحويل مصفوفة الممانعة للماكنة البدائية.



شكل (26) الماكنة البدائية ذات المبدل



شكل (27) ماكنة التوازي ذات المبدل

هناك حالتان لهذه الماكنة جديرتان بالاهتمام هما: حالة محرك التوازي ذي التيار المستمر الذي تكون فيه فولتيتا طرف اللفيفتين متساويتين ومعلومتين: وحالة مولد متوازٍ ذي تيار مستمر تكون الفولتيتان فيه متساويتين ولكنهما غير معلومتين. من المناسب استخدام انواع ربط مختلفة لكل من المحرك والمولد وكما هو مبين في الشكلين (27) (أ)و(ب) على التعاقب.

ان مصفوفة الممانعة في الحالة المستقرة هي

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|} & \text{a} & \text{F} \\ \hline \text{a} & R_a & -M\dot{\theta} \\ \hline \text{F} & & R_F \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots (9\,.\,13)$$

ومعادلة الفولتية للمنتج هي

$$V_a = R_a I^a - M\dot{\theta} I^F \qquad \ldots\ldots\ldots (9\,.\,14)$$

وللفيفة المجال

$$V_F = R_F I^F \qquad \ldots\ldots (9\,.\,15)$$

مرة اخرى، ان الصيغة الشائعة لكتابة هذه المعادلات هي

$$V = RI + E$$

حيث E هي ق.د.ك. المضادة وتساوي $-M\theta^{\cdot} I^F$.

اما العزم فيكون **i_tGi**

$$= \begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{\text{a}} & \multicolumn{1}{c}{\text{F}} \\ \hline I^a & I^F \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|c|} & \text{a} & \text{F} \\ \hline \text{a} & & -M \\ \hline \text{F} & & \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|} & \\ \hline \text{a} & I^a \\ \hline \text{F} & I^F \\ \hline \end{array}$$

$$= -I^a M I^F = I^a E / \dot{\theta}. \qquad \ldots\ldots\ldots (9\,.\,16)$$

ان عكس مصفوفة الممانعة يؤدي الى معادلة التيار

$$\begin{array}{c|c|}\mathrm{a} & I^{a} \\ \mathrm{F} & I^{F}\end{array} = \frac{1}{R_a R_F} \begin{array}{c|c|c|} & \mathrm{a} & \mathrm{F} \\ \mathrm{a} & R_F & M\dot{\theta} \\ \mathrm{F} & & R_a \end{array} \begin{array}{c|c|}\mathrm{a} & V_a \\ \mathrm{F} & V_F\end{array} \qquad \text{........ (9 . 17)}$$

وفي محرك التوازي المربوط كما في الشكل [27(أ)] يمكن القول ان $V_a=V_F=V$

لذا فأن

$$\begin{array}{c|c|}\mathrm{a} & I^{a} \\ \mathrm{F} & I^{F}\end{array} = \frac{V}{R_a R_F} \begin{array}{c|c|}\mathrm{a} & R_F+M\dot{\theta} \\ \mathrm{F} & R_a\end{array}$$

على هذا الاساس وبهذه المدلولات يكون عزم القطبين **T**

$$=\frac{V^2(R_F+M\dot{\theta})}{R_a R_F^2} M \qquad \text{.........(9 . 18)}$$

يتضح ضمنياً ان العزم هنا يتغير مع تغير مربع الفولتية، وهذا صحيح فقط طالما M ثابتة، اي في الحالة غير المشبعة. وفي الفولتيات الاعتيادية تكون M دالة للتيار I^F وهي لذلك تكون دالة للفولتية V.

9 . 4 مولد توازٍ ذو تيار مستمر في وضع الدائرة المفتوحة
The D.C. Shunt Generator on Open Circuit

لعدم وجود حمل آخر على المنتج فأن $i^a=i^F$ فيما اذا كانت الاتجاهات كما هي موضحة في الشكل [27(ب)]، وكذلك يكون

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c|c|}\mathrm{a} & 1 \\ \mathrm{F} & 1\end{array}$$

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{C}_t\mathbf{Z}\mathbf{C} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \mathrm{a} & \mathrm{F} \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{c|c|c|} & \mathrm{a} & \mathrm{F} \\ \cline{2-3} \mathrm{a} & R_a + L_a p & -M\dot{\theta} \\ \cline{2-3} \mathrm{F} & & R_F + L_F p \\ \cline{2-3} \end{array} \begin{array}{c|c|} \cline{2-2} \mathrm{a} & 1 \\ \cline{2-2} \mathrm{F} & 1 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

$$= \boxed{(R_a + R_F) + (L_a + L_F)p - M\dot{\theta}}$$

$$\mathbf{v}' = \mathbf{C}_t\mathbf{v} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \mathrm{a} & \mathrm{F} \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{c|c|} \cline{2-2} \mathrm{a} & v_a \\ \cline{2-2} \mathrm{F} & v_F \\ \cline{2-2} \end{array} = \boxed{v_a + v_F} = \boxed{0}$$

ذلك لأن الدائرة تكون في حالة غلق.

لنفرض ان التيار في لحظة الزمن صفر هو i_o، لذا تكون معادلة فولتية تحويل لابلاس هي:-

$$0 = \{(R_a + R_F) + (L_a + L_F)s - M\dot{\theta}\}\bar{i} - (L_a + L_F)i_o$$

و

$$\bar{i} = \frac{(L_a + L_F)i_o}{(L_a + L_F)s + (R_a + R_F - M\dot{\theta})}$$

$$= \frac{i_o}{s + \dfrac{R_a + R_F - M\dot{\theta}}{L_a + L_F}}$$

حيث

$$i = i_o \varepsilon^{-\{(R_a + R_F - M\dot{\theta})/(L_a + L_F)\}t}$$

ان الحالات المحتملة الثلاث التي تنشأ هي:-

$(R_a + R_F) > M\dot{\theta}$ - التيار يضمحل الى الصفر.

$(R_a + R_F) = M\dot{\theta}$ - التيار يبقى ثابتاً.

$(R_a + R_F) < M\dot{\theta}$ - يتزايد التيار بدون حدود.

في الحالات العملية يجهز التيار الابتدائي i_o بوساطة المغناطيسية المتبقية واذا كانت $(R_a + R_F) < M\dot{\theta}$ في المنطقة غير المتشعبة، عندئذ "تبني" الماكنة، اي يزداد كل من تيار المنتج وفولتيته. من ناحية اخرى، حين تصل قيمة التيار الى منطقة **التشبع**، تبدأ M بالتناقص وعندما تقل $M\dot{\theta}$ الى $(R_a + R_F)$، سوف لاتكون هناك اية زيادة اخرى في التيار والفولتية.

اذا اصبحت $(R_a+R_F)>M\dot{\theta}$ في المنطقة غير المشبعة فهنا يقال بأن المقاومة تكون اعلى من "المقاومة الحرجة" $(=M\dot{\theta})$ وتهمل الزيادة في الفولتية التي تكون قيمتها اعلى من تلك المناظرة للفيض المتبقي. بالتناظر يطلق على المقدار (R_a+R_F) السرعة "الحرجة"*.

5 . 9 مولد توازٍ ذو تيار مستمر عليه حمل مقاومي
The D.C. Shunt Generator on Resistance Load

كما شرحنا في الفقرة 3 . 8 عن الترابط البيني بين الماكنة والحمل، مصفوفة ممانعة الماكنة يكون لها سطر وعمود اضافيان يعودان لمقاومة الحمل الخارجية R_L:

	a	F	L
a	$R_a+L_a p$	$-M\dot{\theta}$	
F		$R_F+L_F p$	
L			R_L

........(9 . 19)

وتكون علاقات التيارات المشتقة من الشكل [28(أ)]

$$i^a = i^a$$
$$i^F = i^F$$
$$i^L = i^a - i^F$$

لذا تكون مصفوفة الربط كما يلي

$\mathbf{C} =$

	a	F
a	1	
F		1
L	1	−1

.... (9 . 20)

ومصفوفة الممانعة للمنظومة تكون $\mathbf{Z'}=\mathbf{C_t Z C}$

* انظر المرجع 3 - صفحة 304

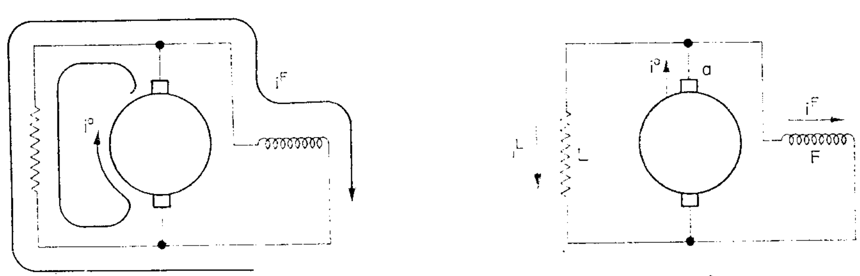
$$= \begin{array}{c|c|c|c|} & a & F & L \\ \hline a & 1 & & 1 \\ \hline F & & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c|c|} & a & F & L \\ \hline a & R_a + L_a p & -M\dot{\theta} & \\ \hline F & & R_F + L_F p & \\ \hline L & & & R_L \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & 1 & \\ \hline F & & 1 \\ \hline L & 1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & R_a + L_a p + R_L & -M\dot{\theta} - R_L \\ \hline F & -R_L & R_F + L_F p + R_L \\ \hline \end{array} \qquad \text{........ } (9 . 21)$$

وتكون الفولتية

$$\mathbf{v}' = \mathbf{C}_t \mathbf{v} = \begin{array}{c|c|c|c|} & a & F & L \\ \hline a & 1 & & 1 \\ \hline F & & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c|c|} \hline a & v_a \\ \hline F & v_F \\ \hline L & v_L \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|} \hline a & v_a + v_L \\ \hline F & v_F - v_L \\ \hline \end{array} \qquad \text{...... } (9 . 22)$$

يجب ان نتذكر الاتجاهات الموجبة المعرفة بوساطة سهام التيارات في الشكل [28(أ)] حيث يمكن ان نلاحظ ان كلتا الفولتيتين صفر، كما يجب ان تكون، ذلك لان كلتا الدائرتين مغلقتان. التحليلات هي في الحقيقة الآن بدلالة شبيكتين كما هو موضح في الشكل [28(ب)] ومن الضروري ان تكون الفولتيات حول الشبيكتين صفراً.



(ب) (أ)

شكل (28) ماكنة التوازي ذات المبدل في حالة الحمل

على هذا الاساس تكون معادلة الفولتية $\mathbf{v}' = \mathbf{Z}'\mathbf{i}'$ كما يلي

$$\begin{array}{c} \\ a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ a \\ F \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} a & F \end{array} \\ \begin{bmatrix} R_a+L_a p+R_L & -M\dot{\theta}-R_L \\ -R_L & R_F+L_F p+R_L \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} i^a \\ i^F \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots (9\ .\ 23)$$

وتكون معادلة الفولتية لتحويل لابلاس هي

$$\begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} R_a+L_a s+R_L & -M\dot{\theta}-R_L \\ -R_L & R_F+L_F s+R_L \end{bmatrix} \begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} \bar{i}^a \\ \bar{i}^F \end{bmatrix} - \begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} L_a & \\ & L_F \end{bmatrix} \begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} i_o^a \\ i_o^F \end{bmatrix}$$

او

$$\begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} L_a i_o^a \\ L_F i_o^F \end{bmatrix} = \begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} R_a+L_a s+R_L & -M\dot{\theta}-R_L \\ -R_L & R_F+L_F s+R_L \end{bmatrix} \begin{array}{c} a \\ F \end{array}\begin{bmatrix} \bar{i}^a \\ \bar{i}^F \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots (9\ .\ 24)$$

حيث i_o^a و i_o^F هما التياران الابتدائيان للمنتج والمجال على التعاقب.

ويكون محدد مصفوفة الممانعة

$$\begin{aligned} \Delta &= \{(R_a+R_L)+L_a s\}\{(R_F+R_L)+L_F s\}-R_L(M\dot{\theta}+R_L) \\ &= (L_a L_F)s^2+\{L_F(R_L+R_a)+L_a(R_F+R_L)\}s \\ &\quad +(R_a R_F+R_a R_L+R_L R_F-R_L M\dot{\theta}) \qquad \ldots\ldots\ldots (9\ .\ 25) \end{aligned}$$

ومعكوس مصفوفة الممانعة هو

$$\frac{1}{\Delta}\;\begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & (R_F+R_L)+L_F s & M\dot{\theta}+R_L \\ \hline F & R_L & (R_a+R_L)+L_a s \\ \hline \end{array} \qquad \cdots\cdots\cdots\; (9\ .\ 26)$$

وتعطى التيارات كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} a & \bar{i}^{a} \\ \hline F & \bar{i}^{F} \end{array} = \frac{1}{\Delta}\;\begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & (R_F+R_L)+L_F s & M\dot{\theta}+R_L \\ \hline F & R_L & (R_a+R_L)+L_a s \\ \hline \end{array}\;\begin{array}{c|c|} a & L_a i_o^{a} \\ \hline F & L_F i_o^{F} \end{array} \;\cdots\; (9\ .\ 27)$$

ان استقرارية المنظومة تعتمد على جذور المعادلة $\Delta = 0$. وللحصول على الاستقرارية من الضروري ان لايحتوي اي جذر على جزء حقيقي موجب والشرط الضروري لذلك ولو انه ليس شرطاً كافياً، ان تكون معاملات Δ جميعها لها الاشارة نفسها*. من الواضح ان معاملات s^2 و s موجبة. وقد يكون الحد الثابت موجباً او سالباً او صفراً. ولأجل ان يكون هذا الحد صفراً ،

$$M\dot{\theta} = \frac{R_a R_F + R_a R_L + R_L R_F}{R_L}$$
$$= (R_a + R_F) + R_a R_F / R_L$$

اذا تعدت $M\theta^{\cdot}$ هذه القيمة فالحد الثابت سيكون سالباً، وسوف تزداد التيارات والفولتيات الى ان تقل M بفعل التشبع بما يكفي لتحقيق هذه المعادلة. واذا كانت $M\theta^{\cdot}$ اقل من هذه القيمة، فلن يكون هناك بناء للفولتية. واذا جعلنا R_L مالانهاية، فأن هذا الشرط سوف يؤدي الى ذلك الذي تم تحديده سابقاً للمولد في حالة اللاحمل.

9 . 6 معالم مكائن التيار المستمر — Parameters of D.C. Machines

9 . 6 . 1: مكائن التيار المستمر المتوازية او المثارة بصورة منفصلة
Shunt and Separately Excited D.C. Machines

من مصفوفة الممانعة المعطاة في المعادلة (9 . 13)، تكون معادلة الفولتية للحالة المستقرة لماكنة التيار المستمر المثارة على التوازي او بصورة منفصلة هي

---

* لغرض دراسة المعاملات متعددة الحدود بشكل كامل وعلاقتها بالاصفار، من ناحية علاقتها بالاستقرارية؛ يجب دراسة قاعدة راوث (هوروتز). لذا انظر المرجع 13 او اي كتاب في موضوع نظريات الدوائر الكهربائية.

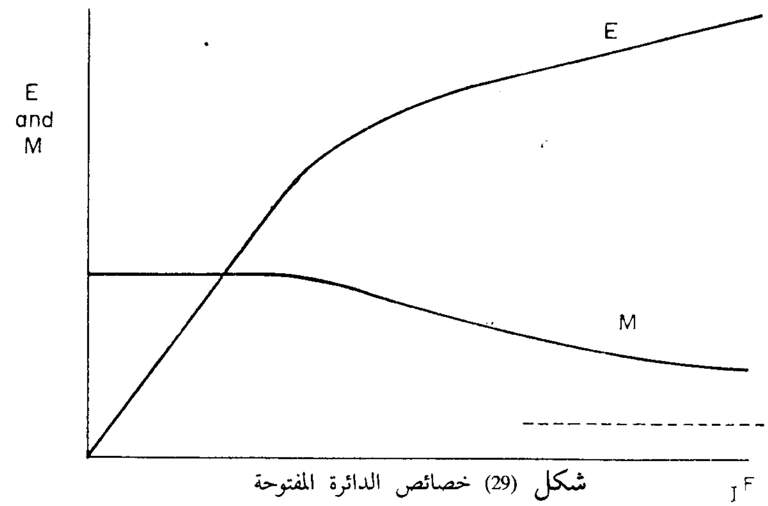
$$
\begin{array}{c|c|} & \\ a & V_a \\ \hline F & V_F \end{array}
=
\begin{array}{c|cc|} & a & F \\ a & R_a & -M\theta \\ \hline F & & R_F \end{array}
\begin{array}{c|c|} & \\ a & I^a \\ \hline F & I_F \end{array}
\quad \ldots\ldots\ldots \ (9\ .\ 28)
$$

واذا كان المنتج ساكناً، فأن $\theta^{\cdot}=0$، ويمكن ايجاد R_a و R_F على انها V_a/I^a و V_F/I^F على التعاقب، مع انه للحصول على الدقة، يجب ان تقاس V_a على المبدل ذاته وليس عند الاطراف. واذا لم نفعل ذلك، فأن الهبوط في الفولتية على نقاط توصيل الفرش سيدخل ضمنياً في قياس V_a.

واذا تم تدوير الماكنة بصورة منفصلة بحيث كان $I^a=0$، اي ان دائرة المنتج مفتوحة، وتيار ثابت I^F في لفيفة المجال، فأن الفولتية على اطراف المنتج هي $V_a = -M\theta^{\cdot} I^F$*. وهذه طبعاً هي ق.د.ك E في النظرية التقليدية مقاسة بوساطة اختبار الدائرة المفتوحة**. اما مقدار M فيتم الحصول عليه بصيغة $V_a/(\theta^{\cdot} I^F)$.

ان قيمة M تتغير بصورة واسعة مع التشبع، اي مع قيمة I^F وكما هو مبين في الشكل (29). ويناظر الجزء الثابت من الرسم البياني لـ M الجزء المستقيم من الرسم البياني للـ ق.د.ك ازاء تيار الاثارة.

وقد تتغير قيمة M في حالة الحمل بشكل ملحوظ مع I^a ايضا. اي ان "رد فعل المنتج" قد يقلل ق.د.ك في حالة الحمل مقارنة بمقدار ق.د.ك في حالة اللاحمل وللاثارة نفسها. ان هذا التأثير يمكن ان يؤخذ في الحساب عند اجراء اختبار على الماكنة في حالة الحمل بأسلوب مشابه لما هو موصوف في البند 2 .6 .9 الاتي لماكنة التوالي***



شكل (29) خصائص الدائرة المفتوحة

* ان الاشارة السالبة نشأت في الاختبارات المتعارف عليها ولا علاقة لها بما يهمنا حالياً.
** انظر المرجع 3 - الصفحة 293
*** انظر المرجع 3 في الصفحات 296 - 295

ان المحاثتين L_a و L_F لمصفوفة الممانعة العابرة المعطاة في المعادلة (12 . 9) هما ببساطة المحاثتان المقيستان عند اطراف المنتج واطراف المجال عندما يكون المنتج ثابتاً ويمكن قياس هاتين المحاثتين بصورة تقريبية بوساطة اختبار تيار متناوب في الحالة المستقرة او بوساطة عابرة احادية الاتجاه*. في الواقع العملي سوف تتأثر قيمة L_a بقيمة تيار المجال I^F وكذلك قيمة L_F سوف تتأثر بقيمة I^a. وفي كلتا الحالتين من الممكن اجراء الاختبار بوجود تيار في الدائرة الاخرى لكى ندخل في حساباتنا هذا التفاعل التبادلي نتيجة التشبع في وجه القطب ونهاياته المستدقة.

2 . 6 . 9 ماكنة التوالي ذات التيار المستمر — D.C. Series Machine

من الممكن فصل لفائف المجال والمنتج لماكنة التوالي ذات التيار المستمر اختبارها كما تم وصفه في اعلاه لماكنة التوازي. على اية حال، يكون مفيداً من الناحية العملية تشغيل الماكنة بوصفها محركاً ويتم تغيير كل من الفولتية المسلطة وعزم الحمل وذلك لابقاء السرعة ثابتة على مدى معين للتيار.

من المصفوفة في المعادلة (4 . 9) يتبين ان ممانعة الحالة المستقرة هي $(R_a+R_F) - M\dot{\theta}$.

اذن $[V=\{(R_a+R_F)-M\dot{\theta}\}I]$ و $[E=-M\dot{\theta}I=V-(R_a+R_F)I]$ و $[M=\{V/I-(R_a+R_F)\}/\dot{\theta}]$

وتمتاز هذه الطريقة على اختبار الدائرة المفتوحة في انها تتضمن تأثير رد فعل المنتج، على الرغم من ان الخطأ يزداد بأيجاد M بدلالة الفرق (والذي يشتمل عملياً على هبوط الفولتية في نقاط توصيل الفرشة الذي اهمل هنا). من ناحية ثانية، في العديد من تطبيقات محرك التوالي ذي التيار المستمر يكون تيارا المجال والمنتج، في بعض الاوقات، مختلفين**. في مثل هذه الحالات من الضروري تغذية لفائف المنتج والمجال بهذين التيارين المختلفين خلال الاختبار لنعطي سماحاً لرد فعل المنتج بصورة صحيحة. ان تأثير رد فعل المنتج يعتمد ايضاً على ما اذا كانت الماكنة تعمل محركاً او مولداً، لذلك فأن الاختبار الكامل يتطلب ان تعمل الماكنة في الحالتين عند اختبارها.

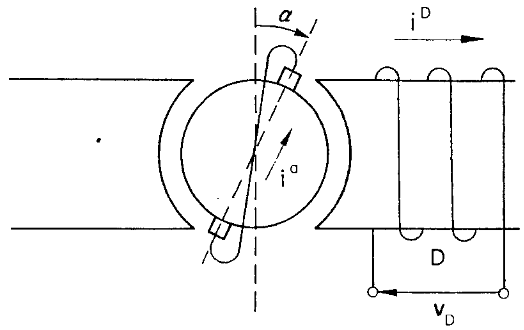
7 . 9 المحرك التنافري — The Repulsion Motor

لقد ادرك كرون منذ البداية ان محرك التنافر بشكل خاص هو ماكنة مفيدة لتوضيح طريقة التحليل، على كونه ذا اهمية عملية قليلة في الوقت الحاضر. يتكون هذا المحرك من ماكنة ذات مبدل

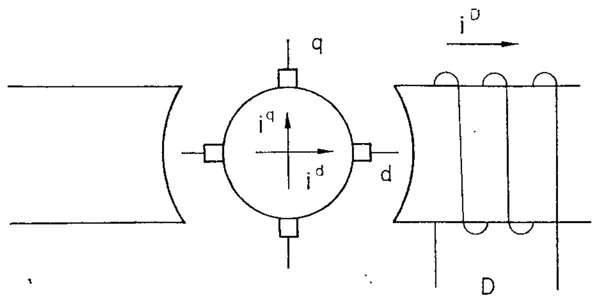
* ان اختبارات التيار المتناوب ستعطي قيم محاثات تتضمن تأثيرات تقارن مسارات التيارات خلال الملفات او بنية المجال. وتكون هذه القيم اقل بصورة عامة من القيم التي تؤدي اليها الاختبارات احادية الاتجاه ويجب عندئذ اختيار الاختبار الذي يتفق مع الظرف المراد تحليله. انظر المراجع 14,7 و 15

** انظر المرجع 16. الصفحات 152 - 142

لها زوج من الفرش مقصورة الدائرة ومزاحة عن محور التعادل ولها لفيفة ساكن احادية الطور كما هو مبين في شكل (30). ويبين الشكل (31) الماكنة البدائية لهذا المحرك.



شكل (30) محرك التنافر



شكل (31) الماكنة البدائية

اما تحويل ازاحة الفرش اللازم فيكون

$$i^{d} = \sin \alpha i^{a}$$
$$i^{q} = \cos \alpha i^{a} \qquad \ldots\ldots\ (9\ .\ 29)$$

وبما أنه لايراد تحويل محور لفيفة الساكن، فأن مصفوفة التحويل هي

$$C = \begin{array}{c|c|c|} & D & a \\ \hline D & 1 & \\ \hline d & & \sin \alpha \\ \hline q & & \cos \alpha \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ (9\ .\ 30)$$

ومنقولتها هي

$$\mathbf{C}_t = \begin{array}{c|ccc} & D & d & q \\ \hline D & 1 & & \\ a & & \sin\alpha & \cos\alpha \end{array} \quad \ldots\ldots\ (9\ .\ 31)$$

ان مصفوفة المانعة **Z** للماكنة البدائية هي تلك التي للميتاداين، وبالتحديد

$$\begin{array}{c|ccc} & D & d & q \\ \hline D & R_D+L_Dp & Mp & \\ d & Mp & R_a+L_dp & L_q\dot{\theta} \\ q & -M\dot{\theta} & -L_d\dot{\theta} & R_a+L_qp \end{array} \quad \ldots\ldots\ (9\ .\ 32)$$

ولذلك فأن تلك التي لمحرك التنافر هي $\mathbf{Z}'=\mathbf{C}_t\mathbf{Z}\mathbf{C}$

$$= \begin{array}{c|ccc} & D & d & q \\ \hline D & 1 & & \\ a & & \sin\alpha & \cos\alpha \end{array} \begin{array}{c|ccc} & D & d & q \\ \hline D & R_D+L_Dp & Mp & \\ d & Mp & R_a+L_dp & L_q\dot{\theta} \\ q & -M\dot{\theta} & -L_d\dot{\theta} & R_a+L_qp \end{array} \begin{array}{c|cc} & D & a \\ \hline D & 1 & \\ d & & \sin\alpha \\ q & & \cos\alpha \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cc} & D & a \\ \hline D & R_D+L_Dp & Mp\sin\alpha \\ a & Mp\sin\alpha - M\dot{\theta}\cos\alpha & (R_a+L_dp)\sin^2\alpha+(R_a+L_qp)\cos^2\alpha \\ & & +(L_q-L_d)\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cc} & D & a \\ \hline D & R_D+L_Dp & Mp\sin\alpha \\ a & M(p\sin\alpha-\dot{\theta}\cos\alpha) & (R_a+L_qp)+(L_d-L_q)\{p\sin^2\alpha-\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\} \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cc} & D & a \\ \hline D & R_D+L_Dp & Mp\sin\alpha \\ a & M(p\sin\alpha-\dot{\theta}\cos\alpha) & (R_a+L_qp)+\tfrac{1}{2}(L_d-L_q)\{p(1-\cos 2\alpha)-\dot{\theta}\sin 2\alpha\} \end{array} \quad (9\ .\ 33)$$

على الرغم من انه ليس شيئاً اساسياً القيام بذلك، فأنه من المناسب هنا ان نحصر تصوراتنا اكثر الى الماكنة ذات $L_d = L_q$ لكي نقلل من طول التعابير الرياضية.
واذا كان $(L_d = L_q = L_a)$ فأن مصفوفة الممانعة تصبح

$$\begin{array}{c|c|c|} & \text{D} & \text{a} \\ \hline \text{D} & R_D + L_D p & M p \sin\alpha \\ \hline \text{a} & M(p\sin\alpha - \dot{\theta}\cos\alpha) & R_a + L_a p \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots (9\,.\,34)$$

اذا كنا مهتمين بدراسة تيار الساكن فقط، فسيكون من المفضل حذف تيار المنتج؛ على اية حال سنتابع العمل لحساب التيارات والعزم كليهما. ان عكس مصفوفة الممانعة يعطينا التيارات بصفة

$$\begin{array}{c|c|} \text{D} & i^D \\ \hline \text{a} & i^a \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|c|} & \text{D} & \text{a} \\ \hline \text{D} & R_a + L_a p & -M p \sin\alpha \\ \hline \text{a} & -M(p\sin\alpha - \dot{\theta}\cos\alpha) & R_D + L_D p \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} \text{D} & v_D \\ \hline \text{a} & v_a \\ \hline \end{array} \quad (9\,.\,35)$$

بما ان دائرة فرش المنتج قصيرة فأن $v_a=0$ و

$$\begin{array}{c|c|} \text{D} & i^D \\ \hline \text{a} & i^a \\ \hline \end{array} = \frac{v_D}{\Delta} \begin{array}{c|c|} \text{D} & R_a + L_a p \\ \hline \text{a} & -M(p\sin\alpha - \dot{\theta}\cos\alpha) \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots (9\,.\,36)$$

حيث

$$\Delta = (L_D L_a - M^2 \sin^2\alpha)p^2 + (R_D L_a + R_a L_D + M^2 \dot{\theta} \sin\alpha\cos\alpha)p + R_D R_a$$

9 . 7 . 1 اداء الحالة المستقرة بدلالة الحدود المركبة
Steady - state Performance in Complex Terms

لندرس اولاً ظروف الحالة المستقرة مع فولتية مسلطة لها ج.م.ت V_D وسوف نضع $j\omega$ بدلاً عن p للحصول على

$$\begin{array}{c} \\ D \\ a \end{array}\left[\begin{array}{c} I^D \\ I^a \end{array}\right] = \frac{V_D}{\Delta}\begin{array}{c} \\ D \\ a \end{array}\left[\begin{array}{c} R_a + jX_a \\ X_M(v\cos\alpha - j\sin\alpha) \end{array}\right] \qquad \ldots\ldots (9.37)$$

حيث $X_M = \omega M, \quad X_a = \omega L_a, \quad X_D = \omega L_D, \quad v = \dot{\theta}/\omega$ والآن

$$\Delta = \{R_D R_a - (X_D X_a - X_M^2 \sin^2\alpha)\} + j\{R_D X_a + R_a X_D + X_M^2 v \sin\alpha\cos\alpha\}$$

ومن مصفوفة الممانعة العابرة

$$\mathbf{G} = \begin{array}{c} \\ D \\ a \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & a \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} & \\ -M\cos\alpha & \end{array}\right] \end{array} = \frac{1}{\omega}\begin{array}{c} \\ D \\ a \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & a \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} & \\ -X_M\cos\alpha & \end{array}\right] \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots (9.38)$$

لذا فأن عزم القطبين في الحالة المستقرة T هو

$$\mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & a \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} I^{*D} & I^{a*} \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ D \\ a \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} D & a \end{array} \\ \left[\begin{array}{cc} & \\ -X_M\cos\alpha & \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} D \\ a \end{array}\left[\begin{array}{c} I^D \\ I^a \end{array}\right]$$

$$= \mathrm{Re}\left\{-\frac{1}{\omega} I^{a*} I^D X_M \cos\alpha\right\}$$

$$= \mathrm{Re}\left\{-\frac{X_M^2\cos\alpha}{\omega}\,\frac{V_D^* V_D}{\Delta^*\Delta}(v\cos\alpha + j\sin\alpha)(R_a + jX_a)\right\}$$

$$= -\frac{X_M^2\cos\alpha}{\omega}\,\frac{V_D^* V_D}{\Delta^*\Delta}(vR_a\cos\alpha - X_a\sin\alpha)$$

$$= \frac{1}{\omega}\,\frac{V_D^2 X_M^2 \cos\alpha(X_a\sin\alpha - vR_a\cos\alpha)}{\{R_D R_a - (X_D X_a - X_M^2\sin^2\alpha)\}^2 + \{R_D X_a + R_a X_D + X_M^2 v\sin\alpha\cos\alpha\}^2} \qquad \ldots\ldots (9.39)$$

وعندما $\mathbf{v=0}$، فأن هذا العزم يكون موجباً، اي انه بعكس اتجاه عقارب الساعة عندما تكون α موجبة. لذا فأن المنتج يدور عكس اتجاه عقارب الساعة عندما تكون ازاحة الفرش بأتجاه عقرب الساعة والعكس بالعكس.

9 . 7 . 2 التيارات اللحظية والعزم في الحالة المستقرة
Steady - state Instantaneous Currents and Torque

ان معادلة تحويل لابلاس للتيارات هي

$$\begin{matrix} D \\ a \end{matrix}\begin{bmatrix} \bar{\imath}^{D} \\ \bar{\imath}^{a} \end{bmatrix} = \frac{\hat{V}s}{(s^2+\omega^2)\{(L_DL_a-M^2\sin^2\alpha)s^2 + (R_DL_a+R_aL_D+M^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha)s+R_DR_a\}} \begin{matrix} D \\ a \end{matrix}\begin{bmatrix} R_a+L_as \\ -M(s\sin\alpha-\dot{\theta}\cos\alpha) \end{bmatrix} \qquad (9 . 40)$$

وبفرض ان الفولتية المسلطة V_D هي $\hat{V}\cos\omega t$.
يكون من الواضح ان

$$(L_DL_a-M^2\sin^2\alpha)s^2+(R_DL_a+R_aL_D+M^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha)s+R_DR_a$$

لايمكن فكها ببساطة مما يترتب على ذلك ان الحل العابر يمكن ايجاده بسهولة في الحالات العددية فقط. ولظروف الحالة المستقرة يمكن الفرض اننا نستطيع فكها الى

$$(L_DL_a-M^2\sin^2\alpha)(s+\lambda)(s+\mu)$$

من الواضح هنا ان λ و μ لايمكن ان تكونا خياليات مترافقة لوجود الحد الجبري $(R_DL_a+R_aL_D+M^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha)s$ الذي يكون صفراً فقط لقيم معينة لكل من $\dot{\theta}$ و α. لذلك وبصورة عامة تكون التيارات المتضمنة بهذه الحدود هي تيارات عابرة فقط. ومن معرفة الترتيب النسبي لمقادير المعاملات يمكن الاشارة الى ان الاصفار لايمكن ان تكون مركبة، ولكنه ليس من الضروري معرفة هذا في عرضنا الحالي.
ان تحويل تيار الساكن هو

$$\begin{aligned}\bar{\imath}^{D} &= \frac{\hat{V}s(R_a+L_as)}{(s^2+\omega^2)(L_DL_a-M^2\sin^2\alpha)(s+\lambda)(s+\mu)} \\ &= \frac{\hat{V}}{(L_DL_a-M^2\sin^2\alpha)}\,\frac{L_as^2+R_as}{(s^2+\omega^2)(s+\lambda)(s+\mu)} \\ &= \frac{\hat{V}}{(L_DL_a-M^2\sin^2\alpha)}\left[\frac{As+B\omega}{s^2+\omega^2}+\frac{C}{s+\lambda}+\frac{D}{s+\mu}\right] \cdots\cdots \quad (9 . 41)\end{aligned}$$

والذي فيه لانعرف قيم λ و μ، ولكننا لانهتم بها او بقيم C و D.
واذا وضعنا $s=j\omega$ في التعبيرين سنحصل على

$$j\omega(R_a+j\omega L_a) = (j\omega+\lambda)(j\omega+\mu)(j\omega A+B\omega) \qquad \dots\dots\dots (9 . 42)$$

ومع اننا لانعرف قيم λ و μ، لكننا نعرف قيمة $(s+\lambda)(s+\mu)$، لذا فأننا نعرف قيمة $(j\omega+\lambda)(j\omega+\mu)$ ، بحيث يكون

$$j\omega(R_a+j\omega L_a) = \frac{\begin{bmatrix} \{R_D R_a-\omega^2 L_D L_a+\omega^2 M^2 \sin^2\alpha\} \\ +j\omega\{R_D L_a+R_a L_D+M^2\,\dot{\theta}\sin\alpha\cdot\cos\alpha\} \end{bmatrix}}{L_D L_a-M^2\sin^2\alpha}(j\omega A+B\omega) \qquad \dots\dots (9 . 43)$$

حيث

$$A = \frac{\begin{bmatrix} R_a\{R_D R_a-\omega^2 L_D L_a+\omega^2 M^2\sin^2\alpha\} \\ +\omega^2 L_a\{R_D L_a+R_a L_D+M^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \{R_D R_a-\omega^2 L_D L_a+\omega^2 M^2\sin^2\alpha\}^2 \\ +\omega^2\{R_D L_a+R_a L_D+M^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}^2 \end{bmatrix}}(L_D L_a-M^2\sin^2\alpha)$$

و

$$B = \frac{\begin{bmatrix} -\omega L_a\{R_D R_a-\omega^2 L_D L_a+\omega^2 M^2\sin^2\alpha\} \\ +\omega R_a\{R_D L_a+R_a L_D+M^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \{R_D R_a-\omega^2 L_D L_a+\omega^2 M^2\sin^2\alpha\}^2 \\ +\omega^2\{R_D L_a+R_a L_D+M^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}^2 \end{bmatrix}}(L_D L_a-M^2\sin^2\alpha\}$$

وبالاسلوب نفسه

$$\begin{aligned} \bar{i}^a &= \frac{\hat{V}}{(L_D L_a-M^2\sin^2\alpha)}\,\frac{M(-s^2\sin\alpha+s\dot{\theta}\cos\alpha)}{(s^2+\omega^2)(s+\lambda)(s+\mu)} \\ &= \frac{\hat{V}}{(L_D L_a-M^2\sin^2\alpha)}\left[\frac{Ps+Q\omega}{s^2+\omega^2}+\frac{S}{s+\lambda}+\frac{T}{s+\mu}\right] \qquad \dots\dots\dots (9 . 44) \end{aligned}$$

الذي لانهتم فيه بقيم S او T. وبطريقة مشابهة لما سبق نجد ان

$$
P=\frac{\begin{bmatrix} M\hat{\theta}\cos\alpha\{R_{\mathrm{D}}R_{\mathrm{a}}-\omega^2L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+\omega^2M^2\sin^2\alpha\} \\ -\omega^2M\sin\alpha\{R_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+R_{\mathrm{a}}L_{\mathrm{D}} \\ +M^2\hat{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}\{R_{\mathrm{D}}R_{\mathrm{a}}-\omega^2L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+\omega^2M^2\sin^2\alpha\}^2 \\ +\omega^2\{R_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+R_{\mathrm{a}}L_{\mathrm{D}}+M^2\hat{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}^2\end{bmatrix}}(L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha)
$$

$$
Q=\frac{\begin{bmatrix} \omega M\sin\alpha\{R_{\mathrm{D}}R_{\mathrm{a}}-\omega^2L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+\omega^2M^2\sin^2\alpha\} \\ +\omega M\hat{\theta}\cos\alpha\{R_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+R_{\mathrm{a}}L_{\mathrm{D}} \\ +M^2\hat{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}\{R_{\mathrm{D}}R_{\mathrm{a}}-\omega^2L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+\omega^2M^2\sin^2\alpha\}^2 \\ +\omega^2\{R_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}+R_{\mathrm{a}}L_{\mathrm{D}}+M^2\hat{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}^2\end{bmatrix}}(L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha)
$$

لذلك فأن التيارات اللحظية للحالة المستقرة تكون

$$
i^{\mathrm{D}}=\frac{\hat{V}}{L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha}(A\cos\omega t+B\sin\omega t) \qquad \ldots\ldots\ldots \; (9\,.\,45)
$$

$$
i^{\mathrm{a}}=\frac{\hat{V}}{L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha}(P\cos\omega t+Q\sin\omega t) \qquad \ldots\ldots\ldots \; (9\,.\,46)
$$

ويكون عزم القطبين اللحظي T

$$
\begin{array}{cc} \mathrm{D} & \mathrm{a} \\ \hline \multicolumn{1}{|c|}{i^{\mathrm{D}}} & \multicolumn{1}{c|}{i^{\mathrm{a}}} \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{c|c|c|} & \mathrm{D} & \mathrm{a} \\ \hline \mathrm{D} & & \\ \hline \mathrm{a} & -M\cos\alpha & \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{c|c|} \mathrm{D} & i^{\mathrm{D}} \\ \hline \mathrm{a} & i^{\mathrm{a}} \\ \hline \end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
&=-i^{\mathrm{a}}i^{\mathrm{D}}M\cos\alpha \\
&=-\frac{\hat{V}^2M\cos\alpha}{(L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha)^2}\{(A\cos\omega t+B\sin\omega t)(P\cos\omega t+Q\sin\omega t)\} \\
&=-\frac{\hat{V}^2M\cos\alpha}{(L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha)^2}\{AP\cos^2\omega t+BQ\sin^2\omega t \\
&\qquad\qquad +(AQ+BP)\sin\omega t\cos\omega t\} \\
&=-\frac{\hat{V}^2M\cos\alpha}{2(L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha)^2}\{(AP+BQ)+(AP-BQ)\cos 2\omega t \\
&\qquad\qquad +(AQ+BP)\sin 2\omega t\} \\
&=-\frac{\hat{V}^2M\cos\alpha}{2(L_{\mathrm{D}}L_{\mathrm{a}}-M^2\sin^2\alpha)^2}\{(AP+BQ)+\sqrt{[(A^2+B^2)(P^2+Q^2)]} \\
&\qquad\qquad \times\sin(2\omega t+\psi)\} \quad (9\,.\,47)
\end{aligned}
$$

حيث ان ψ هي

$$\arc\sin (AP-BQ) / \sqrt{[(A^2+B^2)(P^2+Q^2)]}$$

على هذا الاساس فأن متوسط العزم يكون له المقدار الاتي

$$-\frac{\hat{V}^2 M\cos\alpha}{2(L_D L_a - M^2\sin^2\alpha)^2}(AP+BQ)$$

الذي اذا ماتم فيه التعويض عن كل من A، B، P، و Q يمكن ان يختصر الى

$$\frac{1}{2}\;\frac{\hat{V}^2 M^2\cos\alpha\{\omega^2 L_a\sin\alpha - v\omega R_a\cos\alpha\}}{\{R_D R_a - \omega^2 L_D L_a + \omega^2 M^2\sin^2\alpha\}^2 + \omega^2\{R_D L_a + R_a L_D + vM^2\omega\sin\alpha\cos\alpha\}^2}$$

$$= \frac{1}{2\omega}\;\frac{\hat{V}^2 X_M^2\cos\alpha\{X_a\sin\alpha - vR_a\cos\alpha\}}{\{R_D R_a - X_D X_a + X_M^2\sin^2\alpha\}^2 + \{R_D X_a + R_a X_D + vX_M^2\sin\alpha\cos\alpha\}^2}$$

$$= \frac{1}{\omega}\;\frac{V_D^2 X_M^2\cos\alpha\{X_a\sin\alpha - vR_a\cos\alpha\}}{\{R_D R_a - (X_D X_a - X_M^2\sin^2\alpha)\}^2 + \{R_D X_a + R_a X_D + vX_M^2\sin\alpha\cos\alpha\}^2} \qquad (9\ .\ 48)$$

وهذا مطابق تماماً للتعبير الرياضي الذي يمثل متوسط العزم الذي تم الحصول عليه من التيارات المركبة في المعادلة (39 . 9). ولكن من التعبير الرياضي للعزم اللحظي نستطيع الحصول، اضافة الى ذلك، على مقدار المركبة المتناوبة للعزم بصيغة

$$\frac{\hat{V}^2 M\cos\alpha}{2(L_D L_a - M^2\sin^2\alpha)^2}\sqrt{[(A^2+B^2)(P^2+Q^2)]}$$

وبالتعويض عن A، B، P، و Q فأن هذه تختصر الى

$$\frac{1}{2}\;\frac{\omega\hat{V}^2 M^2\cos\alpha\sqrt{[(R_a^2+\omega^2 L_a^2)(\sin^2\alpha + v^2\cos^2\alpha)]}}{\{R_D R_a - \omega^2 L_D L_a + \omega^2 M^2\sin^2\alpha\}^2 + \omega^2\{R_D L_a + R_a L_D + vM^2\omega\sin\alpha\cos\alpha\}^2}$$

$$= \frac{1}{\omega}\;\frac{V_D^2 X_M^2\cos\alpha\sqrt{[(R_a^2+X_a^2)(\sin^2\alpha + v^2\cos^2\alpha)]}}{\{R_D R_a - X_D X_a + X_M^2\sin^2\alpha\}^2 + \{R_D X_a + R_a X_D + vX_M^2\sin\alpha\cos\alpha\}^2} \ldots \qquad (9\ .\ 49)$$

لذا فأن نسبة العزم المتناوب الى متوسط العزم هي

$$\frac{\sqrt{[(R_a^2+X_a^2)(\sin^2\alpha+v^2\cos^2\alpha)]}}{X_a\sin\alpha-vR_a\cos\alpha}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{R_a^2\sin^2\alpha+X_a^2\sin^2\alpha+R_a^2v^2\cos^2\alpha+X_a^2v^2\cos^2\alpha}{X_a^2\sin^2\alpha+R_a^2v^2\cos^2\alpha-2X_aR_av\sin\alpha\cos\alpha}\right)}\quad\ldots\quad(9\,.\,50)$$

بما ان v تتغير اشارتها مع α بصورة عامة، فأنه يمكن التبين ان البسط في هذا التعبير الرياضي يكون دائماً اكبر من المقام، اي ان مقدار المركبة المتناوبة يكون اكبر من مقدار متوسط العزم وبناءاً على ذلك يكون صافي العزم خلال جزء من الدورة سالباً.

ويلاحظ أن متوسط العزم يغير اشارته كلما تغيرت اشارة α عندما تكون الماكنة ثابتة، ولكن عندما تدور فأن العزم يغير اشارته عندما تكون $\alpha = \arctan vR_a/X_a$.

الفصل العاشر

إداء المكائن المتعددة الاطوار في الحالة المستقرة

The Steady - state Performance of Polyphase Machines

1 . 10 الماكنة الحثية المتوازنة المتعددة الاطوار

The Balanced Polyphase Induction Machine

لقد تم اشتقاق المعادلات الخاصة بهذا النوع من الماكنة بدلالة محاور المرجع الثابتة في الفقرة 3 . 5 من الفصل الخامس. وبتمثيلها بصيغة مصفوفة مع العناية بالتغيير في مرتبتها تكون

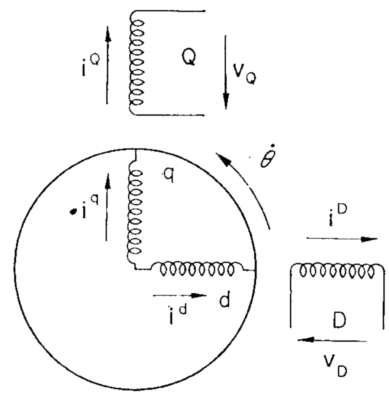
$$\begin{matrix} \\ D \\ Q \\ d \\ q \end{matrix}\begin{bmatrix} \\ v_D \\ v_Q \\ v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{matrix} \\ D \\ Q \\ d \\ q \end{matrix}\begin{bmatrix} D & Q & d & q \\ R_S+L_Sp & & Mp & \\ & R_S+L_Sp & & Mp \\ Mp & M\dot{\theta} & R_r+L_rp & L_r\dot{\theta} \\ -M\dot{\theta} & Mp & -L_r\dot{\theta} & R_r+L_rp \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ D \\ Q \\ d \\ q \end{matrix}\begin{bmatrix} \\ i^D \\ i^Q \\ i^d \\ i^q \end{bmatrix} \qquad (10 . 1)$$

في هذه المصفوفة تنسب الادلة الى اللفائف المرتبة، كما في الشكل 32.

وبسبب كون لفائف الدوار في الماكنة الحثية مقصورة الدائرة، فأن فولتيات اطرافها تكون صفراً في محاورها سواء كانت ثنائية او ثلاثية الطور. وبدلالة المحورين المرجعين dوq تكون فولتيات الدوار على هذا الاساس

$$\begin{matrix} d \\ q \end{matrix}\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{matrix} \\ d \\ q \end{matrix}\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -\cos\theta \end{bmatrix} \begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{matrix} d \\ q \end{matrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots \ (10 . 2)$$

وهذه النتيجة واضحة وهي مثال للقاعدة العامة التي تنص على انه بالتحويل الذي استخدم في هذا العمل، فأن مصفوفة محتوية بصورة كاملة على اصفارٍ سوف تتحول دائماً الى مصفوفة اخرى تحتوي بصورة كاملة على اصفارٍ ايضاً. وبالطبع هناك تحويلات قد لاينطبق هذا عليها، لكن مثل هذه التحويلات ليس لها وجود في تحليل المكائن الكهربائية.



الشكل 3.2. ماكنة حثية متوازنة

اذا كانت D و Q محورين للفيفة ثابت فعلي ثنائي الطور فأنهما قد يمكن الاشارة اليهما بالرمزين A' و B' بالتساوي كما اشير اليه في الفصل السابع الفقرة 12 . 7. واذا كان لفولتية الطرف للفيفة الساكن تردد زاوي مقداره ω، فأنه يمكن الحصول على مصفوفة الممانعة للحالة ـ المستقرة وذلك بوساطة ابدال p بـ $j\omega$. ومن المفيد ايضاً ابدال $\dot{\theta}$ بـ $v\omega$. ولما كانت ω السرعة الزاوية التزامنية لماكنة ذات قطبين، فأن v هي السرعة الجزئية او السرعة "بنسبة الوحدة". إذا عبر عن حواصل ضرب ω والمحاثات على انها مفاعلات، تكون مصفوفة الممانعة للحالة المستقرة

	D	Q	d	q
D	R_S+jX_S		jX_M	
Q		R_S+jX_S		jX_M
d	jX_M	vX_M	R_r+jX_r	vX_r
q	$-vX_M$	jX_M	$-vX_r$	R_r+jX_r

اذا تم تجزئة هذه المصفوفة بين محوري الساكن والدوار، فأن المصفوفات الثانوية المنتجة ستكون إما مصفوفات لا اتجاهية او مجموعاً من المصفوفات اللااتجاهية والمصفوفات المتماثلة تخالفيا. وهذا يوحي بالتحويل الى محاور المركبات المتماثلة*. وفي حالة الساكن، كونها مطبقة على محاور اللفيفة ثنائية الطور الفعلية، يؤدي التحويل الى محوري التتابع الموجب والسالب P و N. اما في حالة الدوار فلكونها مطبقة على المحاور التي تم تحويلها مسبقا من محاور اللفيفةالفعلية الى المحورين d و q، سيؤدي التحويل الى المحورين الامامي والخلفي f و b كما تم توضيحه في الفصل السابع الفقرة 10 . 7.

ويجب ان يطبق التحويل بصورة منفصلة على محاور الساكن والدوار جميعا. وبما انه لايوجد تحويل بين محاور الساكن والدوار ذاتها فأن الفراغات الباقية في مصفوفة التحويل يجب ان تملأ اصفاراً. لذلك

$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .... (10 . 3)

	P	N	f	b
D	1	1	0	0
Q	$-j$	j	0	0
d	0	0	1	1
q	0	0	$-j$	j

وتكون المصفوفة المتحولة للمانعة كما هي مبينة في المعادلة (4 . 10).

قد تتغير رتبة الاسطر والاعمدة في المصفوفة اعلاه شريطة ان يتم التغير في كليهما بحيث ان كل عنصر يكون له الادلة نفسها بعد ان يتم اعادة ترتيبها كالسابق**. على هذا الاساس فأن مصفوفة الممانعة يمكن كتابتها كالاتي:

---

* انظر التمرين 14

**هذا يكافيء تحويلاً بسيطاً يكون في هذه الحالة الخاصة معرفاً كالاتي

$\mathbf{C} =$

	P	f	N	b
P	1			
N			1	
f		1		
b				1

	P	f	N	b
P	R_S+jX_S	jX_M		
f	$j(1-v)X_M$	$R_r+j(1-v)X_r$		
N			R_S+jX_S	jX_M
b			$j(1+v)X_M$	$R_r+j(1+v)X_r$

$$Z' = C_t^* Z C$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|cccc|} & D & Q & d & q \\ P & 1 & j & & \\ N & 1 & -j & & \\ f & & & 1 & j \\ b & & & 1 & -j \end{array} \; \begin{array}{c|cccc|} & D & Q & d & q \\ D & R_S+jX_S & & jX_M & \\ Q & & R_S+jX_S & & jX_M \\ d & jX_M & vX_M & R_r+jX_r & vX_r \\ q & -vX_M & jX_M & -vX_r & R_r+jX_r \end{array} \; \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|cccc|} & P & N & f & b \\ D & 1 & 1 & & \\ Q & -j & j & & \\ d & & & 1 & 1 \\ q & & & -j & j \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cccc|} & P & N & f & b \\ P & R_S+jX_S & & jX_M & \\ N & & R_S+jX_S & & jX_M \\ f & j(1-v)X_M & & R_r+j(1-v)X_r & \\ b & & j(1+v)X_M & & R_r+j(1+v)X_r \end{array} \qquad \ldots\ldots\ldots \; (10\,.\,4)$$

في هذه الصيغة* تبين المصفوفة ان المحاور تشكل مجموعتين مستقلتين وهاتان المجموعتان هما (P,f) و (N,b) اللتان لايكون بينهما اي تفاعل تبادلي على الاطلاق واللتان، على هذا الاساس، تتم دراستهما بصورة منفصلة تماماً.

وبما ان V_f سوف تكون صفراً للاسباب المذكورة في بداية الفقرة 10.1، فأن معادلة الفولتية لمنظومة التتابع الموجب P و f يمكن كتابتها كالاتي:

★ هناك طريقة بديلة تؤدي الى هذه المصفوفة نفسها كالاتي: اذا تم تغير مرتبة الادلة في مصفوفة (D,Q,d,q) الاصلية الى (D,d,Q,q) وتجزئة المصفوفة بين المحورين dوq بعد ذلك، فأن المصفوفة المركبة الناجمة تكون في صيغة $\begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline -B & A \\ \hline \end{array}$. اما النتائج المستحصلة من التمرين 14 هنا فنقترح تحويلاً معرفاً بـ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{|c|c|} \hline U & U \\ \hline -jU & jU \\ \hline \end{array}$ وهذا يؤدي بدوره الى الحصول المباشر على المصفوفة P,f,N,bاعلاه.

$$\begin{array}{c|c|} P & V_P \\ \hline f & 0 \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & P & f \\ P & R_S+jX_S & jX_M \\ \hline f & j(1-v)X_M & R_r+j(1-v)X_r \end{array} \begin{array}{c|c|} P & I^P \\ \hline f & I^f \end{array} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 5)$$

10 . 1 . 1 التيارات **Currents**

نستطيع الحصول على التيارات بوساطة عكس مصفوفة الممانعة كما يأتي:

$$\begin{array}{c|c|} P & I^P \\ \hline f & I^f \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|c|} & P & f \\ P & R_r+j(1-v)X_r & -jX_M \\ \hline f & -j(1-v)X_M & R_S+jX_S \end{array} \begin{array}{c|c|} P & V_P \\ \hline f & 0 \end{array} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 6)$$

$$= \frac{V_P}{\Delta} \begin{array}{c|c|} P & R_r+jsX_r \\ \hline f & -jsX_M \end{array}$$

حيث ان $s=1-v$ هى الانزلاق بنسبة الوحدة او الكسري وكذلك

$$\Delta = \{R_S+jX_S\}\{R_r+j(1-v)X_r\}+(1-v)X_M^2$$
$$= \{R_S+jX_S\}\{R_r+jsX_r\}+sX_M^2$$

بما ان عناصر المصفوفة الثانوية التي ابعادها (N,b) تكون عناصر المصفوفة الثانوية (P,f) نفسها عدا أن $1-v=s$ يتم التعويض عنه بـ $1+v=(2-s)$ ، فأن التعبيرات للتيارات في المصفوفة (N,b) يمكن الحصول عليها من التيارات في المصفوفة (P,f) بوساطة ابدال (P,f) بـ (N,b) وكذلك s بـ (2 - s) . لهذا فأن

$$\begin{array}{c|c|} N & I^N \\ \hline b & I^b \end{array} = \frac{V_N}{\Delta} \begin{array}{c|c|} N & R_r+j(2-s)X_r \\ \hline b & -j(2-s)X_M \end{array} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 7)$$

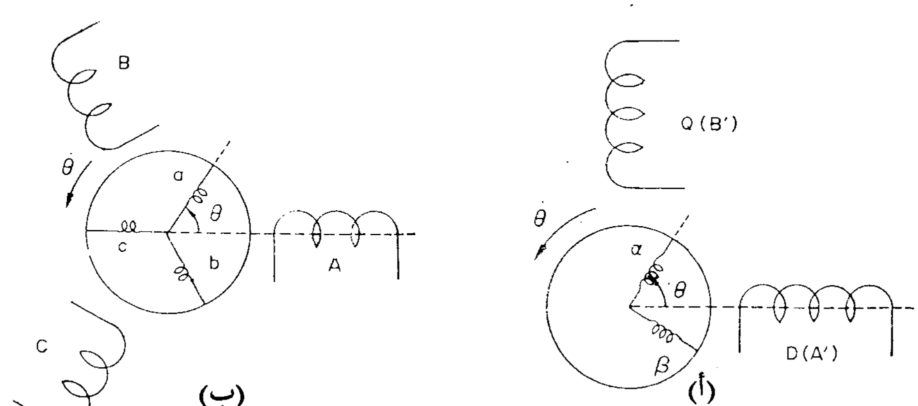
حيث ان $\Delta = \{R_S + jX_S\}\{R_r + j(2-s)X_r\} + (2-s)X_M^2$

على هذا الاساس فأن التيارات في المحاور (D,Q,d,q) تكون:

$$\begin{array}{c|c|} D & I^D \\ Q & I^Q \\ d & I^d \\ q & I^q \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c} \\ D \\ Q \\ d \\ q \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} P & N & f & b \\ \hline 1 & 1 & & \\ -j & j & & \\ & & 1 & 1 \\ & & -j & j \end{array} \begin{array}{c|c|} P & I^P \\ N & I^N \\ f & I^f \\ b & I^b \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|} D & I^P + I^N \\ Q & -jI^P + jI^N \\ d & I^f + I^b \\ q & -jI^f + jI^b \end{array} \quad (10.8)$$

التياران في المحورين QوD هما تيارا الساكن ذي الطورين $I^{A'}$ و $I^{B'}$ معبراً عنهما بالصيغة المركبة. ويمكن الحصول على تيارات الاطوار الثلاثة للساكن I^A و I^B و I^C من التيارين السالفين بوساطة طرق التحويل من طورين الى ثلاثة اطوار.

ان التيارين في المحورين (d,q) يكونان في الصيغة المركبة ايضاً، ولكن يمكن تحويلهما الى محاور الدوار ثنائية الطور (α,β) او الى محاور الدوار ثلاثية الطور (a,b,c) اذا تم اعادة كتابتهما اولاً بالصيغة اللحظية. وهذه الخطوة المتوسطة تكون ضرورية ذلك لان تردد التيارات في المحورين (d,q) هو تردد الساكن نفسه، في حين ان تردد تيارات لفائف الدوار الفعلية هو تردد الانزلاق. وبسبب الاسلوب الذي تم فيه تعريف محاور لفائف الساكن والدوار الفعلية والموضحة في الشكل 33، فأنه عند السرع دون التزامنية **يتقدم** i^β في الطور على i^α وكذلك يتقدم i^b بالطور على i^a، في حين يتقدم i^α على i^β و i^a على i^b عند السرع فوق التزامنية. وبالطبع فأن فولتيات الساكن تم تعريفها على اساس ان فولتية المحور D او الطور A' تتقدم على فولتية المحور Q أو الطور B' وكذلك، بالتناظر، تتقدم فولتية الطور ـ A ثلاثية الطور على فولتية الطور ـ B.



الشكل (33) (أ) ماكنة حثية ثنائية الطور متوازنة (ب) ماكنة حثية ثلاثية الطور متوازنة

من العلاقة الخاصة بالتيار I^p والمعطاة في المعادلة 5 . 10، يمكن ان نتبين انه اذا نظر الى الماكنة من خلال اطراف الابتدائي فأنها تظهر بدلالة المحورين P و f على انها ممانعة

$$\frac{(R_S+jX_S)(R_r+jsX_r)+sX_M^2}{R_r+jsX_r}=\frac{(R_S+jX_S)(R_r/s+jX_r)+X_M^2}{R_r/s+jX_r} \quad \ldots\ (10\ .\ 9)$$

واذا تم تمثيل هذه بدلالة x_s و x_r* المعرفة بالمعادلتين $(X_s=X_M+x_s)$ و $(X_r=X_M+x_r)$ فسوف تصبح

$$\frac{(R_S+jx_S+jX_M)(R_r/s+jx_r+jX_M)+X_M^2}{R_r/s+jx_r+jX_M}$$

$$=R_S+jx_S+\frac{jX_M(R_r/s+jx_r+jX_M)+X_M^2}{R_r/s+jx_r+jX_M}$$

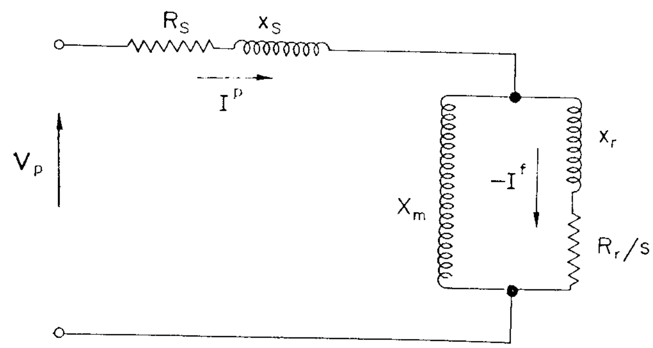
$$=R_S+jx_S+\frac{(jX_M)(R_r/s+jx_r)}{(jX_M)+(R_r/s+jx_r)} \qquad (10\ .\ 10)$$

والحد الاخير من هذا التمثيل الرياضي، وهو حاصل ضرب ممانعتين مقسوماً على مجموعهما، هو في الحقيقة المهانعة الكلية لهاتين المهانعتين في حالة ربطهما على التوازي. لذلك تكون المهانعة الكلية (R_s+jx_s) مربوطة على التوالي مع المهانعتين $(R_r/s+jx_r)$ و jX_M المربوطتين على التوازي. على هذا الاساس يمكن تمثيل المهانعة بدائرة مكافئة كما هي موضحة في الشكل 34**.
ويكون لنظام (N,b) المهانعة نفسها عدا ان (1 - v) يبدل بـ (1 + v)، اي ان s تبدل بـ (2 - s). لذلك يمكن في هذه الحالة تمثيلها بدائرة مكافئة مطابقة لتلك الموضحة في الشكل 34 عدا ان R_r/s تبدل بـ $R_r/(2-s)$. بهذا يمكن رسم الدائرة المكافئة التامة كما هي مبينة في الشكل 35، حيث يكون فيها جزءا التتابع الموجب والتتابع السالب مرتبطين بعضهما ببعض، مع انهما منفصلان ولايعتمد احدهما على الاخر، ويكون ربطهما بصورة مناظرة لربط الدوائر الخاصة بالمكائن احادية الطور والمكائن غير المتوازنة***

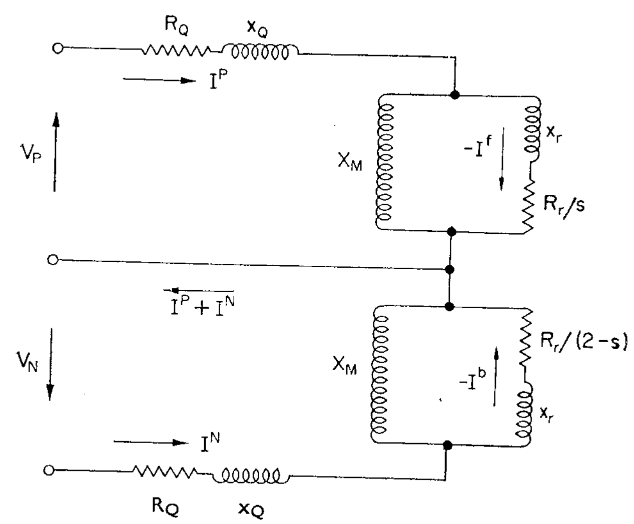
* اذا نسبت المهانعات جميعها الى العدد نفسه من اللفات، فأن المفاعلات التسربية x_s, x_r تكون منسوبة الى ذلك العدد من اللفات.

** قارن بالمرجع رقم 3. الصفحة 367.

*** انظر الشكلين 37 و 38.



الشكل (34) الدائرة المكافئة



الشكل 35. الدائرة المكافئة لماكنة حثية متوازنة

ان التيار في الفرع $(R_r/s+jx_r)$ لدائرة التتابع الموجب يكون
$jX_M/(R_r/s+jx_r+jX_M) = jX_M/(R_r/s+jX_r)$
من قيمة التيار I^P المار في الفرع (R_s+jx_s). على هذا الاساس، فأن

$$\{jX_M/(R_r/s+jX_r)\}I^P = \{jsX_M/(R_r+jsX_r)\}I^P. \quad \cdots\cdots\cdots \quad (10 . 11)$$

من المعادلة (8 . 10)، معادلة التيار، يمكن ان نتبين ان تيار الفرع هذا يكون مساوياً في المقدار ومعاكساً في الاشارة للتيار I^f. وتظهر الاشارة السالبة بسبب ان فرضياتنا الاساسية كانت على اساس ان التيارين i^D و i^d ينتجان قوتين دافعتين مغناطيسيتين في الاتجاه نفسه عندما يكونان موجبين. لذلك فقد عرفنا ايضاً I^P و I^f كونهما تيارين يمغنطان بالاتجاه نفسه عندما يكونان في الاشارة نفسها، لكنهما في واقع الحال يمغنطان في اتجاهين متعاكسين بحيث تؤدي بهما التحليلات الى اشارتين مختلفتين. من ناحية اخرى، ففي الدائرة المكافئة يكون تيار الفرع الذي نحن بصدده هو مركبة من التيار I^P. اي بمعنى اخر، هو مركبة تيار الابتدائي اللازمة لمعادلة تيار الثانوي I^f، لهذا من الطبيعي ان يكون بعكس اشارة I^f نفسه.

3 . 1 . 10 العزم Torque

لما كانت $v=\theta^{\cdot}/\omega$، فأن المصفوفة $\mathbf{G}'$ يمكن الحصول عليها من معادلة مصفوفة الممانعة (4 . 10) بوساطة قسمة معاملات v على ω.
لذلك

$$\mathbf{G}' = \frac{1}{\omega}\begin{array}{c|cccc} & P & f & N & b \\ \hline P & & & & \\ f & -jX_M & -jX_r & & \\ N & & & & \\ b & & & jX_M & jX_r \end{array} \qquad \text{.......... (10 . 12)}$$

على هذا الاساس يكون العزم لقطبين (2 - pole)

$$T = \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\begin{array}{cccc} P & f & N & b \\ \hline I^{P*} & I^{f*} & I^{N*} & I^{b*} \end{array}\;\begin{array}{c|cccc} & P & f & N & b \\ \hline P & & & & \\ f & -jX_M & -jX_r & & \\ N & & & & \\ b & & & jX_M & jX_r \end{array}\;\begin{array}{c|c} P & I^P \\ f & I^f \\ N & I^N \\ b & I^b \end{array}$$

$$= \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\left[-jX_M I^P I^{f*} - jX_r I^f I^{f*} + jX_M I^N I^{b*} + jX_r I^b I^{b*}\right] \qquad \text{........ (10 . 13)}$$

بما انه من الضروري ان يكون I^bI^{b*} وكذلك I^fI^{f*} حقيقيين، تكون الحدود التي يظهران فيها خيالية، ويكون العزم

$$T = \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\,[-jX_M I^P I^{f*} + jX_M I^N I^{b*}] \qquad \dots\dots\dots\dots (10\,.\,14)$$

والان من معادلة التيارات (15 . 10) يمكن التبين ان

$$I^P = \frac{R_r + j(1-\mathrm{v})X_r}{-j(1-\mathrm{v})X_M}\,I^f = \frac{R_r + j\mathrm{s}X_r}{-j\mathrm{s}X_M}\,I^f \qquad \dots\dots\dots (10\,.\,15)$$

وبالاسلوب نفسه يمكن التبين ان

$$I^N = \frac{R_r + j(1+\mathrm{v})X_r}{-j(1+\mathrm{v})X_M}\,I^b = \frac{R_r + j(2-\mathrm{s})X_r}{-j(2-\mathrm{s})X_M}\,I^b \quad \dots\dots\dots (10\,.\,16)$$

واذا تم تعويض قيم I^P و I^N هذه في التمثيل الرياضي السالف للعزم فأن

$$\begin{aligned} T &= \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\left[jX_M\,\frac{R_r + j\mathrm{s}X_r}{j\mathrm{s}X_M}\,I^f I^{f*} - jX_M\,\frac{R_r + j(2-\mathrm{s})X_r}{j(2-\mathrm{s})X_M}\,I^b I^{b*}\right] \\ &= \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\,[\{R_r/\mathrm{s} + jX_r\}I^f I^{f*} - \{R_r/(2-\mathrm{s}) + jX_r\}I^b I^{b*}] \\ &= \frac{1}{\omega}\,[|I^f|^2 R/_r\mathrm{s} - |I^b|^2 R_r/(2-\mathrm{s})] \qquad \dots\dots\dots (10\,.\,17) \end{aligned}$$

من هذه المعادلة يتبين ان العزم يتألف من مركبة امامية في الاتجاه من D(A′) الى Q(B′)، اي عكس اتجاه حركة عقرب الساعة وهذه المركبة يكون مقدارها 1/ω مضروباً في القدرة "المتبددة" في المقاومة R_r/s وهي مقاومة دائرة التتابع الموجب المكافئة، وكذلك فأن العزم يحتوي في الوقت نفسه على مركبة خلفية تعمل في اتجاه حركة عقرب الساعة، يكون مقدارها 1/ω مضروباً في القدرة "المتبددة" في المقاومة $R_r/(2 - s)$ لدائرة التتابع السالب المكافئة.

من المعادلات (10.6) و (10.7) و (10.8) ينتج

$$I^{f} = \frac{V_P}{\Delta}(-js X_M) = V_P \frac{-js X_M}{(R_S + jX_S)(R_r + js X_r) + s X_M^2}$$

$$= V_P \frac{-js X_M}{(R_S R_r - s X_S X_r + s X_M^2) + j(X_S R_r + s R_S X_r)} \quad \text{.........} \ (10.18)$$

$$|I^{f}|^2 = V_P^2 \frac{s^2 X_M^2}{\{R_S R_r - s(X_S X_r - X_M^2)\}^2 + \{X_S R_r + s R_S X_r\}^2} \quad \text{........} \ (10.19)$$

على هذا الاساس تكون مركبة العزم الامامية

$$\frac{1}{\omega}|I^{f}|^2 \frac{R_r}{s} = \frac{1}{\omega} V_P^2 \frac{s X_M^2 R_r}{\{R_S R_r - s(X_S X_r - X_M^2)\}^2 + \{X_S R_r + s R_S X_r\}^2}$$

$$= \frac{1}{\omega} V_P^2 \frac{X_M^2 R_r / s}{\{R_S R_r / s - (X_S X_r - X_M^2)\}^2 + \{X_S R_r / s + R_S X_r\}^2} \quad (10.20)$$

بالاسلوب نفسه فأن مركبة العزم الخلفية هي:

$$\frac{1}{\omega}|I^{b}|^2 \frac{R_r}{(2-s)}$$

$$= \frac{1}{\omega} V_N^2 \frac{X_M^2 R_r/(2-s)}{\{R_S R_r/(2-s) - (X_S X_r - X_M^2)\}^2 + \{X_S R_r/(2-s) + R_S X_r\}^2} \quad \text{.....} \ (10.21)$$

4 . 1 . 10 فولتية الطرف المتوازنة — Balanced Terminal Voltage

لحد الآن، تم اعطاء التمثيلات الرياضية للتيار وكذلك للعزم بدلالة V_P و V_N. اما الان فأنه من الضروري دراسة تأثير ظروف طرفية معينة، حيث سنتبصر اولاً في الماكنة ذات الطورين.

اذا كانت الفولتيتان المسلطتان على المحورين $D(A')$ و $Q(B')$ متوازنتين، فعندئذ يمكن تمثيلهما بـ V و $jV-$ على التوالي. لقد تم التبين في الفصل السابع الفقرة 7 . 7 ان V_P يكون مساوياً لـ $\sqrt{2}V$ ويكون V_N يساوي صفراً. ونتيجة لهذا، تكون الحاجة الى التبصر في محوري التتابع الموجب P و f فقط، اما التيارات فتكون كما هي معطاة في المعادلات (6 . 10) و (7 . 10) و (8 . 10) السالفة.

وبما ان

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{D\,(A')} & I^{D} \\ \mathrm{Q\,(B')} & I^{Q} \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|c|} & \mathrm{P} & \mathrm{N} \\ \mathrm{D\,(A')} & 1 & 1 \\ \mathrm{Q\,(B')} & -j & j \end{array} \begin{array}{c|c|} \mathrm{P} & I^{P} \\ \mathrm{N} & I^{N} \end{array}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|c|} \mathrm{D\,(A')} & I^{P}+I^{N} \\ \mathrm{Q\,(B')} & -jI^{P}+jI^{N} \end{array} \quad \text{.........} \quad (10\,.\,22)$$

تكون التيارات في الظروف المتوازنة

$$I^{A'} = I^{D} = (1/\sqrt{2})I^{P}, \quad I^{B'} = I^{Q} = -j(1/\sqrt{2})I^{P}$$

وبالتناظر يكون

$$I^{d} = (1/\sqrt{2})I^{f}, \quad I^{q} = -j(1/\sqrt{2})I^{f}$$

وللمكائن ثلاثية الطور يمكن تعريف فولتيات الطرف بكونها V وh^2V و hV، ومن المعروف ان V_P هو $\sqrt{3}V$ (كما ورد ذكره في الفصل السابع الفقرة 6 . 7) وتكون V_N صفراً ايضاً. أما التيارات فتكون

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{A} & I^{A} \\ \mathrm{B} & I^{B} \\ \mathrm{C} & I^{C} \end{array} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|c|c|c|} & \mathrm{P} & \mathrm{N} & \mathrm{O} \\ \mathrm{A} & 1 & 1 & 1 \\ \mathrm{B} & h^2 & h & 1 \\ \mathrm{C} & h & h^2 & 1 \end{array} \begin{array}{c|c|} \mathrm{P} & I^{P} \\ \mathrm{N} & I^{N} \\ \mathrm{O} & I^{O} \end{array} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c|c|} \mathrm{A} & I^{P}+I^{N}+I^{O} \\ \mathrm{B} & h^2I^{P}+hI^{N}+I^{O} \\ \mathrm{C} & hI^{P}+h^2I^{N}+I^{O} \end{array} \quad (10\,.\,23)$$

وفي حالة كون الفولتيات متوازنة يكون I^N و I^O صفراً، وبذلك تكون التيارات

$$I^{A} = \frac{1}{\sqrt{3}}I^{P}, \quad I^{B} = \frac{1}{\sqrt{3}}h^2I^{P}, \quad I^{C} = \frac{1}{\sqrt{3}}hI^{P}$$

بما انه في حالة كون الفولتية متوازنة تكون التيارات والفولتيات للمحورين D(A′) و d جميعها مساوية الى $1\sqrt{2}$ من قيم التيارات والفولتيات للمحورين P و f، فأنه يمكن استخدام الدائرة المكافئة المعطاة في الشكل34 لتمثيل العلاقات بين فولتيات وتيارات المحورين D(A′) وd مباشرة. بالاسلوب نفسه يمكن استخدام الدائرة المكافئة ذاتها لتمثيل العلاقات بين فولتيات وتيارات الاطوار للماكنة ثلاثية الطور بصورة مباشرة. وهذا هو الاسلوب الذي فيه يستخدم التمثيل في النظرية التقليدية، لكن يجب ملاحظة ان عدم التغير في القدرة لم تتم المحافظة عليه، بناء على ذلك فأن القدرات والعزوم المحسوبة بهذا الاسلوب تكون لكل طور وليست اجمالية كما هو الحال في عملنا هذا.

5 . 1 . 10 فولتية الطرف غير المتوازنة — Unbalanced Terminal Voltage

اذا كانت فولتية الاطراف للمكائن ثنائية الطور وثلاثة الطور غير متوازنة فأن V_P وV_N كليهما لايساويان صفراً، على هذا الاساس فأن كلاً من I^P و I^f و I^N و I^b يجب ان يحسب ويتم تحويله مرة اخرى الى محاور الطورين او الاطوار الثلاثة.

ان كلتا مركبتي العزم تكون موجودة في هذه الحالة. ويفترض هنا عدم وجود تيار التتابع الصفري. ومع انه يمكن ان يؤخذ اداء التتابع الصفري في الحساب* الا انه يكون بالغ التعقيد بحيث لايمكن دراسته هنا.

6 . 1 . 10 المعالم (العوامل الوسيطة) — Parameters

قد يكون في الامكان اجراء فحص مناظر لفحص الدائرة المفتوحة على محول وذلك بتجهيز ماكنة حثية متعددة الاطوار ذات حلقات منزلقة بفولتية متوازنة مع ابقاء دائرة الثانوي مفتوحة. على اية حال، فأنه من غير المرغوب فيه اجراء مثل هذا الفحص ذلك لانه يعرض قلب الدوار للمغنطة عند تردد المصدر في حين تكون المغنطة في حالة التشغيل عند تردد الانزلاق فقط. اما في حالة الماكنة ذات الدوار من نوع قفص السنجاب فأنه من غير الممكن اجراء مثل هذا الفحص. يتم بدلاً من ذلك ادارة الماكنة في سرعتها التزامنية، وهذه الحالة تتجنب الفقد في قلب الدوار وكذلك تقلل تيار الدوار الى الصفر، بحيث انه لايهم بعد ذلك ما اذا كان ملف الدوار مفتوح الدائرة ام لا. من الفقرة 2 . 10، ولفولتية متوازنة

---

* انظر المرجع 17

$$I^{P}=\frac{V_{P}(R_{r}+jsX_{r})}{(R_{S}+jX_{S})(R_{r}+jsX_{r})+sX_{M}^{2}} \qquad \text{....... (10 . 24)}$$

عند السرعة التزامنية s =0 لذلك فأن

$$I^{P}=\frac{V_{P}R_{r}}{(R_{S}+jX_{S})R_{r}}=\frac{V_{P}}{R_{S}+jX_{S}} \qquad \text{........ (10 . 25)}$$

لذا $\frac{V_P}{I^P}=R_S+jX_S$ ، لكن $\frac{V_P}{I^P}=\frac{\sqrt{3}V_A}{\sqrt{3}I^A}=\frac{V_A}{I^A}$ وكذلك $\frac{V_P}{I^P}=\frac{\sqrt{2}V_D}{\sqrt{2}I^D}=\frac{V_D}{I^D}=\frac{V_{A'}}{I^{A'}}$.

على هذا الاساس فأن نسبة فولتية الطور الى تيار الطور في الماكنتين الثنائية والثلاثية الطور كلتيهما تعطي قيمة R_s+jX_s.

من ناحية اخرى، اذا تم تقييد الدوار في وضع ثابت، s=1 وان

$$I^{P}=\frac{V_{P}(R_{r}+jX_{r})}{(R_{S}+jX_{S})(R_{r}+jX_{r})+X_{M}^{2}} \qquad \text{........ (10 . 26)}$$

لذا

$$\frac{V_{P}}{I^{P}}=R_{S}+jX_{S}+\frac{X_{M}^{2}}{R_{r}+jX_{r}} \qquad \text{........ (10 . 27)}$$

والذي هو مرة اخرى مطابق لتعبير فحص الدائرة القصيرة للمحول والمعطى في الفقرة 2 . 4 من الفصل الرابع مع الاختلاف في الرموز. وهنا مرة اخرى يكون $\frac{V_P}{I^P}=\frac{V_A}{I^A}=\frac{V_{A'}}{I^{A'}}$ بحيث ان فحص التقيد هذا للدوار يقيس $(X_s - X_M^2/X_r)$، التي تساوي بالتقريب مجموع المفاعلتين التسربيتين (x_s+x_r) المنسوبتين الى عدد لفات الساكن وينطبق هذا على المكائن الثلاثية والثنائية الطور كلتيهما*.

لقد جرت العادة على الفرض ان المفاعلتين التسربيتين لملف الدوار متساويتان الا اذا اقترحت التفاصيل التصميمية نسبة معينة اخرى بينهما. على هذا الاساس يمكن ايجاد هاتين المفاعلتين من مجموع قياسهما. لذا يمكن عندئذ ايجاد المفاعلة التبادلية (مفاعلة المغنطة) بوصفها $(X_s - x_s)$.

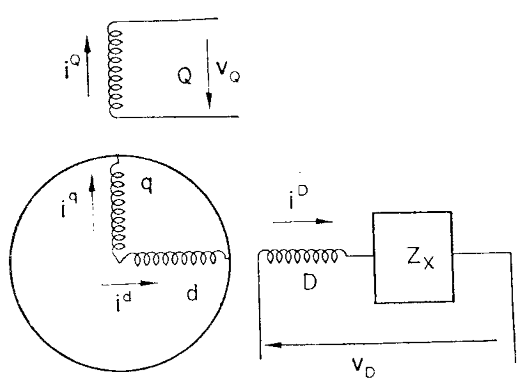
اما في حالة الدوار من نوع قفص السنجاب فأنه لايمكن قياس مقاومة اللفيفة مباشرة، والحل الوحيد الواضح لهذه المعضلة يكون بطرح مقاومة لفيفة الساكن من قياس مجموع المقاومات المؤثر (الفعلي).

* قارن بالمرجع رقم 3 الصفحة 408.

2 . 10 الماكنة الحثية ثنائية الطور غير المتوازنة
The Unbalanced Two - phase Induction Machine

ان المحركات الحثية ثلاثية الطور ذات اللفائف غير المتوازنة هي غير اعتيادية في المجالات الصناعية، لكن المحركات ثنائية الطور ذات اللفائف غير المتوازنة معروفة في صيغة المحركات ذات الطور المشطور والمحركات ذات المتسعة* التي تشتغل بمصدر احادي الطور. بما ان المحرك ثنائي الطور المتوازن يمكن عده حالة خاصة للمحرك غير المتوازن، وبما ان اداء المحرك ثلاثي الطور المتوازن يمكن تحديده بدلالة اداء المحرك ثنائي الطور المتوازن، فأن الماكنة ثنائية الطور تكون عامة بما فيه الكفاية للمتطلبات العملية جميعها. إن عدم التوازن في هذا المضمار يعني ان لفيفتي الساكن لهما توزيع مختلف. او عدد مختلف من اللفات او كليهما وكذلك لهما مقاومتان مختلفتان. على اية حال فأن لفائف الدوار، يجب ان تكون متوازنة في الحالات جميعاً سواء كانت في هيئة لفائف ثلاثية الطور او ثنائية الطور او قفص سنجاب. ولغرض التحليل الرياضي سوف يتم تمثيل الدوار بالمحورين الثابتين dو q. ويتم كذلك الفرض ان لفائف الساكن تكون متعامدة وتمثل بالرمزين D و Q.

سوف يفترض ان اللفيفة D لها نسبة L/R الاقل بحيث ان الدوران سيكون بالاتجاه الموجب لـ $\theta^{\cdot}$ اذا اشتغلت الماكنة بوصفها محركاً منشطر الطور. ولاجل التعميم سوف يفترض ايضاً ان ممانعة خارجية Z_x تكون مربوطة على التوالي مع اللفيفة D. وفي معظم الحالات الخاصة ستكون هذه الممانعة



الشكل 36. ماكنة حثية ثنائية الطور غير متوازنة

صفراً، لكن في حالة المحرك ذي المتسعة، ستكون هذه الممانعة هي ممانعة المتسعة نفسها.

---
* انظر المرجع 3 الصفحة 265 والصفحة 453.

في المحاور الثابتة يصبح الشكل العام للماكنة كما هو موضح في الشكل 36. من هذا فأن الاجراء الرتيب لكتابة مصفوفة الممانعة العابرة وفقاً للقواعد المعطاة في الفقرة 5 . 5 من الفصل الخامس يكون كما يأتي:

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & D & Q & d & q \\ \hline D & R_D+L_Dp+Z_X & & M_{Dd}p & \\ \hline Q & & R_Q+L_Qp & & M_{Qq}p \\ \hline d & M_{Dd}p & M_{Qq}\theta & R_r+L_rp & L_r\theta \\ \hline q & -M_{Dd}\theta & M_{Qq}p & -L_r\theta & R_r+L_rp \\ \hline \end{array} \quad \ldots (10 . 28)$$

اجعل $(M_{Dd}/M_{Qq}=n)$. بما ان لفائف الدوار متوازنة، فأن لفائف المحور d ولفائف المحور q يكونان متماثلين تماما. على هذا الاساس فأننا نعني ان نسبة اللفات المؤثرة (اي نسبة D الى Q) هي n. و"المؤثرة" هنا تعني ان لايعتنى بعدد اللفات وحده وانما يعتنى بتوزيع اللفائف ايضاً. لذا فأن مصفوفة الممانعة تكون

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & D & Q & d & q \\ \hline D & R_D+L_Dp+Z_X & & nM_{Qq}p & \\ \hline Q & & R_Q+L_Qp & & M_{Qq}p \\ \hline d & nM_{Qq}p & M_{Qq}\theta & R_r+L_rp & L_r\theta \\ \hline q & -nM_{Qq}\theta & M_{Qq}p & -L_r\theta & R_r+L_rp \\ \hline \end{array} \quad \ldots (10 . 29)$$

وتقودنا هذه المصفوفة الى معادلات "المجال - المتعامد" للماكنة ثنائية الطور غير المتوازنة التي لامجال للتطرق اليها على اية حال، بصورة اكثر تفصيلاً هنا.

ان احد الاهداف هو الحصول على معادلات بصيغة تقودنا الى ايجاد الدائرة المكافئة. لهذا الغرض يكون من الضروري اولاً تطبيق تحويل معين يكون مكافئاً لاسناد اللفيفة D الى عدد اللفات المؤثر نفسه كما للفيفة Q. وهذا التحويل هو

		D′	Q′	d′	q′
$\mathbf{C} =$	D	$1/n$			
	Q		1		
	d			1	
	q				1

الذي يقود الى

$\mathbf{Z}' = \mathbf{C}_t\mathbf{Z}\mathbf{C} =$ ...... (10. 30)

	D′	Q′	d′	q′
D′	$(R_D+L_Dp+Z_X)/n^2$		$M_{Qq}p$	
Q′		R_Q+L_Qp		$M_{Qq}p$
d′	$M_{Qq}p$	$M_{Qq}\dot{\theta}$	R_r+L_rp	$L_r\dot{\theta}$
q′	$-M_{Qq}\dot{\theta}$	$M_{Qq}p$	$-L_r\dot{\theta}$	R_r+L_rp

بما ان المحورين ثابتان، وان الدوال المثيرة هي فولتيات الاطراف فقط والتي تكون جيبية بتردد زاوي مقداره ω، فأن مصفوفة الممانعة للحالة المستقرة يمكن ايجادها بأبدال P بـ $j\omega$. واذا كتبنا في الوقت نفسه X_D و X_Q و X_r و X_M لكل من ωL_D و ωL_Q و ωL_r و ωM_{Qq} على التعاقب، وكذلك $v\omega$ بدلاً من $\dot{\theta}$، وهذا يعني ان السرعة v معطاة بنسبة الوحدة ، فعندئذ يمكن ايجاد مصفوفة الممانعة للحالة المستقرة كما يأتي

$\mathbf{Z}' =$ .... (10 . 31)

	D′	Q′	d′	q′
D′	$(R_D+jX_D+Z_X)/n^2$		jX_M	
Q′		R_Q+jX_Q		jX_M
d′	jX_M	vX_M	R_r+jX_r	$v.X_r$
q′	$-vX_M$	jX_M	$-vX_r$	R_r+jX_r

حيث ان Z_X يمكن ان تكون مركبة.

$$\mathbf{Z}'' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|cccc|} & D' & Q' & d' & q' \\ \hline P & 1 & j & & \\ N & 1 & -j & & \\ f & & & 1 & j \\ b & & & 1 & -j \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|cccc|} & D' & Q' & d' & q' \\ \hline D' & (R_D+jX_D+Z_X)/n^2 & & jX_M & \\ Q' & & R_Q+jX_Q & & jX_M \\ d' & jX_M & vX_M & R_r+jX_r & vX_r \\ q' & -vX_M & jX_M & -vX_r & R_r+jX_r \\ \hline \end{array} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|cccc|} & P & N & f & b \\ \hline D' & 1 & 1 & & \\ Q' & -j & j & & \\ d' & & & 1 & 1 \\ q' & & & -j & j \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cccc|} & P & N & f & b \\ \hline P & R_Q+jX_Q+Z_U & Z_U & jX_M & \\ N & Z_U & R_Q+jX_Q+Z_U & & jX_M \\ f & jsX_M & & R_r+jsX_r & \\ b & & j(2-s)X_M & & R_r+j(2-s)X_r \\ \hline \end{array} \qquad \ldots\ldots\ (10\ .\ 32)$$

اذا تم تحويل هذه المصفوفة بالاسلوب نفسه للماكنة المتوازنة بأستخدام المعادلة (3 . 10)، فأنها سوف تصبح $\mathbf{Z}''$ كما هي مبينة في المعادلة (32 . 10) حيث تكون Z_U معرفة بصفة

$$\tfrac{1}{2}\{R_D+jX_D+Z_X)/n^2-(R_Q+jX_Q)\}$$

وكذلك تعرف s=(1 - v) كما مر ذكرها سابقاً وهي الانزلاق الكسري. وبما أن Z_U قد ظهرت بوصفها عنصراً معرفاً بـ (P,N) وكذلك عنصراً معرفاً بـ (N,P) ايضاً، فأن مجموعتي المحاور (P,f) و (N,b) تكونان غير مستقلتين بعضهما عن بعض. وليس هناك مميزات خاصة في اعادة ترتيب رتبة الاسطر والاعمدة كما تم عمله في حالة الماكنة المتوازنة.

على اية حال، اذا تم تجزئة هذه المصفوفة بين محوري الساكن والدوار، كانت ثلاث من المصفوفات الثانوية قطرية، وهذا يجعل حذف محوري الدوار المقصورة الدائرة (f,b) مستساغاً. اما مصفوفة المانعة المستحصلة بصيغتها المختزلة فأن اشتقاقها يكون كما هو معطى بالمعادلة (33 . 10).

$$\begin{array}{c|cc|} & P & N \\ \hline P & R_Q+jX_Q+Z_U & Z_U \\ N & Z_U & R_Q+jX_Q+Z_U \\ \hline \end{array} - \begin{array}{c|cc|} & f & b \\ \hline P & jX_M & \\ N & & jX_M \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|cc|} & f & b \\ \hline f & 1/\{R_r+jsX_r\} & \\ b & & 1/\{R_r+j(2-s)X_r\} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|cc|} & P & N \\ \hline f & jsX_M & \\ b & & j(2-s)X_M \\ \hline \end{array}$$

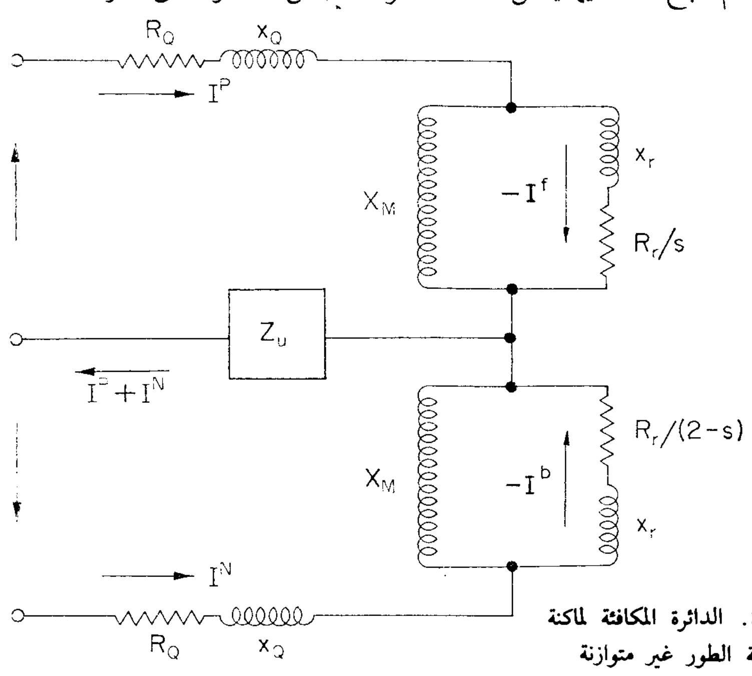
$$= \begin{array}{c|cc|} & P & N \\ \hline P & R_Q+jX_Q+Z_U & \\ N & & R_Q+jX_Q+Z_U \\ \hline \end{array} + \begin{array}{c|cc|} & P & N \\ \hline P & sX_M^2/\{R_r+jsX_r\} & \\ N & & (2-s)X_M^2/\{R_r+j(2-s)X_r\} \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cc|} & P & N \\ \hline P & R_Q+jX_Q+Z_U+sX_M^2/\{R_r+jsX_r\} & Z_U \\ N & Z_U & R_Q+jX_Q+Z_U+(2-s)X_M^2/\{R_r+j(2-s)X_r\} \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cc|} & P & N \\ \hline P & R_Q+jX_Q+Z_U+X_M^2/\{R_r/s+jX_r\} & Z_U \\ N & Z_U & R_Q+jX_Q+Z_U+X_M^2/\{R_r/(2-s)+jX_r\} \\ \hline \end{array} \quad ..... \; (10\ .\ 33)$$

10 . 2 . 1 الدوائر المكافئة — Equivalent Circuit

ان مصفوفة الممانعة المقلصة هذه تكون متماثلة لذلك فأنها ملائمة لاستنباط دائرة مكافئة معينة . ولو تبصرنا في العنصر المعرف بـ **P,P** لوجدنا انه يماثل تماماً عنصر ممانعة منظومة التتابع الموجب للماكنة المتوازنة المبينة في الشكل 33، عدا انه يوجد حد اضافي هو Z_U وكذلك فقد ابدل الدليل S بالدليل Q . واذا تم اتباع ذلك فيما يخص هذا العنصر فأنه يمكن الحصول على دائرة



الشكل 37. الدائرة المكافئة لماكنة حثية ثنائية الطور غير متوازنة

مكافئة مناسبة ومشابهة لدائرة التتابع الموجب للماكنة المتوازنة عدا انه يضاف لها مركبة توال Z_U. اما دائرة التتابع السالب فتكون نفسها عدا ان s يتم ابدالها بـ (s - 2). من ناحية اخرى، توجد عناصر Z_U في المواضع P,N و N,P في مصفوفة الممانعة، وهذا يدل ضمنيا على ان هناك مركبة مشتركة بين دائرتي التتابع الموجب والتتابع السالب، الا وهي Z_U نفسها. لذا فأن الدائرة المكافئة التامة تكون على هذا الاساس كما هي مبينة في الشكل 37، حيث تمثل كل من ($x_Q=X_Q - X_M$) و ($x_r=X_r - X_M$) في هذه الدائرة مفاعلتي التسرب للفيفة Q للساكن ولفيفة الدوار على التعاقب فيما اذا تم اسناد جميع القيم الى عدد لفات اللفيفة Q نفسها. ويمكن تعريف Z_U بدلالة مفاعلات التسرب ايضا، فأذا كانت مفاعلة التسرب للفيفة الساكن D هي ($x_D=X_D - n^2X_M$)، حيث x_D و X_D هما مفاعلتان منسوبتان للفيفة D و X_M مفاعلة منسوبة للفيفة Q، فعندئذ تكون

$$Z_U = \tfrac{1}{2}\{(R_D+jx_D+Z_X)/n^2-(R_Q+jx_Q)\}$$

وفي حالة الماكنة المتوازنة $n=1$، $x_D=x_Q$, $R_D=R_Q$ وكذلك $Z_X=0$ بحيث أن $Z_U=0$ وفي مثل هذه الحالة تقلص مصفوفة الممانعة الى مصفوفة قطرية.

10 . 2 . 2 التيارات — Currents

اذا كانت فولتيتا الطرف في المحورين المرجعين الاصليين V_D و V_Q فأن المركبات المتماثلة لفولتيتا الطرف تكون :

$$\begin{array}{c}\mathrm{P}\\ \mathrm{N}\end{array}\begin{bmatrix}V_P\\ V_N\end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{array}{c}\mathrm{P}\\ \mathrm{N}\end{array}\overset{\mathrm{D'}\quad\mathrm{Q'}}{\begin{bmatrix}1 & j\\ 1 & -j\end{bmatrix}}\begin{array}{c}\mathrm{D'}\\ \mathrm{Q'}\end{array}\begin{bmatrix}V_{D'}\\ V_{Q'}\end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{array}{c}\mathrm{P}\\ \mathrm{N}\end{array}\overset{\mathrm{D'}\quad\mathrm{Q'}}{\begin{bmatrix}1 & j\\ 1 & -j\end{bmatrix}}\begin{array}{c}\mathrm{D'}\\ \mathrm{Q'}\end{array}\overset{\mathrm{D}\quad\mathrm{Q}}{\begin{bmatrix}1/n & \\ & 1\end{bmatrix}}\begin{array}{c}\mathrm{D}\\ \mathrm{Q}\end{array}\begin{bmatrix}V_D\\ V_Q\end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{array}{c}\mathrm{P}\\ \mathrm{N}\end{array}\begin{bmatrix}V_D/n+jV_Q\\ V_D/n-jV_Q\end{bmatrix} \qquad (10\ .\ 34)$$

واذا تم ايجاد التيارين I^P و I^N بدلالة هاتين الفولتيتين، فعندئذ يمكن ايجاد I^D و I^Q بوساطة

$$\begin{array}{c} \\ D \\ Q \end{array}\begin{array}{|c|} \hline I^D \\ \hline I^Q \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c} \\ D \\ Q \end{array}\begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{D'} & \multicolumn{1}{c}{Q'} \\ \hline 1/n & \\ \hline & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \\ D' \\ Q' \end{array}\begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{P} & \multicolumn{1}{c}{N} \\ \hline 1 & 1 \\ \hline -j & j \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} \\ P \\ N \end{array}\begin{array}{|c|} \hline I^P \\ \hline I^N \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{|c|} \hline (I^P+I^N)/n \\ \hline -j(I^P-I^N) \\ \hline \end{array} \qquad \text{........ (10 . 35)}$$

واذا كان المحرك الثنائي الطورهو في حقيقة الامر محركاً احادي الطور من النوع المنشطر الطور او من النوع ذي المتسعة فأن الفولتيتين V_D و V_Q تكونان متساويتين ويكون I^Q التيار في اللفيفة الرئيسية و I^D التيار في اللفيفة المساعدة .

10 . 2 . 3 العزم Torque

ان المصفوفة $\mathbf{G}''$ للماكنة غير المتوازنة في المحاور (P,N,f,b) تكون مماثلة لمصفوفة الماكنة المتوازنة التي تمت دراستها تواً. اضافة لذلك تكون النسبتان I^P/I^f و I^N/I^b نفسهما للماكنة المتوازنة وغير المتوازنة . ويمكن تطبيق معادلات العزم للماكنة المتوازنة المعطاة بدلالة I^P,I^f,I^N,I^b في البند 3 . 1 . 10 على الماكنة غير المتوازنة.

بالطبع ، فأن التمثيل الرياضي للعزم بدلالة فولتية الطرف يكون اكثر تعقيداً ومعتمداً على الظروف الحقيقية للاطراف.

10 . 3 اشتغال الماكنة الحثية بطور مفرد
Single - phase Operation of Induction Machine

ان الاشتغال بطور مفرد هو حالة عدم توازن ويتطلب دراسة خاصة.

10 . 3 . 1 ماكنة ثلاثية الطور — Three - phase Machine

هناك طريقتان يمكن فيهما تشغيل الماكنة ثلاثية الطور بطور مفرد. واحدى هذه الطرق هي ربط المصدر بين طرف واحد (يفضل في هذه الحالة الطرف A) والطرفين الاخرين (B و C) بعد ربطهما بعضهما ببعض. آنئذ يتم معرفة فولتيات الخطوط جميعها؛ ويصبح بالامكان ايجاد مركباتها المتماثلة.

اما المركبات المتماثلة لفولتيات الاطوار فيمكن ايجادها، بأستثناء مركبات التتابع الصفري، من المركبات المتماثلة لفولتيات الخطوط. بعد ذلك يتم ايجاد التيارات بالاسلوب المبين في الفقرة 1 . 10 وبنودها. وفي مثل هذا الربط تكون الماكنة غير ملائمة للعمل محركاً ولكن يمكن استعمالها موّقفاً (brake)*.

اما الربط البديل لجعل الماكنة تعمل محركاً بصورة مرضية فهو بربط المصدر بين طرفين (يفضل B و C) ويترك الطرف الثالث A سائباً ومعزولاً. ولما كانت فولتية الطرف الثالث غير معروفة، فأنه من غير الممكن ايجاد المركبات المتماثلة لفولتيات الاطراف. من ناحية اخرى، من المعروف ان تيار الطور A تكون قيمته صفراً وكذلك يكون $I^C = -I^B$. لذلك

$$\begin{array}{c} P \\ N \\ O \end{array}\begin{bmatrix} I^P \\ I^N \\ I^O \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} \\ P \\ N \\ O \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & h & h^2 \\ 1 & h^2 & h \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array}\begin{bmatrix} I^A \\ I^B \\ I^C \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ldots (10 . 36)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} P \\ N \\ O \end{array}\begin{bmatrix} hI^B + h^2 I^C \\ h^2 I^B + hI^C \\ I^B + I^C \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} P \\ N \\ O \end{array}\begin{bmatrix} (h-h^2)I^B \\ (h^2-h)I^B \\ O \end{bmatrix}$$

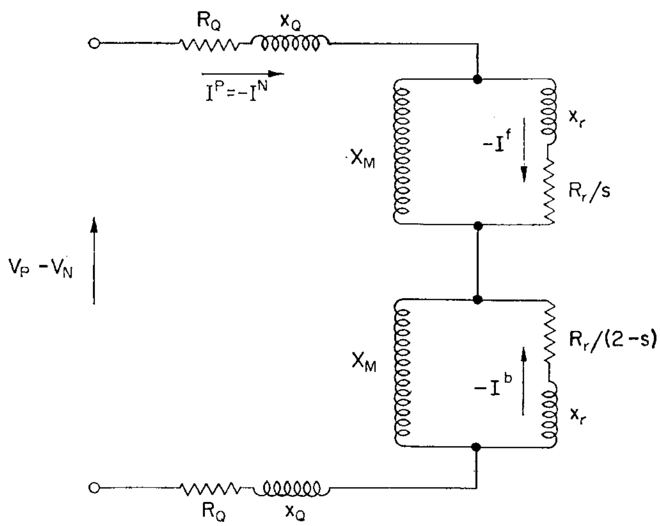
وبذلك فأن $I^P = jI^B = -I^N$. لذا فأن $I^P + I^N = 0$ ولايكون هناك تيار في الموصل الواقع في منتصف الدائرة المبينة في الشكل 35، وهذا يقودنا للدائرة المكافئة كما هي مبينة في الشكل 38. والان

---

* راجع المرجع 16 ـ الصفحات من 245 الى 260.

$$
\begin{array}{c} P \\ N \\ O \end{array}\begin{array}{|c|} \hline V_P \\ \hline V_N \\ \hline V_O \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} \\ P \\ N \\ O \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & h & h^2 \\ \hline 1 & h^2 & h \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array}\begin{array}{|c|} \hline V_A \\ \hline V_B \\ \hline V_C \\ \hline \end{array} \quad \ldots\ldots \ (10\ .\ 37)
$$

$$
= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{array}{c} P \\ N \\ O \end{array}\begin{array}{|c|} \hline V_A + hV_B + h^2V_C \\ \hline V_A + h^2V_B + hV_C \\ \hline V_A + V_B + V_C \\ \hline \end{array}
$$



الشكل 38 الدائرة المكافئة لماكنة احادية الطور

وتكون فولتية الطرف للدائرة المكافئة

$$
(V_P - V_N) = (1/\sqrt{3})\{(h-h^2)V_B + (h^2-h)V_C\} = (1/\sqrt{3})j\sqrt{3}\,(V_B - V_C \ \cdots \ (10\ .\ 38)
$$
$$
= jV_{BC}.
$$

بما ان V_{BC} هي فولتية الخط المعلومة، فأن هناك بيانات كافية لغرض ايجاد التيار $I^B = -jI^P$، وهذه البيانات يتم الحصول عليها اما من الدائرة المكافئة او من مصفوفة المانعة المعطاة في المعادلة (4 . 10)

وذلك بحذف المحورين f وb واجراء تحويل ثانٍ.

$$\begin{array}{c} P \\ N \end{array}\begin{bmatrix} I^{P} \\ I^{N} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} P \\ N \end{array}\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I^{P'} \end{bmatrix} \quad \text{......... (10 . 39)}$$

2 . 3 . 10 الماكنة ثنائية الطور **Two - phase Machine**

يمكن ايجاد اداء الطور الواحد لماكنة ثنائية الطور من تحليل الماكنة المتوازنة (الفقرة 1 . 10) او غير المتوازنة (الفقرة 2 . 10) وذلك بفتح دائرة اللفيفة D. لذا يكون $I^{D}=0$،

وبما ان $I^{D} = (1/\sqrt{2})\,(I^{P}+I^{N})/n$

وكذلك $(I^{P}+I^{N}=0)$، وبذلك نحصل على الدائرة المكافئة المبينة في الشكل 38 نفسها. وتكون هنا $V_{P}-V_{N} = j\sqrt{2}V_{Q}$ وبذلك يتم معرفتها.

اما I^{Q} فيكون $I^{Q} = -j(1/\sqrt{2}) \times (I^{P}-I^{N}) = -j\sqrt{2}I^{P}$

3 . 3 . 10 الماكنة احادية الطور **Single - phase Machine**

على الرغم من ان الماكنة الحثية احادية الطور، ليست متعددة الاطوار، بالتعريف، الا انه من المفيد التطرق اليها في نهاية هذا الفصل. ويمكن عد الماكنة احادية الطور ماكنة ثلاثية الطور رفع منها الطور A او بالامكان عدّها ماكنة ثنائية الطور وقد رفع منها الطور D.

4 . 3. 10 المعالم **Parameters**

تكون معالم المكائن ثلاثية الطور وثنائية الطور التي تشتغل بطور واحد هي نفسها التي تتضمن الاشتغال بأطوار متعددة. وفي حالة اشتغال الماكنة ثلاثية الطور بطور واحد خطاً الى خط تكون نسبة الفولتية الى التيار كما يلي:

$$\frac{V_{BC}}{I^{B}} = \frac{-j(V_P - V_N)}{-jI^P} = \frac{V_P - V_N}{I^P}$$

بينما تكون هذه النسبة في حالة الماكنة ثنائية الطور

$$\frac{V_Q}{I^Q} = \frac{-j(1/\sqrt{2})(V_P - V_N)}{-j\sqrt{2}I^P} = \frac{1}{2}\,\frac{V_P - V_N}{I^P}$$

وهذا الاختلاف كان بالامكان توقعه، لان لفيفتي طورين في الماكنة الثلاثية الطور تكونان مربوطتين على التوالي، بينما في حالة الماكنة ثنائية الطور لايكون في الدائرة سوى طور واحد*.

عندما يراد دراسة معالم الماكنة احادية الطور فأنه ليس من السهل الاشارة الى انها تشبه حالة الماكنة ذات الاطوار المتعددة. على اية حال، اذا عددنا هذه الماكنة مكافئة لماكنة ثلاثية الطور تشتغل خطاً الى خط، فأن لفيفتها تكون مكافئة لطورين مربوطين على التوالي. لذا فأن القيم، الفعلية لمقاومة ومفاعلة لفيفتها الوحيدة يجب ان تناصف للحصول على المعالم المستخدمة هنا. واذا عددناها مكافئة لطور واحد لماكنة ثنائية الطور فأن وجود الكسر (½) في التعبير الرياضي لـ V_Q/I^Q مرة اخرى يبين ان عناصر الدائرة المكافئة تكون نصف عناصر اللفيفة الواحدة. وفي النظرية التقليدية فأن الدائرة المكافئة للماكنة احادية الطور يعبر عنها عادة بدلالة مقاومات ومفاعلات اللفيفة الفعلية بحيث يظهر الكسر (½) بوضوح في الدائرة المكافئة**.

من الدائرة المكافئة المبينة في الشكل 38، يمكن تبيان ان نسبة الفولتية الى التيار مع كون الدوار ثابت الموقع تكون

$$2\left\{R_Q + jx_Q + \frac{jX_M(R_r + jx_r)}{R_r + jx_r + jX_M}\right\}$$

وهذه هي الصيغة نفسها للتعابير الرياضية المناظرة للمحول والمكائن الحثية متعددة الاطوار وتؤدي الى قيم تقريبية لمجموع مفاعلات التسرب. واذا كان الدوار يدور بسرعة تزامنية، فأن نسبة الفولتية الى التيار تكون

$$2(R_Q + jx_Q) + jX_M + \frac{jX_M(R_r/2 + jx_r)}{R_r/2 + jx_r + jX_M}$$

* في الفقرة 5 . 8 (الفصل 8) تم بيان ان ممانعة الطور المؤثرة، في حالة استخدام التحويل، هي نفسها لكل من الماكنة ثنائية الطور وثلاثية الطور.

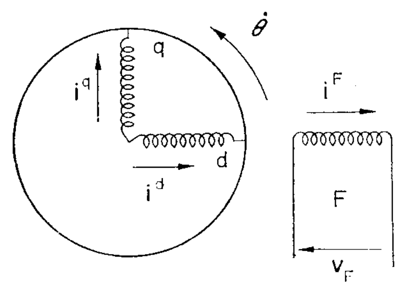
** انظر المرجع 3 في صفحة (451 - 454).

واذا كانت المقاومات معلومة وافترض، كما جرت العادة عليه، ان مجموع المفاعلات التسربية يمكن تقسيمه بالتساوي او بنسب اخرى معلومة، فعندئذ يمكن ايجاد X_M وبذلك تكون كل المعالم الاخرى معلومة.

4 . 10 الماكنة التزامنية متعددة الاطوار ذات الفجوة الهوائية المتجانسة التي لاتحتوي على لفائف تخميد
The Polyphase Synchronous Machine with a Uniform Air - gap and no Damper windings

في البداية سيتم التطرق للماكنة التزامنية ذات الفجوة الهوائية المتجانسة قبل اية دراسة تفصيلية للماكنة ذات القطب البارز (salient - pole) الاكثر شيوعاً.

ان ترتيب الماكنة السالفة بدلالة المحورين الثابتين موضحة تخطيطياً في الشكل 39.



الشكل 39. ماكنة تزامنية ذات فجوة هوائية متجانسة.

يمكن ايجاد مصفوفة الممانعة بدلالة المحاور d,q,D من مصفوفة الممانعة المعطاة في الفصل الخامس، وذلك بحذف المحور Q. هنا تستخدم F بدلا من D لغرض الاشارة الى انها تعني لفيفة المجال؛ وتستخدم كل من a,q,d للمنتج. وتكون مصفوفة الممانعة كما يأتي

	d	q	F
d	$R_a+L_d p$	$L_d\dot{\theta}$	$L_{Fd} p$
q	$-L_d\dot{\theta}$	$R_a+L_d p$	$-L_{Fd}\dot{\theta}$
F	$L_{Fd} p$		$R_F+L_F p$

وتحت ظروف الحالة المستقرة المتوازنة، تكون دالة الاثارة الفولتية v_F المسلطة على لفيفة المجال، وهي فولتية مستمرة، ويمكن تمثيلها بفولتية ثابتة V_F. ولما كانت عناصر الدائرة جميعها ثابتة وبدلالة محاور المرجع الثابتة، فأن دوال الاستجابة سوف تكون ثابتة ايضاً حيث يكون بالامكان ابدال العامل p بصفر. وهذا يؤدي الى معادلة الفولتية الاتية

$$\begin{array}{c|c|} & \\ d & V_d \\ q & V_q \\ F & V_F \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & F \\ \hline d & R_a & L_d\dot{\theta} & \\ q & -L_d\dot{\theta} & R_a & -L_{Fd}\dot{\theta} \\ F & & & R_F \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ d & I^d \\ q & I^q \\ F & I^F \end{array} \quad \ldots\ldots \ (10\ .\ 40)$$

في هذه المعادلة استعملت الحروف الكبيرة للدلالة على الفولتيات والتيارات الثابتة.

وبما ان الماكنة "تزامنية" فأن سرعتها الزاوية $\dot{\theta}$ سوف تعرف ترددها الزاوي ω وعلى هذا الاساس يكون من المفيد ابدال الـ $\dot{\theta}$ في مصفوفة الممانعة بـ ω، وحواصل الضرب الناتجة ωL يمكن عدّها مفاعلات X. وتكون معادلة الفولتية للحالة المستقرة كالاتي

$$\begin{array}{c|c|} & \\ d & V_d \\ q & V_q \\ F & V_F \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & F \\ \hline d & R_a & X_d & \\ q & -X_d & R_a & -X_{Fd} \\ F & & & R_F \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ d & I^d \\ q & I^q \\ F & I^F \end{array} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 41)$$

وبما أننا الان بصدد استقصاء الظروف المتوازنة، لذا لاتكون هناك تيارات للتتابع الصفري، لذا

$$\begin{array}{c|c|} & \\ a & i^a \\ b & i^b \\ c & i^c \end{array} = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & o \\ \hline a & \cos\theta & \sin\theta & 1/\sqrt{2} \\ b & \cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\ c & \cos(\theta-4\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ d & I^d \\ q & I^q \\ o & 0 \end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|c|} a & \cos\theta I^d + \sin\theta I^q \\ b & \cos(\theta-2\pi/3)I^d+\sin(\theta-2\pi/3)I^q \\ c & \cos(\theta-4\pi/3)I^d+\sin(\theta-4\pi/3)I^q \end{array}$$

$$
= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\ \sqrt{\{(I^{d})^2+(I^{q})^2\}}\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \begin{vmatrix} \cos\theta\sin\psi \quad + \quad \sin\theta\cos\psi \\ \cos(\theta-2\pi/3)\sin\psi+\sin(\theta-2\pi/3)\cos\psi \\ \cos(\theta-4\pi/3)\sin\psi+\sin(\theta-4\pi/3)\cos\psi \end{vmatrix}
$$

$$
= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\ \sqrt{\{(I^{d})^2+(I^{q})^2\}}\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \begin{vmatrix} \sin(\theta+\psi) \\ \sin(\theta+\psi-2\pi/3) \\ \sin(\theta+\psi-4\pi/3) \end{vmatrix} = \hat{I}\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \begin{vmatrix} \sin(\theta+\psi) \\ \sin(\theta+\psi-2\pi/3) \\ \sin(\theta+\psi-4\pi/3) \end{vmatrix} \quad \dots .\ (10\ .\ 42)
$$

حيث ان $\cos\psi = I^{q}/\sqrt{\{(I^{d})^2+(I^{q})^2\}}$ وكذلك $\hat{I} = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\ \sqrt{\{(I^{d})^2+(I^{q})^2\}}$

لذا فأن i^{a}و i^{b} و i^{c} تكون منظومة متوازنة لتيارات ثلاثية الطور لها مقدار ذروي (اقصى)

$$
\hat{I} = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\cdot\sqrt{\{(I^{d})^2+(I^{q})^2\}}
$$

من معادلة مصفوفة الفولتية

$$
\begin{matrix} d \\ q \\ F \end{matrix} \begin{vmatrix} V_d \\ V_q \\ V_F \end{vmatrix} = \begin{matrix} d \\ q \\ F \end{matrix} \begin{vmatrix} R_a I^{d}+X_d I^{q} \\ -X_d I^{d}+R_a I^{q}-X_{Fd} I^{F} \\ R_F I^{F} \end{vmatrix} \quad \dots\dots\ (10\ .\ 43)
$$

لذلك، وعند غياب التتابع الصفري فأن

$$
\begin{aligned}
v_a &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{\cos\theta V_d+\sin\theta\, V_q\} \\
&= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{R_a\cos\theta I^{d}+X_d\cos\theta I^{q}-X_d\sin\theta I^{d} \\
&\quad +R_a\sin\theta I^{q}-X_{Fd}\sin\theta I^{F}\} \\
&= R_a\sqrt{\tfrac{2}{3}}(\cos\theta I^{d}+\sin\theta I^{q})-X_d\sqrt{\tfrac{2}{3}}(\sin\theta I^{d}-\cos\theta I^{q}) \\
&\quad -\sqrt{\tfrac{2}{3}}X_{FD}I^{F}\sin\theta \\
&= R_a\sqrt{\tfrac{2}{3}}\sqrt{\{(I^{d})^2+(I^{q})^2\}}\sin(\theta+\psi) \qquad \dots\dots\ (10\ .\ 44) \\
&\quad +X_d\sqrt{\tfrac{2}{3}}\sqrt{\{(I^{d})^2+(I^{q})^2\}}\cos(\theta+\psi)-\sqrt{\tfrac{2}{3}}X_{Fd}I^{F}\sin\theta
\end{aligned}
$$

واذا كان المنتج مفتوح الدائرة، بحيث ان i^a وi^b وi^c كانت قيمها جميعاً صفراً، وكذلك يكون كل من I^d وI^q صفراً ايضاً، و v_a سوف تكون

$$-\sqrt{\tfrac{2}{3}}X_{Fd}I^F\sin\theta = \hat{E}\sin\theta \qquad \text{حيث ان} \qquad \hat{E} = -\sqrt{\tfrac{2}{3}}X_{Fd}I^F$$

ويمكن كتابة معادلة الفولتية

$$v_a = R_a\hat{I}\sin(\theta+\psi)+X_d\hat{I}\cos(\theta+\psi)+\hat{E}\sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots(10.45)$$

في هذه الحالة تمثل ψ زاوية الطور "الداخلية" التي يتقدم فيها التيار $i^a=\hat{I}\sin(\theta+\psi)$ على الـ ق.د.ك $E\sin\theta$، واذا اخذت θ بصفة $(\omega t-\psi)$ بحيث ان التيار i^a يعرف بالوسيلة هذه بوصفه $\hat{I}\sin(\theta+\psi)=\hat{I}\sin\omega t$، وبهذا فأنه يحدد زمن الصفر.

$$v_a = R_a\hat{I}\sin\omega t+X_d\hat{I}\cos\omega t+\hat{E}\sin(\omega t-\psi) \quad \ldots\ldots\ (10.46)$$

الذي يكون بالتعبيرات الطورية

$$V = R_aI+jX_dI+E \quad \ldots\ldots\ (10.47)$$

وتطلق على المفاعلة التي تمتلكها الماكنة عند اشتغالها بصورة تزامنية وهي X_d "المفاعلة التزامنية".

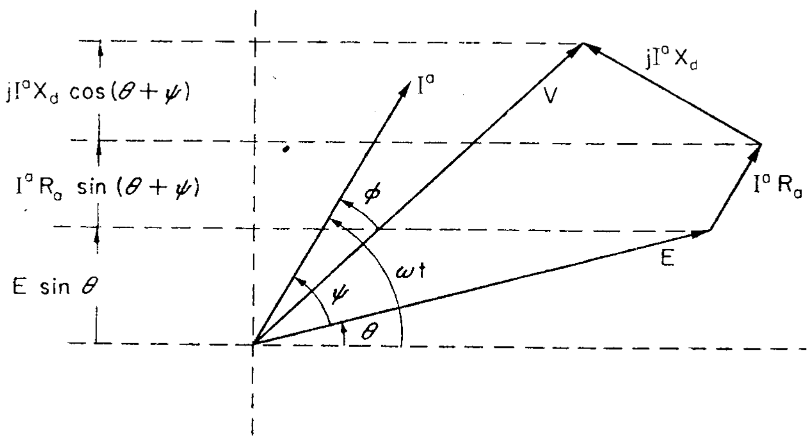
من الاهمية بمكان التذكر فيما مر اعلاه انه في المعادلات الاولية عدّت الدوائر جميعها بوصفها مصبات للطاقة وهي بذلك مطابقة لاصطلاحات "المحرك" بالنسبة للاتجاهات الموجبة للتيار وانسياب القدرة.

ان الـ ق.د.ك E في اعلاه ليست الـ ق.د.ك الفعلية على الحمل، لكنها تمثل الـ ق.د.ك التي ينتجها تيار المجال I^F نفسه في حال اللا حمل ان لم يكن هنالك اية تغيرات في التشبع المغناطيسي للماكنة. وتدعى هذه احياناً بالقوة الدافعة الكهربائية خلف المفاعلة التزامنية. والقوة الدافعة الكهربائية الحقيقية هي الفرق بين فولتية الطرف وهبوط الفولتية عبر مقاومة المنتج ومفاعلته التسربية (هذا بالنسبة لاصطلاحات المحرك)، اي ان $(V-(R_a+jx_a)I)$، حيث x_a* هي المفاعلة التسربية للمنتج وتساوي ωL_a.

★ لقد تم في الفقرة 4 . 5 من الفصل الخامس بيان انه لماكنة ذات قطب بارز $(L_d=L_{Dd}+l_a)$ عندما تنسب هذه القيم جميعها الى عدد واحد مشترك من اللفات. وهذه العلاقة تطبق ايضاً للماكنة ذات الفجوة الهوائية المتجانسة، حيث تكون هنا $(X_d=X_{Fd}+x_a)$ اذا كانت هذه المفاعلات جميعها منسوبة لاساس مشترك.

10 . 4 . 1 مخطط المطاورات Phasor Diagram

من معادلة الفولتية هذه يمكن انشاء مخطط المطاورات* كما هو مبين في الشكل 40. وبما ان اصطلاحاتنا الاصلية تفرض بأن القدرة كانت تجهز الى لفائف الماكنة جميعها، فأن هذا المخطط يخص محركاً تزامنياً.



الشكل 40. مخطط المطاورات لماكنة تزامنية ذات فجوة هوائية متجانسة.

ومما يجب ملاحظته ان هذا المخطط رسم لتيار متقدم. وللحصول على المخطط لمولد بالاصطلاحات المعتادة، يجب علينا كتابة I^a - بدلاً عن I^a.

10 . 4 . 2 تيار المجال اللازم لظروف طرفية معطاة للمنتج
Field Current Required for Given Armature Terminal Conditions

في التحليلات السالفة كانت E فولتية المنتج التي يستطيع تيار المجال انتاجها في حالة الدائرة المفتوحة اذا كانت X_{Fd} ثابتة وليس هناك اي تشبع. وبسبب التشبع فأن تيار المجال الفعلي اللازم لانتاج ظروف متوازنة معينة سوف يكون اكبر من القيمة I^F التي يتم الحصول عليها بأدخال قيمة E في المعادلة $\hat{E}= -\sqrt{(2/3)}X_{Fd}I^F$، حيث ان E يحصل عليها من المعادلة $V=R_aI+jX_dI+E$، بكمية تعتمد على مقدار القيمة الحقيقية للقوة الدافعة الكهربائية في حالة الحمل، اي $V_a - (R_a+jX_a)I^2$، حيث ان x_a هي المفاعلة التسربية للمنتج. وهذه المركبة الاضافية لتيار المجال يمكن الحصول عليها

* قارن بالمرجع 3 صفحة 474.

بصورة ملائمة من الرسم البياني لفولتية الدائرة المفتوحة مقابل تيار المجال وتكون القيمة الاضافية هذه بصفة الفرق في تيار المجال اللازم لانتاج الـ ق.د.ك الحقيقية وتيار المجال الذي سوف تتطلبه هذه الـ ق.د.ك ان لم يكن هناك تشبع*. هذا مايبينه الشكل 41(أ).

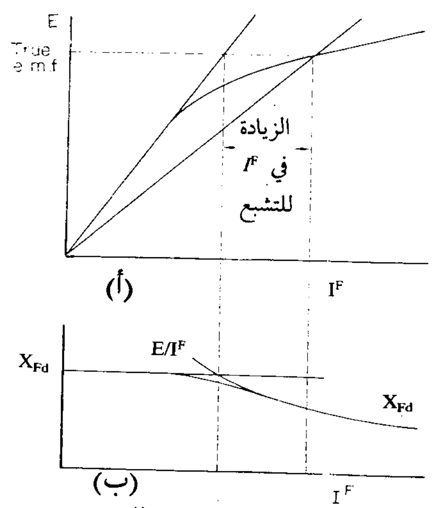
يمكن ايجاد الكمية نفسها من المخطط البياني لـ X_{Fd} مقابل تيار المجال وذلك برسم (ق.د.ك الحقيقية مقسومة على تيار المجال) وملاحظة قيم تيار المجال عندما يقطع هذا المنحني الرسم البياني الفعلي لـ X_{Fd} وكذلك ملاحظة اين يقطع هذا المنحني الجزء المستقيم الثابت لهذا الرسم عند مده. وهذا مبين في الشكل41(ب). وهذه الطريقة الاخيرة لاينصح الاخذ بها لكون الزاوية بين المنحنيات في نقاط التقاطع صغيرة، بحيث ان النقطة نفسها تكون غير معرفة بصورة واضحة.

يمكن بدلاً من ذلك استخدام قيمة "تشبع" اقل للمفاعلة المتزامنة X_d لتحديد قيمة E من المعادلة $(V=R_aI+jX_dI+E)$، وكذلك تستخدم قيمة مناظرة اقل للمفاعلة X_{Fd} لايجاد I^F. وهذا يكافيء ابدال الرسم البياني للدائرة المفتوحة بخط مستقيم يمر خلال نقطة الاصل وكذلك نقطة التشغيل الفعلية على الرسم وكما هي موضحة في الشكل 41(أ). من الواضح ان دقة هذه الطريقة تعتمد على دقة تخمين موضع نقطة التشغيل. ويمكن تحسين الدقة بوساطة التكرار (iteration).

3 . 4. 10 العزم **Torque**

ان دراسة عزم الماكنة ذات الفجوة الهوائية المتجانسة سيتم التطرق اليه في البند 5 . 5 . 10 ضمن هذه الفصل.

ق. د. ك الحقيقية



الشكل 41. السماح للتشبع

* قارن بالمرجع 3 صفحة 474.

إن معادلة فولتية الحالة المستقرة لماكنة تزامنية ذات فجوة هوائية متجانسة قد اعطيت في الفقرة 4 . 10 السالفة وفي المحاور (d,q,F). واذا تم تشغيل هذه الماكنة عندما تكون لفائف المنتج مفتوحة الدائرة بحيث ان I^d و I^q كليهما يكون صفراً، فإن $V_d=0$ وكذلك $V_q=-X_{Fd}I^F$. لذا، فمن المعادلات المعطاة في الفقرة 9 . 8 الفصل الثامن، ففي الماكنة الثنائية الطور $(v_\alpha=-X_{Fd}I^F\sin\omega t)$ وفي الماكنة ثلاثية الطور $(v_a=-(\sqrt{2}/\sqrt{3})X_{Fd}I^F\sin\,\omega t)$. وبدلالـة ج.م.ت يصبح $(V\alpha=(1/\sqrt{2})X_{Fd}I^F)$ وكذلك $(V_a=(1/\sqrt{3})X_{Fd}I^F)$. لذا فأن الاختبار يقود مباشرة لمعرفة قيمة X_{Fd}، وبالطبع تتغير هذه وبصورة كبيرة مع التشبع.

واذا تم تشغيل الماكنة ولفائف المنتج مقصورة الدائرة، يكون V_q, V_d كلاهما صفراً. وتكون معادلة التيار التي يتم الحصول عليها من عكس المصفوفة هي

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & I^d \\ \mathrm{q} & I^q \\ \mathrm{F} & I^F \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c} \\ \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{array} \begin{array}{|c|c|c|} \mathrm{d} & \mathrm{q} & \mathrm{F} \\ \hline - & - & -X_d X_{Fd} \\ - & - & R_a X_{Fd} \\ - & - & R_a^2+X_d^2 \end{array} \begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & 0 \\ \mathrm{q} & 0 \\ \mathrm{F} & V_F \end{array} \qquad (10\ .\ 48)$$

حيث ان $\Delta=R_F(R_a^2+X_d^2)$

في مصفوفة المسامحة الاخيرة هذه يضرب العمودان الاولان فيها بأصفار مصفوفة الفولتية، وبناء عليه تم حذفهما لبيان عدم الحاجة الى حسابهما. لذا

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & I^d \\ \mathrm{q} & I^q \\ \mathrm{F} & I^F \end{array} = \begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & -X_d X_{Fd} V_F/\{(R_a^2+X_d^2)R_F\} \\ \mathrm{q} & R_a X_{Fd} V_F/\{(R_a^2+X_d^2)R_F\} \\ \mathrm{F} & V_F/R_F \end{array} \qquad \ldots\ldots\ (10\ .\ 49)$$

لذا في الماكنة ثلاثية الطور

$$i^a = (\sqrt{2}/\sqrt{3})\left\{\frac{-X_d\cos\omega t+R_a\sin\omega t}{R_a^2+X_d^2}\right\}\frac{X_{Fd}V_F}{R_F} \qquad \ldots\ldots\ (10\ .\ 50)$$

واذا كانت R_a مهملة مقارنة بـ X_d، بسطت هذه المعادلة الى

$$i^a = -(\sqrt{2}/\sqrt{3})\,(1/X_d)\,(X_{Fd}V_F/R_F)\cos\omega t \qquad \ldots\ldots\ (10\,.\,51)$$

وتكون قيمة ج.م.ت للتيار

$$(1/\sqrt{3})\,(1/X_d)\,(X_{Fd}V_F/R_F) = (1/\sqrt{3})\,(1/X_d)\,(X_{Fd}I^F). \ldots\ldots\ (10\,.\,52)$$

لذا تكون نسبة فولتية الدائرة المفتوحة الى تيار الدائرة المقصورة لتيار المجال I^F نفسه هي X_d*. من هذا يتوضح ان X_d تتغير بصورة كبيرة مع التشبع ايضاً.

وفي الماكنة ثنائية الطور

$$i^\alpha = \left\{\frac{-X_d\cos\omega t + R_a\sin\omega t}{R_a^2 + X_d^2}\right\}\frac{X_{Fd}V_F}{R_F} \qquad \ldots\ldots\ (10\,.\,53)$$

واذا اهملت المقاومة R_a ايضاً، تكون قيمة ج.م.ت التيار I^α هي $(1/\sqrt{2})(1/X_d)(X_{Fd}I_F)$. لذا فهنا تكون النسبة بين فولتية الدائرة المفتوحة وتيار الدائرة القصيرة تساوي X_d مرة اخرى.

10 . 5 الماكنة التزامنية متعددة الاطوار ذات الاقطاب البارزة التي لاتحتوي على لفائف تخميد
The Polyphase Synchronous Machine with Salient Poles and no Damper Windings

من انواع المكائن التزامنية التي لها اهمية كبيرة في النواحي العملية هي المكائن ثلاثية الطور ذات الاقطاب البارزة التي تحتوي على لفائف تخميد، وتكون لفائف التخميد هذه مؤثرة على محور الاقطاب (المحور المباشر) والمحور بين الاقطاب(المحور التعامدي).

حتى ان لم تكن هناك لفيفة تخميد مثبتة للماكنة، تكون هناك دوائر تخميد في ماكنة اعتيادية البنية. وتؤمن هذه الدوائر بوساطة المقرن (او جسم الدوار في الماكنة ذات المجال الدائر) والاقطاب.

وحتى إن كانت الاقطاب مؤلفة من صفائح رقيقة (laminated) تكون هذه الدائرة موجودة حيث ان قسماً منها يكون بسبب عدم عزل الرقائق بصورة مؤثرة والقسم الاخر خلال مسامير البرشام التي تثبت الرقائق بعضها ببعض.

* قارن بالمرجع 3 صفحة 470.

على اية حال فأن ماكنة القطب البارز المثالية بدون اي دائرة تخميد تكون من البساطة بحيث سندرسها اولاً، وسوف نتطرق الى الماكنة ذات دوائر التخميد في الفصل التالي.

ولان لفيفة المنتج تكون على الدوار ومنظومة المجال بارزة وذات لفيفة واحدة فقط، تكون الماكنة ثلاثية الطور المتوازنة من الناحية البنائية تلك الموضحة تخطيطياً في الشكل 23 (الفصل 8). وهنا، سوف يطلق عليها F بدلاً من الرمز المستخدم عموماً وهو D.

يمكن كتابة مصفوفة الممانعة للحالة العابرة بدلالة المحورين الثابتين وفقاً للقواعد المنصوص عليها في الفقرة 5 . 5 (الفصل 5) وبالطبع فهي المصفوفة المعطاة في المعادلة (38 . 5) والتي تم اشتقاق تلك القواعد منها. لذا

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|c|} & \text{d} & \text{q} & \text{F} \\ \hline \text{d} & R_a+L_d p & L_q\dot\theta & L_{Fd}p \\ \hline \text{q} & -L_d\dot\theta & R_a+L_q p & -L_{Fd}\dot\theta \\ \hline \text{F} & L_{Fd}p & & R_F+L_F p \\ \hline \end{array} \qquad \text{...... (10 . 54)}$$

في هذا الفصل سوف ندرس ظروف الحالة المستقرة المتوازنة، وليس هناك مايدعو لشمول محور التتابع الصفري في هذه الدراسة.

على هذا الاساس تكون معادلة الفولتية

$$\begin{array}{c|c|} \text{d} & v_d \\ \text{q} & v_q \\ \text{F} & v_F \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & \text{d} & \text{q} & \text{F} \\ \hline \text{d} & R_a+L_d p & L_q\dot\theta & L_{Fd}p \\ \hline \text{q} & -L_d\dot\theta & R_a+L_q p & -L_{Fd}\dot\theta \\ \hline \text{F} & L_{Fd}p & & R_F+L_F p \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} \text{d} & i^d \\ \text{q} & i^q \\ \text{F} & i^F \end{array} \qquad \text{... (10 . 55)}$$

ان التفسيرات الموضوعة على هذه المعادلة تعتمد على الظرف الخاص الذي هو موضوع البحث.

اما دالة الاثارة فهي الفولتية المستمرة الثابتة V_F المسلطة على لفيفة المجال، لذا فلاداء الحالة المستقرة قد يبدل العامل p في مصفوفة الممانعة العابرة بصفر. بناء عليه فأن i^d, i^q, i^F و v_d, v_q سوف تكون تيارات وفولتيات مستمرة وثابتة (d.c.)، وسوف يعبر عنها بحروف كبيرة. واذا تم ابدال $\dot\theta$ بـ ω في الوقت نفسه وكذلك ابدال ωL_d و ωL_q و ωL_{Fd} بـ X_d و X_q و X_{Fd} على التوالي، اصبحت معادلة الفولتية:

$$\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & V_d \\
q & V_q \\
F & V_F
\end{array}
=
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
d & R_a & X_q & \\
q & -X_d & R_a & -X_{Fd} \\
F & & & R_F
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & I^d \\
q & I^q \\
F & I^F
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ (10\ .\ 56)$$

ويكون محدد مصفوفة الممانعة للحالة المستقرة

$$\Delta = R_F(R_a^2 + X_d X_q)$$

وتكون مصفوفة **Z** هي

$$Z_t = \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
d & R_a & -X_d & \\
q & X_q & R_a & \\
F & & -X_{Fd} & R_F
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ldots\ (10\ .\ 57)$$

لذا يكون معكوس **Z**

$$Z^{-1} = \frac{1}{\Delta}\ \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
d & R_a R_F & -X_q R_F & -X_q X_{Fd} \\
q & R_F X_d & R_a R_F & R_a X_{Fd} \\
F & & & (R_a^2 + X_d X_q)
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ldots\ (10\ .\ 58)$$

يمكننا الان دراسة بعض الحالات الخاصة للاشتغال للحالة المستقرة المتوازنة.

10 . 5 . 1 ظرف الدائرة المفتوحة — Open - Circuit Condition

في الدائرةالمفتوحة تكون تيارات المنتج i^a ، i^b ، i^c صفراً.ويكون I^d و I^q صفراً وتختزل بذلك معادلة الفولتية الى

$$\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & V_d \\
q & V_q \\
F & V_F
\end{array}
=
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
d & R_a & X_q & \\
q & -X_d & R_a & -X_{Fd} \\
F & & & R_F
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & 0 \\
q & 0 \\
F & I_F
\end{array}
\quad .....(10\,.\,59)$$

$$= \begin{array}{c|c|}
d & 0 \\
q & -X_{Fd}I^F \\
F & R_F I^F
\end{array}$$

التي منها ينتج مايلي

$$\begin{aligned}
I^F &= V_F/R_F, \\
V_d &= 0 \\
V_q &= -X_{Fd}V_F/R_F.
\end{aligned}
\quad ....(10\,.\,60)$$

على هذا الاساس فأن فولتيات الدائرة المفتوحة الفعلية للمنتج تعطى كما يلي:

$$\begin{array}{c|c|}
 & \\
a & v_a \\
b & v_b \\
c & v_c
\end{array}
= \sqrt{\tfrac{2}{3}}
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & o \\
a & \cos\theta & \sin\theta & 1/\sqrt{2} \\
b & \cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\
c & \cos(\theta-4\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) & 1/\sqrt{2}
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & V_d \\
q & V_q \\
o & 0
\end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}}
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & o \\
a & \cos\theta & \sin\theta & 1/\sqrt{2} \\
b & \cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1/\sqrt{2} \\
c & \cos(\theta-4\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) & 1/\sqrt{2}
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\
d & 0 \\
q & -X_{Fd}V_F/R_F \\
o & 0
\end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}}
\begin{array}{c|c|}
a & -(X_{Fd}V_F/R_F)\sin\theta \\
b & -(X_{Fd}V_F/R_F)\sin(\theta-2\pi/3) \\
c & -(X_{Fd}V_F/R_F)\sin(\theta-4\pi/3)
\end{array}
\quad ....\ (10\,.\,61)$$

لكن بما ان $\dot{\theta}=\omega$، فأن اخذ تكاملها يعطينا $\theta=(\omega t+\psi)$، حيث ان ψ هي الزاوية بين المحور a والمحور F عند لحظة الصفر المختارة بصورة مستقلة*.

لذا تكون فولتيات الدائرة المفتوحة للمنتج

$$\begin{array}{c|c|} a & v_a \\ b & v_b \\ c & v_c \end{array} = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|c|} a & -(X_{Fd}V_F/R_F)\sin(\omega t+\psi) \\ b & -(X_{Fd}V_F/R_F)\sin(\omega t+\psi-2\pi/3) \\ c & -(X_{Fd}V_F/R_F)\sin(\omega t+\psi-4\pi/3) \end{array} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 62)$$

10 . 5 . 2 ظرف الدائرة القصيرة — Short - Circuit Condition

في حالة الدائرة القصيرة $v_a=0$ و $v_b=0$ و $v_c=0$ لذا فأن الفولتيتين المتحولتين V_d و V_q تكونان صفراً. وبما اننا قد حددنا تواً معكوس مصفوفة الممانعة للحالة المستقرة، فأن التيارات تعطى بوساطة:

$$\begin{array}{c|c|} d & I^d \\ q & I^q \\ F & I^F \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & F \\ d & R_aR_F & -X_qR_F & -X_qX_{Fd} \\ q & R_FX_d & R_aR_F & R_aX_{Fd} \\ F & & & (R_a^2+X_dX_q) \end{array} \begin{array}{c|c|} d & V_d \\ q & V_q \\ F & V_F \end{array}$$

$$= \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & F \\ d & - & - & -X_qX_{Fd} \\ q & - & - & R_aX_{Fd} \\ F & - & - & (R_a^2+X_dX_q) \end{array} \begin{array}{c|c|} d & 0 \\ q & 0 \\ F & V_F \end{array} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 63)$$

في مصفوفة المسامحة الاخيرة هذه يضرب العمودان الاولان لها بأصفار مصفوفة الفولتية، وقد تم حذفهما لكي نبين اننا لو لم نحسبها سابقاً، لما حسبناها حالياً.

---

* بما ان ψ هنا هي $(\theta - \omega t)$ فهي مخالفة بالاشارة الى ψ المذكورة في المعادلة (10 . 45). ان الاختيار قد يتم كيفياً.

على هذا الاساس تكون التيارات

$$\begin{array}{c}d\\q\\F\end{array}\begin{vmatrix}I^{d}\\I^{q}\\I^{F}\end{vmatrix}=\frac{1}{\Delta}\begin{array}{c}d\\q\\F\end{array}\begin{vmatrix}-X_{q}X_{Fd}V_{F}\\R_{a}X_{Fd}V_{F}\\(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})V_{F}\end{vmatrix}=\begin{array}{c}d\\q\\F\end{array}\begin{vmatrix}-X_{q}X_{Fd}V_{F}/R_{F}(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})\\R_{a}X_{Fd}V_{F}/R_{F}(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})\\V_{F}/R_{F}\end{vmatrix}\quad\ldots\ldots(10.64)$$

لذا فأن تيارات الطور للملف المنتج تعطى بوساطة

$$\begin{array}{c}a\\b\\c\end{array}\begin{vmatrix}i^{a}\\i^{b}\\i^{c}\end{vmatrix}=\sqrt{\tfrac{2}{3}}\begin{array}{c}\\a\\b\\c\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}d & q & o\end{array}\\\begin{vmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 1/\sqrt{2}\\\cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1/\sqrt{2}\\\cos(\theta-4\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) & 1/\sqrt{2}\end{vmatrix}\end{array}\begin{array}{c}\\a\\b\\c\end{array}\begin{array}{c}\\\begin{vmatrix}I^{d}\\I^{q}\\I^{o}\end{vmatrix}\end{array}$$

$$=\sqrt{\tfrac{2}{3}}\begin{array}{c}\\a\\b\\c\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccc}d & q & o\end{array}\\\begin{vmatrix}\cos\theta & \sin\theta & 1/\sqrt{2}\\\cos(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-2\pi/3) & 1/\sqrt{2}\\\cos(\theta-4\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) & 1/\sqrt{2}\end{vmatrix}\end{array}\begin{array}{c}\\d\\q\\o\end{array}\begin{array}{c}\\\begin{vmatrix}-X_{q}X_{Fd}V_{F}/R_{F}(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})\\R_{a}X_{Fd}V_{F}/R_{F}(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})\\0\end{vmatrix}\end{array}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{X_{Fd}V_{F}}{R_{F}(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})}\begin{array}{c}a\\b\\c\end{array}\begin{vmatrix}-X_{q}\cos\theta+R_{a}\sin\theta\\-X_{q}\cos(\theta-2\pi/3)+R_{a}\sin(\theta-2\pi/3)\\-X_{q}\cos(\theta-4\pi/3)+R_{a}\sin(\theta-4\pi/3)\end{vmatrix}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{X_{Fd}V_{F}\sqrt{(R_{a}^{2}+X_{q}^{2})}}{R_{F}(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})}\begin{array}{c}a\\b\\c\end{array}\begin{vmatrix}\sin(\theta-\gamma)\\\sin(\theta-\gamma-2\pi/3)\\\sin(\theta-\gamma-4\pi/3)\end{vmatrix}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{X_{Fd}V_{F}\sqrt{(R_{a}^{2}+X_{q}^{2})}}{R_{F}(R_{a}^{2}+X_{d}X_{q})}\begin{array}{c}a\\b\\c\end{array}\begin{vmatrix}\sin(\omega t+\psi-\gamma)\\\sin(\omega t+\psi-\gamma-2\pi/3)\\\sin(\omega t+\psi-\gamma-4\pi/3)\end{vmatrix}\quad\ldots\ldots(10.65)$$

حيث ان $\sin\gamma = X_q/\sqrt{(R_a^2+X_q^2)}$ و $\cos\gamma = R_a/\sqrt{(R_a^2+X_q^2)}$ ، اما ψ فهي الزاوية التي يصنعها المحور a مع المحور F عند لحظة الصفر للزمن.

واذا كانت قيمة R_a صغيرة بحيث ان تربيعها يكون مهملاً مقارنة مع X_q^2 و X_dX_q التي عادة ماتكون كذلك، فأن المقدار الذروي (الاقصى) لتيارات الطور للمنتج يكون $\sqrt{(2/3)}X_{Fd}V_F/(X_dR_F)$. اما المقدار الذروي $\hat{E}$ لفولتية الطور للدائرة المفتوحة، ولفولتية لفيفة المجال نفسها فيكون $\sqrt{(2/3)}X_{Fd}V_F/R_F$. لذا فأن ج.م.ت تيار الدائرة القصيرة هو E/X_d حيث يتم عدّه تياراً متولداً، اي معكوس الاشارة، ويتأخر هذا التيار خلف E بالزاوية γ التي تكون قيمتها π/2 عندما تهمل R_a كلية.

تعرف المفاعلتين X_d و X_q لدائرتي d و q للمنتج بوصفهما "المفاعلة التزامنية للمحور المباشر"و "المفاعلة التزامنية للمحور التعامدي" على التعاقب.

3 . 5 . 10 الماكنة التزامنية بصفة مولد يغذي حملاً متوازناً.

On Balanced Load as a Generator

افترض ان الحمل يتمثل بممانعة Z_L تتألف من مقاومة R_L ومحاثة L_L مربوطتين على التوالي مع كل لفيفة طور. وان عملية الترابط البيني هذه يجب ان تتم بدلالة محاور اللفائف الفعلية. افترض ان مصفوفة الممانعة للماكنة المعطاة في المعادلة (8 . 8) معبر عنها بصفة

	am	bm	cm	Fm
am	Z_{aa}	Z_{ab}	Z_{ac}	Z_{aF}
bm	Z_{ba}	Z_{bb}	Z_{bc}	Z_{bF}
cm	Z_{ca}	Z_{cb}	Z_{cc}	Z_{cF}
Fm	Z_{Fa}	Z_{Fb}	Z_{Fc}	Z_{FF}

وان مصفوفة ممانعة الحمل قد تكتب

	aL	bL	cL
aL	Z_L		
bL		Z_L	
cL			Z_L

على هذا الاساس فأن مصفوفة الممانعة الموحدة قبل الربط تكون

	am	bm	cm	Fm	aL	bL	cL
am	Z_{aa}	Z_{ab}	Z_{ac}	Z_{aF}			
bm	Z_{ba}	Z_{bb}	Z_{bc}	Z_{bF}			
cm	Z_{ca}	Z_{cb}	Z_{cc}	Z_{cF}			
Fm	Z_{Fa}	Z_{Fb}	Z_{Fc}	Z_{FF}			
aL					Z_L		
bL						Z_L	
cL							Z_L

$\mathbf{Z} =$ (the matrix above) (10 . 66)

بما ان اللفائف am، وbm و cm تكون مربوطة الى الاحمال aL، وbL و cL على التعاقب ولها تيارات هذه الاحمال نفسها، تكون مصفوفة الربط:

	a	b	c	F
am	1			
bm		1		
cm			1	
Fm				1
aL	1			
bL		1		
cL			1	

$\mathbf{C}_1 =$ (the matrix above) .... (10 . 67)

ويؤدي التحويل $\mathbf{C}_{1t}\mathbf{Z}\mathbf{C}_1$ الى

	a	b	c	F
a	$Z_{aa}+Z_L$	Z_{ab}	Z_{ac}	Z_{aF}
b	Z_{ba}	$Z_{bb}+Z_L$	Z_{bc}	Z_{bF}
c	Z_{ca}	Z_{cb}	$Z_{cc}+Z_L$	Z_{cF}
F	Z_{Fa}	Z_{Fb}	Z_{Fc}	Z_{FF}

$\mathbf{Z}' =$ (the matrix above) .... (10 . 68)

$= \mathbf{Z}_m + \mathbf{Z}_L$

حيث ان $\mathbf{Z}_m$ هي مصفوفة الممانعة للماكنة. كذلك فأن

$\mathbf{Z}_L =$

	a	b	c	F
a	Z_L			
b		Z_L		
c			Z_L	
F				

$=$ .... (10 . 69)

	a	b	c	F
a	R_L+L_Lp			
b		R_L+L_Lp		
c			R_L+L_Lp	
F				

الان اذا تم تحويل المحاور a و b و c الى المحاور d وq وo بوساطة

$\mathbf{C}_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}$

	d	q	o	F
a	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$1/\sqrt{2}$	
b	$\cos(\theta-2\pi/3)$	$\sin(\theta-2\pi/3)$	$1/\sqrt{2}$	
c	$\cos(\theta-4\pi/3)$	$\sin(\theta-4\pi/3)$	$1/\sqrt{2}$	
F				$\sqrt{\frac{3}{2}}$

$$\mathbf{Z}'' = \mathbf{C}_{2t}\mathbf{Z}'\mathbf{C}_2 = \mathbf{C}_{2t}\mathbf{Z}_m\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_{2t}\mathbf{Z}_L\mathbf{C}_2 \quad \text{........ (10 . 70)}$$

حيث تكون $\mathbf{C}_{2t}\mathbf{Z}_m\mathbf{C}_2$ الان هي مصفوفة الممانعة للماكنة في المحاور d وq وF مع اضافة سطر واحد وعمود واحد يمثلان التتابع الصفري، اي ان

	d	q	o	F
d	R_a+L_dp	$L_q\dot{\theta}$		$M_{Fd}p$
q	$-L_d\dot{\theta}$	R_a+L_qp		$-M_{Fd}\dot{\theta}$
o			R_a+L_op	
F	$M_{Fd}p$			R_F+L_Fp

ويستوجب حساب $C_{2t}Z_LC_2$ بوساطة تهيئة حاصل الضرب Z_LC_2 اولاً، وانجاز التفاضلات بالصيغة نفسها التي انجزت للمعادلة (37 . 5)، الفصل الخامس. واخيرا بالضرب السابق بـ C_{2t}. تكون بذلك

	d	q	o	F
d	R_L+L_Lp	$L_L\dot{\theta}$		
q	$-L_L\dot{\theta}$	R_L+L_Lp		
o				
F				

لذا فأن المصفوفة التي تمثل ماكنة وحملاً مربوطاً بدلالة المحاور d q o ، F هي

$\mathbf{Z}'' =$

	d	q	o	F
d	$(R_a+R_L)+(L_d+L_L)p$	$(L_q+L_L)\dot{\theta}$		$M_{Fd}p$
q	$-(L_d+L_L)\dot{\theta}$	$(R_a+R_L)+(L_q+L_L)p$		$-M_{Fd}\dot{\theta}$
o			R_a+L_op	
F	$M_{Fd}p$			R_F+L_Fp

(10 . 71)

واذا كانت فولتية المجال v_F ثابتة (d.c.) ويرمز لها بالرمز V_F، فأن مصفوفة الممانعة للحالة المستقرة يمكن الحصول عليها بأبدال العامل p بصفر، واذا كتبنا في الوقت نفسه ω بدلاً من $\dot{\theta}$ و X بدلاً من ωL وكذلك ωM، وبحذف سطر التتابع الصفري ايضاً لكون المنظومة متوازنة حيث لاتكون هناك تيارات للتتابع الصفري،

$\mathbf{Z}'' =$ .... (10 . 72)

	d	q	F
d	R_a+R_L	X_q+X_L	
q	$-X_d-X_L$	R_a+R_L	$-X_{Fd}$
F			R_F

مما تجدر الاشارة اليه هو ان فولتيات الدوائر a و b و c، التي تكون مغلقة، تساوي صفراً. وان لم

يكن هذا واضحا، يجب ان نتذكر ان فولتيات الطرف للفائف الماكنة تساوي في المقدار وتعاكس في الاتجاه فولتيات الاحمال المربوطة اليها عندما يتم جمعها حول الشبيكة (mesh). او بتوضيح اكثر، يجب ان تتم عملية تحويل الفولتيات بتسلسل ترتيبها الصحيح. نتيجة لذلك سيكون v_d و v_q كلاهما صفراً بالطبع. لذلك فأن صيغة معادلة الفولتية ستكون كما هي في حالة الدائرة القصيرة التي تم التطرق اليها مسبقاً عدا

ابدال R_a بـ (R_a+R_L)
ابدال X_d بـ (X_d+X_L)
ابدال X_q بـ (X_q+X_L)

على هذا الاساس يمكن كتابة التيارات بدون ارباك بصفة:

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & I^d \\ \mathrm{q} & I^q \\ \mathrm{F} & I^F \end{array} = \begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & -(X_q+X_L)X_{Fd}V_F/R_F\{(R_a+R_L)^2+(X_d+X_L)(X_q+X_L)\} \\ \mathrm{q} & (R_a+R_L)X_{Fd}V_F/R_F\{(R_a+R_L)^2+(X_d+X_L)(X_d+X_L)\} \\ \mathrm{F} & V_F/R_F \end{array} \quad \ldots\ldots(10\ .\ 73)$$

عليه فأن

$$i^a = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{\cos\theta I^d+\sin\theta I^q+(1/\sqrt{2})I^o\}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{-(X_q+X_L)\cos\theta+(R_a+R_L)\sin\theta}{(R_a+R_L)^2+(X_d+X_L)(X_q+X_L)}\,\frac{X_{Fd}V_F}{R_F}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{\sqrt{\{(R_a+R_L)^2+(X_q+X_L)^2\}}}{(R_a+R_L)^2+(X_d+X_L)(X_q+X_L)}\,\frac{X_{Fd}V_F}{R_F}\sin(\theta-\chi) \quad (10\ .\ 74)$$

حيث أن

$$\tan\chi = (X_q+X_L)/(R_a+R_L).$$

مما يجب ملاحظته ثانية ان $\sqrt{(2/3)}X_{Fd}V_F/R_F$ هي الـ ق.د.ك التي سوف تتولد في حالة الدائرة المفتوحة بوساطة الاثارة نفسها اذا لم يكن هناك اي تغيير في حالة التشبع. وفي الوقت الذي تعطي فيه هذه المعادلة العلاقة بين تيار الحمل وتيار المجال، فأن الذي يحدث عملياً هو ان الاثارة اللازمة لحمل معين قد تكون اكبر من الاثارة التي تعطيها هذه المعادلة وبكمية تعتمد على درجة التشبع على محور المجال F. لذا فأن الفولتية المناسبة ليست الـ ق.د.ك الحقيقية نفسها، بل مركبتها التي تكون في الطور نفسه مع فولتية الدائرة المفتوحة.

اما فولتية الطور a في حالة الدائرة المفتوحة فقد اعطيت في البند 1 . 5 . 10 على انها $(-\sqrt{2/3}$ $(X_{Fd}V_F/R_F)\sin\theta)$. لذا فأن تيار الطور a، والذي عد بوصفه تياراً متولداً (اي معكوس الاشارة)

يتأخر خلف الـ ق.د.ك للدائرة المفتوحة بزاوية مقدارها χ. وتكون الـ ق.د.ك الحقيقية هي $[\{(R_a+R_L)+j(x_a+X_L)\}I^a]$ وبذلك فأنها تتقدم على التيار (المتولد) بزاوية مقدارها ζ بحيث ان $[\zeta=(x_a+X_L)/(R_a+R_L)]$. لذا تتأخر الـ ق.د.ك. الحقيقية خلف الـ ق.د.ك في حالة الدائرة المفتوحة بزاوية مقدارها (ζ - χ) التي يكون جيب تمامها

$$\cos\chi\cos\zeta+\sin\chi\sin\zeta = \frac{(X_q+X_L)\,(x_a+X_L)+(R_a+R_L)\,(R_a+R_L)}{\sqrt{\{(R_a+R_L)^2+(X_q+X_L)^2\}}\,\sqrt{\{(R_a+R_L)^2+(x_a+X_L)^2\}}}$$

بموجب ذلك يكون مقدار مركبة الـ ق.د.ك الحقيقية التي هي في الطور نفسه مع الـ ق.د.ك في حالة الدائرة المفتوحة

$$I^a\sqrt{\{(R_a+R_L)^2+(x_a+X_L)^2\}} \times\frac{(R_a+R_L)^2+(x_a+X_L)\,(X_q+X_L)}{\sqrt{\{(R_a+R_L)^2+(X_q+X_L)^2\}}\,\sqrt{\{(R_a+R_L)^2+(x_a+X_L)^2\}}} = \frac{(R_a+R_L)^2+(x_a+X_L)\,(X_q+X_L)}{\sqrt{(R_a+R_L)^2+(X_q+X_L)^2\}}}\,I^a \qquad \text{........ (10 . 75)}$$

اما مركبة تيار المجال اللازمة للتشبع فيمكن ايجادها من الرسم الذي يعطي العلاقة بين فولتية الدائرة المفتوحة (او علاقة X_{Fd}) مع تيار المجال وذلك بأستخدام مركبة الـ ق.د.ك الحقيقية هذه بالاسلوب نفسه الذي استخدم للماكنة ذات الفجوة الهوائية المتجانسة المعطى في البند 2 . 4 . 10.

10 . 5 . 4 مخطط المطاورات (المخطط الطوري) Phasor diagram

يجب التذكير بأن المعادلات الخاصة بـ V_d و V_q هي معادلات جبرية وليست معادلات طورية. وان V_d و V_q و V_F و I^d و I^q و I^F و v_a و v_b و v_c و i^a و i^b و i^c جميعها تمثل قيماً لحظية، تكون الست الاخيرة منها فقط غير ثابتة (اي انها ليست مستمرة) تحت ظروف الحالة المستقرة. لذلك فليس هناك سؤال حول العلاقات الطورية في معادلات معبر عنها بدلالة محاور المرجع (الاسناد) d و q و F. على اية حال فأن العلاقات الطورية تظهر في معادلات التيارات i^a و i^b و i^c ومعادلات الفولتيات v_a و v_b و v_c من خلال ادخال الحدود $\cos\theta$ و $\sin\theta$ بوساطة مصفوفة التحويل، ذلك لان θ دالة للزمن بصيغة $(\omega t+\psi)$.

مرة اخرى، لما كان I^d و I^q المستمران (.d.c) غير متماثلين مع التيارين I_d و I_q في النظرية السائدة (المصطلح عليها)، واللذان هما مركبتا التيار المتناوب .a.c لتيار المنتج I. من ناحية اخرى، فأن هذه

المركبات تكون ذات علاقة بعضها مع بعض. ومن الضروري ايجاد هذه العلاقات.
بفرض ان تيارات المنتج المتوازنة معرفة بصفة

$$\begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}\begin{bmatrix} i^a \\ i^b \\ i^c \end{bmatrix} = \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}\begin{bmatrix} \hat{I}\sin\omega t \\ \hat{I}\sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \hat{I}\sin(\omega t - 4\pi/3) \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 76)$$

ولدينا

$$\begin{matrix} d \\ q \\ o \end{matrix}\begin{bmatrix} I^d \\ I^q \\ I^o \end{bmatrix} = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\ \begin{matrix} \\ d \\ q \\ o \end{matrix}\begin{matrix} \begin{matrix} a & \qquad b & \qquad c \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta-2\pi/3) & \cos(\theta-4\pi/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix}\begin{bmatrix} \hat{I}\sin\omega t \\ \hat{I}\sin(\omega t-2\pi/3) \\ \hat{I}\sin(\omega t-4\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\hat{I}\ \begin{matrix} d \\ \\ q \\ \\ o \\ \\ \end{matrix}\begin{bmatrix} \sin\omega t\cos\theta + \sin(\omega t-2\pi/3)\cos(\theta-2\pi/3) \\ +\sin(\omega t-4\pi/3)\cos(\theta-4\pi/3) \\ \sin\omega t\sin\theta + \sin(\omega t-2\pi/3)\sin(\theta-2\pi/3) \\ +\sin(\omega t-4\pi/3)\sin(\theta-4\pi/3) \\ (1/\sqrt{2})\{\sin\omega t + \sin(\omega t-2\pi/3) \\ +\sin(\omega t-4\pi/3)\} \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\hat{I}\ \begin{matrix} d \\ q \\ o \end{matrix}\begin{bmatrix} \tfrac{3}{2}\sin(\omega t-\theta) \\ \tfrac{3}{2}\cos(\omega t-\theta) \\ 0 \end{bmatrix} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{I}\ \begin{matrix} d \\ q \\ o \end{matrix}\begin{bmatrix} -\sin\psi \\ \cos\psi \\ 0 \end{bmatrix}^{*} \quad \ldots\ldots\ (10\ .\ 77)$$

---

*ان تيار المنتج والزاوية ψ قد تم تعريفهما هنا بأسلوب بحيث ان الزاوية ψتكون مساوية للزاوية بين EوI وذلك لكي تتوافق مع الرمز الاعتيادي المستخدم في النظرية التقليدية لهذه الزاوية.

وفي النظرية السائدة (المصطلح عليها) تكون كل من مركبة التيار للمحور المباشر I_d ومركبة التيار للمحور التعامدي I_q تياراً متناوباً يعرفان كما يلي:

$$I_d = I\sin\psi$$

ويتأخر عن I بزاوية مقدارها $(\pi/2 - \psi)$

$$I_q = I\cos\psi$$

يتقدم على I بزاوية مقدارها ψ .

بينما يكون I^d و I^q تيارين مستمرين مساويين لـ $\sqrt{3/2}\hat{I}\sin\psi$ - و $\sqrt{3/2}\hat{I}\cos\psi$ على التعاقب.

اذا كان I هو تيار الطور a وله قيمة لحظية $\hat{I}\sin\omega t$، وكانت i_d و i_q قيمتان لحظيتان للتيارين I_d و I_q على التعاقب فأن

$$\begin{aligned} i_d &= \hat{I}\sin\psi\sin\{\omega t - (\pi/2 - \psi)\} = -\hat{I}\sin\psi\cos(\omega t + \psi) \\ &= -\hat{I}\sin\psi\cos\theta \\ i_q &= \hat{I}\cos\psi\sin(\omega t + \psi) = \hat{I}\cos\psi\sin\theta \end{aligned}$$

الان $v_a = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{\cos\theta\, V_d + \sin\theta\, V_q\}$ وبأستخدام قيم V_d و V_q المعطاة بمعادلة الفولتية (10 . 56) ينتج

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\cos\theta\{R_a I^d + X_q I^q\} + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\sin\theta\{-X_d I^d + R_a I^q - X_{Fd} I^F\} \\ &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{R_a I^d\cos\theta + X_q I^q\cos\theta - X_d I^d\sin\theta + R_a I^q\sin\theta \\ &\quad - X_{Fd} I^F\sin\theta\} \\ &= -R_a\hat{I}\sin\psi\cos\theta + X_q\hat{I}\cos\psi\cos\theta + X_d\hat{I}\sin\psi\sin\theta \\ &\quad + R_a\hat{I}\cos\psi\sin\theta - \sqrt{\tfrac{2}{3}} X_{Fd} I^F\sin\theta \\ &= R_a\{-\hat{I}\sin\psi\cos\theta\} + X_q\{\hat{I}\cos\psi\sin(\theta + \pi/2)\} \\ &\quad + X_d\{-\hat{I}\sin\psi\cos(\theta + \pi/2)\} + R_a\{\hat{I}\cos\psi\sin\theta\} \\ &\quad - \sqrt{\tfrac{2}{3}} X_{Fd} I^F\sin\theta \end{aligned} \qquad (10 . 78)$$

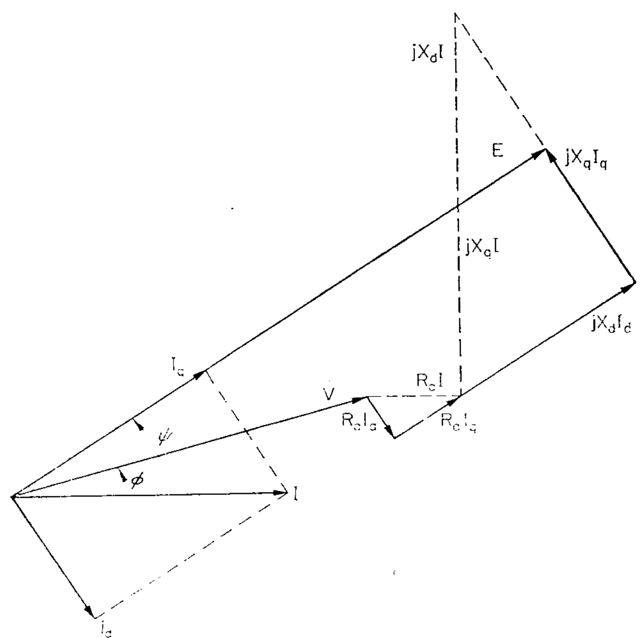
وفي الصيغة المركبة تكون هذه المعادلة كما يلي

$$V = R_a I_d + jX_q I_q + jX_d I_d + R_a I_q + E \qquad \ldots\ldots\ldots (10 . 79)$$

حيث ان E هي ق.د.ك قيمتها اللحظية تساوي $\sqrt{2/3}X_{Fd}I^{F}\sin\theta$ - في حالة الدائرة المفتوحة. وهذه بالطبع هي معادلة "محرك"، ويتم الحصول على معادلة "المولد" بكتابة I - بدلاً من I في المعادلة اعلاه كما في ادناه

$$E = V + R_a I_d + R_a I_q + jX_d I_d + jX_q I_q \qquad \text{........ (10 . 80)}$$

وهذه المعادلة تؤدي الى رسم المخطط الطوري المعروف والمبين في الشكل 42*.



الشكل 42. المخطط الطوري لماكنة تزامنية ذات قطب بارز.

10 . 5 . 5 العزم Torque

ان معاملات $\dot{\theta}$ في مصفوفة الممانعة المعطاة في الفقرة 5 . 10 بدلالة المحاور المرجع الثابتة تعرّف مصفوفة العزم كالاتي

★ قارن بالمرجع 3 الصفحة 483.

$$
G = \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\ \hline
d & & L_q & \\ \hline
q & -L_d & & -L_{Fd} \\ \hline
F & & & \\ \hline
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ldots (10\ .\ 81)
$$

وبدلالة المفاعلات يكون العزم لقطبين

$$
T = \frac{1}{\omega}
\begin{array}{|c|c|c|}
\multicolumn{1}{c}{d} & \multicolumn{1}{c}{q} & \multicolumn{1}{c}{F} \\ \hline
i^d & i^q & i^F \\ \hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\ \hline
d & & X_q & \\ \hline
q & -X_d & & -X_{Fd} \\ \hline
F & & & \\ \hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|}
\hline
d & i^d \\ \hline
q & i^q \\ \hline
F & i^F \\ \hline
\end{array}
$$

$$
= -\frac{1}{\omega}\{i^d i^q (X_d - X_q) + i^q i^F X_{Fd}\} \qquad \ldots\ldots\ldots (10\ .\ 82)
$$

واذا تم تعيين فولتية الطرف للمنتج والاثارة، يكون من الممكن آنئذ ايجاد تعبير رياضي للعزم بدلالة $\psi = (\theta - \omega t)$. فأذا تم تعريف فولتيات الطرف بصفة*

$$
\begin{array}{c|c|}
\hline
a & v_a \\ \hline
b & v_b \\ \hline
c & v_c \\ \hline
\end{array}
=
\begin{array}{c|c|}
\hline
a & -\hat{V}\sin\omega t \\ \hline
b & -\hat{V}\sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \hline
c & -\hat{V}\sin(\omega t - 4\pi/3) \\ \hline
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ldots (10\ .\ 83)
$$

فعليه

$$
\begin{array}{c|c|}
\hline
d & v_d \\ \hline
q & v_q \\ \hline
o & v_o \\ \hline
F & v_F \\ \hline
\end{array}
= \sqrt{\tfrac{2}{3}}
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & a & b & c & F \\ \hline
d & \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) & \\ \hline
q & \sin\theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) & \\ \hline
o & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & \\ \hline
F & & & & \sqrt{\tfrac{3}{2}} \\ \hline
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
\hline
a & -\hat{V}\sin\omega t \\ \hline
b & -\hat{V}\sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \hline
c & -\hat{V}\sin(\omega t - 4\pi/3) \\ \hline
F & V_F \\ \hline
\end{array}
$$

★ ان هذه الفولتيات الخاصة اختيرت لكونها في الطور نفسه مع فولتيات الدائرة المفتوحة (المعطاة في البند 1 . 5 . 10) اذا كانت الزاوية ψ صفراً. واهمية ذلك سوف يتم التطرق اليها لاحقاً.

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\;\begin{array}{c|c|}
d & -\hat{V}\{\cos\theta\sin\omega t+\cos(\theta-2\pi/3)\sin(\omega t-2\pi/3)+\cos(\theta-4\pi/3)\sin(\omega t-4\pi/3)\} \\
q & -\hat{V}\{\sin\theta\sin\omega t+\sin(\theta-2\pi/3)\sin(\omega t-2\pi/3)+\sin(\theta-4\pi/3)\sin(\omega t-4\pi/3)\} \\
o & -(1/\sqrt{2})\,\hat{V}\{\sin\omega t+\sin(\omega t-2\pi/3)+\sin(\omega t-4\pi/3)\} \\
F & \sqrt{\tfrac{3}{2}}V_F
\end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\;\begin{array}{c|c|}
d & -\hat{V}\tfrac{3}{2}\sin(\omega t-\theta) \\
q & -\hat{V}\tfrac{3}{2}\cos(\omega t-\theta) \\
o & \\
F & \sqrt{\tfrac{3}{2}}V_F
\end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|}
d & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi \\
q & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\cos\psi \\
o & \\
F & V_F
\end{array} \qquad \ldots\ldots\ (10\,.\,84)$$

على هذا الاساس فأن التيارات تعطى كما يلي

$$\begin{array}{c|c|}
d & I^d \\
q & I^q \\
F & I^F
\end{array}$$

$$= \frac{1}{R_F(R_a^2+X_dX_q)}\;\begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
d & R_aR_F & -X_qR_F & -X_qX_{Fd} \\
q & R_FX_d & R_aR_F & R_aX_{Fd} \\
F & & & (R_a^2+X_dX_q)
\end{array}\;\begin{array}{c|c|}
d & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi \\
q & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\cos\psi \\
F & V_F
\end{array}$$

$$= \frac{1}{R_F(R_a^2+X_dX_q)}\;\begin{array}{c|c|}
d & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,\hat{V}R_F(R_a\sin\psi+X_q\cos\psi)-V_FX_qX_{Fd} \\
q & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,\hat{V}R_F(X_d\sin\psi-R_a\cos\psi)+V_FR_aX_{Fd} \\
F & V_F(R_a^2+X_dX_q)
\end{array} \qquad (10\,.\,85)$$

يمكن تعويض هذا التعبير في التعبير الخاص بالعزم، على اية حال فأن الافتراض السائد هنا هو ان R_a تكون صغيرة مقارنة بـ X_d و X_q وهذا ماسيتم العمل به للسهولة. في هذه الحالة تكون التيارات

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & I^{\mathrm{d}} \\ \mathrm{q} & I^{\mathrm{q}} \\ \mathrm{F} & I^{\mathrm{F}} \end{array} = \begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & \sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\cos\psi/X_{\mathrm{d}}-(X_{\mathrm{Fd}}V_{\mathrm{F}}/R_{\mathrm{F}})/X_{\mathrm{d}} \\ \mathrm{q} & \sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi/X_{\mathrm{q}} \\ \mathrm{F} & V_{\mathrm{F}}/R_{\mathrm{F}} \end{array} \quad \ldots (10\ .\ 86)$$

اذا تم تعويض هذه القيم في التعبير الخاص بالعزم، فأننا نحصل على عزم القطبين بصفة

$$\begin{aligned} T &= -\frac{1}{\omega}\left[I^{\mathrm{d}}I^{\mathrm{q}}(X_{\mathrm{d}}-X_{\mathrm{q}})+I^{\mathrm{q}}I^{\mathrm{F}}X_{\mathrm{Fd}}\right] \\ &= -\frac{1}{\omega}\left[(X_{\mathrm{d}}-X_{\mathrm{q}})\left\{\frac{3}{2}\hat{V}^2\sin\psi\cos\psi/X_{\mathrm{d}}X_{\mathrm{q}}\right.\right. \\ &\qquad \left.-\sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi(X_{\mathrm{Fd}}V_{\mathrm{F}}/R_{\mathrm{F}})/X_{\mathrm{d}}X_{\mathrm{q}}\right\} \\ &\qquad \left.+X_{\mathrm{Fd}}\sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi(V_{\mathrm{F}}/R_{\mathrm{F}})/X_{\mathrm{q}}\right] \\ &= -\frac{1}{\omega}\left[(X_{\mathrm{d}}-X_{\mathrm{q}})\left\{\frac{3}{2}\hat{V}^2\sin\psi\cos\psi/X_{\mathrm{d}}X_{\mathrm{q}}\right\}\right. \\ &\qquad \left.+\sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi(X_{\mathrm{Fd}}V_{\mathrm{F}}/R_{\mathrm{F}})/X_{\mathrm{d}}\right] \\ &= -\frac{1}{\omega}\,\frac{3}{2}\left[\hat{V}\left\{\sqrt{\frac{2}{3}}X_{\mathrm{Fd}}V_{\mathrm{F}}/R_{\mathrm{F}}\right\}\sin\psi/X_{\mathrm{d}}+\hat{V}^2\frac{X_{\mathrm{d}}-X_{\mathrm{q}}}{2X_{\mathrm{d}}X_{\mathrm{q}}}\sin 2\psi\right] \\ &= -\frac{1}{\omega}\,\frac{3}{2}\left[\frac{\hat{V}\hat{E}}{X_{\mathrm{d}}}\sin\psi+\frac{\hat{V}^2}{2}\left(\frac{1}{X_{\mathrm{q}}}-\frac{1}{X_{\mathrm{d}}}\right)\sin 2\psi\right] \\ &= -\frac{3}{\omega}\left[\frac{VE}{X_{\mathrm{d}}}\sin\psi+\frac{V^2}{2}\left(\frac{1}{X_{\mathrm{q}}}-\frac{1}{X_{\mathrm{d}}}\right)\sin 2\psi\right]^{\dagger} \qquad \ldots\ldots\ldots (10\ .\ 87) \end{aligned}$$

حيث ان V و E هما قيم ج.م.ت اما E فتساوي $(1/\sqrt{3})X_{Fd}V_F/R_F$ وهي الـ ق.د.ك التي تنتجها الاثارة في حالة الدائرة المفتوحة ان لم يكن هناك اي تغيير في التشبع.

لقد تم تعريف فولتية الطرف للمنتج في المعادلة (83 . 10) بحيث انها تتأخر خلف الـ ق.د.ك للدائرة المفتوحة المعطاة في المعادلة (62 . 10)، بزاوية مقدارها $\psi=\theta-\omega t$. تبعاً لذلك، عندما

تكون $\psi=0$ فأن فولتية الطرف والـ ق.د.ك تكونان في الطور نفسه بعضهما مع بعض. واذا اهملت المقاومة، فأن اي تيار يختلف بالطور عن الفولتيات بزاوية $\pi/2$، وتكون القدرة وكذلك العزم في هذه الحالة صفراً. لذا فالزاوية ψ تكون بين الـ ق.د.ك وفولتية الطرف وكذلك تكون الزاوية التي يزاح بها المنتج عن الموقع الذي قد يشغله في اية لحظة معينة من الزمن عندما تكون الماكنة غير محملة. لقد تم وصف الظروف بصورة متعمدة لكي تمثل الزاوية ψ هنا زاوية الحمل او زاوية العزم، التي يرمز لها عادة بالرمز δ. لذا فأن التعبير الرياضي للعزم في اعلاه يكون مماثلاً تماماً للتعبير نفسه في النظرية التقليدية عدا ان الزاوية ψ تظهر بدلاً من الزاوية δ وكذلك وجود الرقم 3 الذي يقع بسبب كون هذا التعبير يمثل العزم الكلي وليس العزم للطور الواحد وايضاً تكون اشارته سالبة. ان العزم يكون سالباً عندما تكون ψ موجبة لانه اذا كانت θ اكبر من ωt فأن هذه الحالة هي حالة توليد اصلاً، مع ان الماكنة هنا قد تم تحليلها على اساس كونها محركاً. ولظرف التحريك motoring يجب ان تكون ψ سالبة اذا تم تعريفها بصفة $\theta-\omega t$ كما وردت هنا.

ان لم تكن الماكنة بارزة القطب، وتكون $X_q=X_d$، وبذلك يضمحل الحد الثاني من معادلة العزم مبقياً

$$T= - 3/\omega \ VE/X_d \ \sin\psi \qquad \text{.......... (10 . 88)}$$

على اية حال، لاتكون النتيجة في هذه الحالة مفرطة التعقيد اذا لم يتم اهمال مقاومة المنتج.

من الممكن الحصول على التيارات لماكنة ذات فجوة هوائية غير متجانسة من المعادلة (41 . 10)، ولكن يمكن ايجادها الان بوساطة تعويض $X_q=X_d$ في التعبير المشار اليه في المعادلة (85 . 10). لذا فأن

$$\begin{array}{c|c|}\mathrm{d} & I^{\mathrm{d}} \\ \mathrm{q} & I^{\mathrm{q}} \\ \mathrm{F} & I^{\mathrm{F}}\end{array} = \frac{1}{R_F(R_a^2+X_d^2)} \begin{array}{c|c|}\mathrm{d} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,\hat{V}R_F(R_a\sin\psi+X_d\cos\psi)-V_FX_dX_{Fd} \\ \mathrm{q} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,\hat{V}R_F(X_d\sin\psi-R_a\cos\psi)+V_FR_aX_{Fd} \\ \mathrm{F} & V_F(R_a^2+X_d^2)\end{array} \text{.....(10 . 89)}$$

واذا ابدلت $(R_a^2+X_d^2)$ بـ Z_d^2، وكذلك R_a/Z_d بـ $\sin\gamma$ و X_d/Z_d بـ $\cos\gamma$، ينتج

$$\begin{array}{c|c|}\mathrm{d} & I^{\mathrm{d}} \\ \mathrm{q} & I^{\mathrm{q}} \\ \mathrm{F} & I^{\mathrm{F}}\end{array} = \begin{array}{c|c|}\mathrm{d} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,\hat{V}\cos(\psi-\gamma)/Z_d-(X_{Fd}V_F/R_F)X_d/Z_d^2 \\ \mathrm{q} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,\hat{V}\sin(\psi-\gamma)/Z_d+(X_{Fd}V_F/R_F)R_a/Z_d^2 \\ \mathrm{F} & V_F/R_F\end{array} \text{.. (10 . 90)}$$

وبما ان $X_q=X_d$ يكون عزم القطبين

$$
\begin{aligned}
T &= -\frac{1}{\omega} I^q I^F X_{Fd} \\
&= -\frac{1}{\omega}\left[\sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}(X_{Fd}V_F/R_F)\sin(\psi-\gamma)/Z_d+(X_{Fd}V_F/R_F)^2 R_a/Z_d^2\right] \\
&= -\frac{1}{\omega}\frac{3}{2}\left[\frac{\hat{V}\hat{E}}{Z_d}\sin(\psi-\gamma)+\frac{\hat{E}^2R_a}{Z_d^2}\right] \\
&= -\frac{3}{\omega}\left[\frac{VE}{Z_d}\sin(\psi-\gamma)+\frac{E^2R_a}{Z_d^2}\right]^{\star} \qquad \ldots\ldots (10.91)
\end{aligned}
$$

10 . 5 . 6 المعالم Parameters

تؤدي اختبارات الدائرة المفتوحة واختبارات الدائرة القصيرة المخصصة على ماكنة ذات فجوة هوائية متجانسة الى معرفة قيم المعالم X_{Fd} و X_d نفسها لتلك التي للماكنة ذات القطب البارز. على اية حال، فلغرض حساب ظروف الحالة المستقرة يكون من المطلوب كذلك معرفة المفاعلة التزامنية للمحور التعامدي X_q.

فإذا تم تدوير الماكنة بصورة مستقلة وبسرعة مقدارها ω بحيث تكون لفيفة المجال بدون اثارة وبتسليط فولتية متوازنة، ذات تتابع طوري موجب، على المنتج فآنئذ وبغض النظر عما اذا كانت لفيفة المجال مفتوحة الدائرة او مقصورة الدائرة فأن

$$
I^d = \frac{1}{\Delta}\{R_aV_d - X_qV_q\}
$$

$$
I^q = \frac{1}{\Delta}\{X_dV_d + R_aV_q\}
$$

حيث ان $\Delta = (R_a^2+X_dX_q)$

واذا كانت الفولتية المسلطة على ماكنة ثلاثية الطور هي

★ قارن بالمرجع 3. الصفحة 497.

$$\begin{array}{c|c|} a & v_a \\ b & v_b \\ c & v_c \end{array} = \begin{array}{c|c|} a & \hat{V}\cos\omega t \\ b & \hat{V}\cos(\omega t-2\pi/3) \\ c & \hat{V}\cos(\omega t-4\pi/3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|} d & v_d \\ q & v_q \end{array} = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|c|c|c|} & a & b & c \\ d & \cos\theta & \cos(\theta-2\pi/3) & \cos(\theta-4\pi/3) \\ q & \sin\theta & \sin(\theta-2\pi/3) & \sin(\theta-4\pi/3) \end{array} \begin{array}{c|c|} a & \hat{V}\cos\omega t \\ b & \hat{V}\cos(\omega t-2\pi/3) \\ c & \hat{V}\cos(\omega t-4\pi/3) \end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|c|} d & \hat{V}\{\cos\theta\cos\omega t+\cos(\theta-2\pi/3)\cos(\omega t-2\pi/3) \\ & +\cos(\theta-4\pi/3)\cos(\omega t-4\pi/3)\} \\ q & \hat{V}\{\sin\theta\cos\omega t+\sin(\theta-2\pi/3)\cos(\omega t-2\pi/3) \\ & +\sin(\theta-4\pi/3)\cos(\omega t-4\pi/3)\} \end{array}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{array}{c|c|} d & \hat{V}(\tfrac{3}{2})\cos(\theta-\omega t) \\ q & \hat{V}(\tfrac{3}{2})\sin(\theta-\omega t) \end{array} = \sqrt{\tfrac{3}{2}} \begin{array}{c|c|} d & \hat{V}\cos\psi \\ q & \hat{V}\sin\psi \end{array}$$

حيث أن

$$\psi = \theta-\omega t$$

لذا فأن

$$i^a = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{i^d\cos\theta+i^q\sin\theta\}$$

$$= \frac{1}{\Delta}\{R_a\hat{V}\cos\psi\cos\theta-X_q\hat{V}\sin\psi\cos\theta + X_d\hat{V}\cos\psi\sin\theta+R_a\hat{V}\sin\psi\sin\theta\}$$

في لحظة الزمن الصفري، اذا كانت العلاقة بين طور الفولتية المسلطة على المنتج وموقعه بالنسبة للفراغ بحيث ان $\psi=0$، فأن

$$i^a = \frac{\hat{V}}{R_a^2+X_dX_q}\{R_a\cos\omega t+X_d\sin\omega t\}$$

واذا امكن اهمال المقاومة R_a، فتقلص هذه المعادلة الى

$$i^a = (\hat{V}/X_q)\sin\omega t$$

بما ان $v_a=\hat{V}\cos\omega t$ يكون عندنا بدلالة ج.م.ت

$I_a= -j(1\sqrt{2})(\hat{V}/X_q)$ وكذلك $V_a=(1\sqrt{2})\hat{V}$

لذا فأن $X_q=|V_a/I^a|$

واذا كانت $\psi=\pi/2$، فعند اجراء تحليل مشابه لما ورد آنفاً ينتج ان $|V_a/I^a|$ تكون مساوية الى X_d. وعند قيم متوسطة بين $\pi/2, 0$ للزاوية ψ، تقع $|V_a/I^a|$ بين القيمتين X_d و X_q.

كما تم بيانه في الفقرة 5 . 8 (الفصل 8)، تكون V_a/I^α للماكنة الثنائية الطور مساوية لـ V_a/I^a للماكنة الثلاثية الطور. لذا يمكن قياس X_q وX_d للماكنة ثنائية الطور بطريقة مماثلة تماماً لقياس هاتين المفاعلتين للماكنة ثلاثية الطور.

من الممكن التحكم في قيمة الزاوية ψ، كما هو مطلوب في اعلاه، تحت ظروف مختبرية فقط او اختبارات موقعية خاصة. لذلك، ففي النواحي العملية قد يتم الاختبار بصفة اختبار "انزلاق"*، اي بجعل الماكنة تدور بسرعة اعلى ولكن مقاربة جداً للسرعة التزامنية بحيث يكون تأثيرات فرق السرعة مهملة حتى يتم اكتساح مدى الزاوية ψ جميعه. ويتم تسجيل رسم تذبذبي للتيار والفولتية، وعندئذ تمثل القيم العظمى للمانعة القيم المناظرة لـ X_d والقيم الصغرى لها القيم المناظرة لـ X_q. وتبرز بعض المشاكل العملية في اجراء هذا الاختبار الا اذا كانت ماكنة التدوير كبيرة مقارنة بالماكنة المراد اختبارها.

مما ورد آنفاً X_d و X_q و X_{Fd} هي المفاعلة التزامنية للمحور المباشر والمفاعلة التزامنية للمحور التعامدي ومفاعلة رد فعل المنتج كما وردت في النظرية التقليدية وعلى التعاقب، ذلك لانها تقاس جميعها بطرق متماثلة تماماً. ويمكن عد X_d بوصفها المجموع الحسابي للمفاعلة التسربية للمنتج $x_a=\omega l_a$ و X_{Fd} منسوبة الى عدد لفات المنتج.

* قارن بالمرجع 3، الصفحة 482.

الفصل الحادي عشر

الظروف العابرة وظرف التتابع السالب في مكائن التيار المتناوب

Transient and Negative - Sequence Conditions in A.C. Machines

11 .1 الحالات العابرة للمكائن الحثية المتوازنة
Balanced Induction Machine Transients

ان مصفوفة الممانعة العابرة لماكنة حثية متوازنة بدلالة المحاور الثابتة قد اعطيت في الفصل العاشر (الفقرة 1. 10) كما يلي

	D	Q	d	q
D	$R_S+L_S p$		Mp	
Q		$R_S+L_S p$		Mp
d	Mp	$M\dot{\theta}$	$R_r+L_r p$	$L_r\dot{\theta}$
q	$-M\dot{\theta}$	Mp	$-L_r\dot{\theta}$	$R_r+L_r p$

والتي يمكن تحويلها الى المحاور (P,N,f,b) بوساطة المصفوفة

$$C = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{c|cccc} & P & N & f & b \\ \hline D & 1 & 1 & & \\ Q & -j & j & & \\ d & & & 1 & 1 \\ q & & & -j & j \end{array} \qquad \text{........ (11 . 1)}$$

للحصول على

$$\mathbf{Z}' = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & P & N & f & b \\ \hline P & R_S+L_S p & & Mp & \\ \hline N & & R_S+L_S p & & Mp \\ \hline f & M(p-j\dot{\theta}) & & R_r+L_r(p-j\dot{\theta}) & \\ \hline b & & M(p+j\dot{\theta}) & & R_r+L_r(p+j\dot{\theta}) \\ \hline \end{array} \qquad (11\,.\,2)$$

وهذه يمكن اعادة ترتيبها كما يلي

$$\mathbf{Z}' = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & P & f & N & b \\ \hline P & R_S+L_S p & Mp & & \\ \hline f & M(p-j\dot{\theta}) & R_r+L_r(p-j\dot{\theta}) & & \\ \hline N & & & R_S+L_S p & Mp \\ \hline b & & & M(p+j\dot{\theta}) & R_r+L_r(p+j\dot{\theta}) \\ \hline \end{array} \qquad (11\,.\,3)$$

يمكننا ان نرى من هذا انّ المحاور (P,f) والمحاور (N,b) تشكل ثانية نظامين مستقلين كلياً، وعلاوة على ذلك ان العناصر فى النظام (N,b) هى المترافقات المركبة لتلك العناصر في النظام (P,f). واذا تبصرنا في النظام (P,f) اولا، تكون معادلة الفولتية كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} P & v_P \\ \hline f & v_f \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & P & f \\ \hline P & R_S+L_S p & Mp \\ \hline f & M(p-j\dot{\theta}) & R_r+L_r(p-j\dot{\theta}) \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} P & i^P \\ \hline f & i^f \end{array} \quad \ldots\ldots \quad (11\,.\,4)$$

والتي تكون فيها قيمة v_f صفراً بسبب كون لفائف الدوار مقصورة الدائرة.
لذلك فأن معادلة التيار العملياتية تكون

$$\begin{array}{c|c|} P & i^P \\ \hline f & i^f \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|c|} & P & f \\ \hline P & R_r+L_r(p-j\dot{\theta}) & -Mp \\ \hline f & -M(p-j\dot{\theta}) & R_S+L_S p \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} P & v_P \\ \hline f & 0 \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11\,.\,5)$$

وبالتالي فأن معادلة تحويل لابلاس للتيارات تكون

$$\begin{array}{c}P\\f\end{array}\begin{bmatrix}\bar{i}^{P}\\ \bar{i}^{f}\end{bmatrix}=\frac{\bar{v}_{P}}{\Delta}\;\begin{array}{c}P\\f\end{array}\begin{bmatrix}R_r+L_r(s-j\dot{\theta})\\ -M(s-j\dot{\theta})\end{bmatrix} \qquad \text{.......}\ (11\ .\ 6)$$

حيث ان

$$\begin{aligned}\Delta &= \{R_S+L_Ss\}\{R_r+L_r(s-j\dot{\theta})\}-M^2s(s-j\dot{\theta})\\ &=(L_SL_r-M^2)s^2+\{(L_SR_r+L_rR_S)-j(L_SL_r+M^2)\dot{\theta}\}s+\{R_SR_r-jR_SL_r\dot{\theta}\}\\ &=(L_SL_r-M^2)\left[s^2+\left\{\frac{R_r/L_r+R_S/L_S}{1-M^2/L_SL_r}-j\theta\right\}s\right.\\ &\qquad\left.+\left\{\frac{(R_S/L_S)(R_r/L_r)}{1-M^2/L_SL_r}-j\frac{R_S/L_S}{1-M^2/L_SL_r}\theta\right\}\right]\end{aligned} \qquad \text{........}\ (11\ .\ 7)$$

ان العوامل لهذه المعادلة التربيعية في s هي

$$\begin{aligned}&s+\frac{1}{2}\left(\left\{\frac{R_S/L_S+R_r/L_r}{1-M^2/L_SL_r}-j\theta\right\}\pm\left[\left\{\frac{R_S/L_S+R_r/L_r}{1-M^2/L_SL_r}\right\}^2\right.\right.\\ &\qquad\left.\left.-j2\frac{R_S/L_S+R_r/L_r}{1-M^2/L_SL_r}\theta-\theta^2-4\frac{(R_S/L_S)(R_r/L_r)}{1-M^2/L_SL_r}+j4\frac{R_S/L_S}{1-M^2/L_SL_r}\theta\right]^{1/2}\right)\\ &=s+\frac{1}{2}\left(\left\{\frac{R_S/L_S+R_r/L_r}{1-M^2/L_SL_r}-j\theta\right\}\right.\\ &\qquad\left.\pm\left[\frac{(R_S/L_S-R_r/L_r)^2+4M^2R_SR_r/(L_SL_r)^2}{(1-M^2/L_SL_r)^2}-\theta^2+j2\frac{R_S/L_S-R_r/L_r}{1-M^2/L_SL_r}\theta\right]^{1/2}\right)\end{aligned}$$

ومن هذا يتضح ان:

(أ) اية محاولة اخرى لايجاد حل عام تكون معقدة جداً ومتعبة، على الرغم من سهولة المبدأ. وكذلك
(ب) الحل العددي لحالة معينة يكون سهلاً تماماً، وخاصة اذا امكن الافتراض ان

$$R_S/L_S = R_r/L_r$$

وبناءً على هذا الافتراض، فأن الحد الذي تحت الجذر التربيعي يصبح حقيقياً صرفاً ويساوي

$$\frac{4M^2 R_S R_r}{(L_S L_r - M^2)^2} - \dot{\theta}^2$$

وعند سرعة تزامنية ذات تردد مقنن مقداره 50 هرتزاً او اكثر، ومع قيم نموذجية للمقاومات والمحاثات، ستكون قيمة $\dot{\theta}^2$ اكبر من الحد الاخر برتبة او رتبتين في المقدار. ويكون الجذر التربيعي نفسه خيالياً صرفاً وذا مقدار اقل بقليل من $\dot{\theta}$، ولنقل $(\dot{\theta} - \delta\dot{\theta})$. لذا فأن اصفار المعادلة التربيعية هي

$$-\frac{R_S/L_S + R_r/L_r}{2(1 - M^2/L_S L_r)} + j\,\delta\dot{\theta}/2 \quad \text{و} \quad -\frac{R_S/L_S + R_r/L_r}{2(1 - M^2/L_S L_r)} + j(\dot{\theta} - \delta\dot{\theta}/2)$$

بما ان محدد المصفوفة الثانوية (N,b) هو المترافق المركب للمصفوفة الثانوية (P,f) على هذا الاساس فأن اصفاره هي المترافق المركب لاصفار المحدد (P,f).

اما محدد مصفوفة الممانعة التامة فأنه يساوي حاصل ضرب المحددين للمصفوفتين الثانويتين، لذا فأنه يحتوي على حاصل ضرب هذين الزوجين من المترافقات المركبة. ان الاستجابة العابرة لذلك سوف تحتوي على موجتين جيبيتين مخمدتين، وتكون احدهما ذات تردد اقل بقليل من التردد المناظر للسرعة الدورانية اما الاخرى فتكون ذات تردد قليل تماماً، بحيث ان مجموع الترددين يكون مساوياً لتردد سرعة الدوران. وكلتا الموجتين لهما التخميد نفسه.

وعند سرع دورانية اقل من السرعة التزامنية، يكون الفرق بين الترددين السابقين صغيراً، حتى تصل السرعة

$$\dot{\theta} = \frac{2M\sqrt{(R_S R_r)}}{(L_S L_r - M^2)} \qquad \text{........ (11 . 8)}$$

التي عندها يساوي كلا الترددين $\dot{\theta}/2$. وعند سرع اوطأ من ذلك، يبقى الترددان مساويينلـ $\dot{\theta}/2$، ولكن يكون لكل منهما تخميد مختلف. وفي حالة التوقف التام تكون القيم العابرة، بالطبع، احادية الاتجاه.

يجب التذكر انه يوجد افتراض ملازم للتحليل اعلاه بدلالة تحويلات لابلاس وهو ان $\dot{\theta}$ تكون ثابتة.

11 . 1 . 1 التسليط المفاجيء لفولتية الطرف
Sudden Application of Terminal Voltage

لدراسة حالة معينة، دعنا نتأمل التسليط المفاجيء لفولتية طرف متوازنة على محرك يدور بتيارات

صفرية عند السرعة $\dot\theta$. ان المركبات المتماثلة للفولتيات اللحظية للحالات المتوازنة الثلاثية والثنائية الطور قد تم اشتقاقها في الفصل السابع (الفقرة 7 . 7) كما يلي

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\begin{matrix}\mathrm{P}\\ \mathrm{N}\\ 0\end{matrix}\begin{bmatrix}\hat{V}(\cos\omega t + j\sin\omega t)\\ \hat{V}(\cos\omega t - j\sin\omega t)\\ 0\end{bmatrix}$$

و

$$1/\sqrt{2}\begin{matrix}\mathrm{P}\\ \mathrm{N}\\ 0\end{matrix}\begin{bmatrix}\hat{V}(\cos\omega t + j\sin\omega t)\\ \hat{V}(\cos\omega t - j\sin\omega t)\\ 0\end{bmatrix}$$

على التعاقب.

وتكون معادلة لابلاس لتيار التتابع الموجب كما يلي

$$\bar{\imath}^{\mathrm{P}} = \frac{\bar{v}_{\mathrm{P}}}{\Delta}\{R_{\mathrm{r}} + L_{\mathrm{r}}(s - j\dot\theta)\} \qquad \ldots\ldots\ldots (11 . 9)$$

والتي، لماكنة ثلاثية الطور تؤدي الى

$$\bar{\imath}^{\mathrm{P}} = \frac{\sqrt{3}\,\hat{V}(s+j\omega)\{R_{\mathrm{r}} + L_{\mathrm{r}}(s-j\dot\theta)\}}{2(L_{\mathrm{S}}L_{\mathrm{r}} - M^2)(s^2+\omega^2)(s+a+jb)(s+a-jb)} \qquad \ldots\ldots (11 . 10)$$

حيث ان $s+a\pm jb$ هما معاملات المحدد Δ الذي تم حساب قيمته سلفاً. وبعد تحليل هذا التعبير الى كسوره الجزئية، يمكننا آنئذٍ حساب $\bar{\imath}^{P}$ على انه دالة زمنية مركبة. ولما كانت الممانعة والفولتية لنظام التتابع السالب (N,b) هما مترافقا نظيريها في نظام تتابع الموجب (P,f)، فأن $\bar{\imath}^{N}$ يكون مترافق $\bar{\imath}^{P}$ تبعاً لذلك.

وفي غياب مركبات التتابع الصفري، يقودنا التحويل الى تيارات ثلاثية الطور كما يلي

$$
\begin{aligned}
i^A &= (1/\sqrt{3})(i^P + i^N) \quad = (1/\sqrt{3})(i^P + i^{P*}) \\
&= (2/\sqrt{3})(\mathrm{Re}\, i^P) \\
i^B &= (1/\sqrt{3})(h^2 i^P + h i^N) = (1/\sqrt{3})(h^2 i^P + h i^{P*}) \\
&= (1/\sqrt{3})(-\mathrm{Re}\, i^P + \sqrt{3}\, \mathrm{Im}\, i^P) \qquad \cdots\cdots\cdots \ (11\ .\ 11) \\
i^C &= (1/\sqrt{3})(h i^P + h^2 i^N) = (1/\sqrt{3})(h i^P + h^2 i^{P*}) \\
&= (1/\sqrt{3})(-\mathrm{Re}\, i^P - \sqrt{3}\, \mathrm{Im}\, i^P)
\end{aligned}
$$

في حين يؤدي التحويل الى تيارات ثنائية الطور الى

$$
\begin{aligned}
i^D &= (1/\sqrt{2})(i^P + i^N) \quad = (1/\sqrt{2})(i^P + i^{P*}) \quad = \sqrt{2}\, \mathrm{Re}\, i^P \\
i^Q &= (1/\sqrt{2})(-j i^P + j i^N) = (1/\sqrt{2})(-j i^P + j i^{P*}) = \sqrt{2}\, \mathrm{Im}\, i^P
\end{aligned}
\qquad \cdots\cdots\cdots \ (11\ .\ 12)
$$

بما انه في الحالة الثنائية الطور تكون v_P اقل من قيمتها في حالة الاطوار الثلاثة بسنبة $\sqrt{(2/3)}$ ، فأن التعبير $i^D = i^A$، بدلالة $v_D = v_A$، سوف يكون مشابهاً للتعبير عن i^A بدلالة v_A.

يمكن ايجاد i^P و i^f (وهما مترافقان ايضاً) بالاسلوب نفسه الذي تم فيه ايجاد i^P و i^N، وتتبعها بعد ذلك عملية ايجاد العزم.

واذا تم اعادة تسليط فولتية الساكن بصورة مفاجئة بعد قطع ، فأن التحليلات سوف تكون مشابهة لما ورد اعلاه، ولكن يجب ان يتضمن هذا التحليل التيارات الابتدائية للدوار اذا كانت مدة القطع قصيرة.

ولايقيم هذا التحليل وزناً للتغيرات في قيم L_s و M و L_r التي قد تكون ذات اهمية في بعض الظروف العابرة.

ان معضلة الحالات العابرة في المكائن الحثية يمكن حلها مباشرة في المحاور (D,Q,d,q) ولكن هذا سيكون على حساب معادلات جبرية اكثر تعقيداً. ان محدد مصفوفة المهانعة في هذه المحاور (الذي تكون فيه p من الدرجة الرابعة) هو حاصل ضرب عوامل تربيعية مركبة، اي محدد مصفوفة المهانعة (P,f) اعلاه مع مترافقه الذي هو محدد مصفوفة المهانعة (N,b).

2 . 11 الماكنة التزامنية البارزة الاقطاب وبدون لفائف تخميد
The Synchronous Machince with Salient Poles and no Damper Windings

ان مصفوفة المهانعة العابرة لماكنة تزامنية بدون لفائف تخميد، بحذف محور التتابع الصفري، قد اعطيت في المعادلة (54 . 10) كما يلي

$\mathbf{Z} =$

	d	q	F
d	$R_a+L_d p$	$L_q\omega$	$L_{Fd}p$
q	$-L_d\omega$	$R_a+L_q p$	$-L_{Fd}\omega$
F	$L_{Fd}p$		$R_F+L_F p$

.... (11 . 13)

وذلك اذا استخدمت ω بدلا عن $\dot{\theta}$.

من الضروري ايجاد المعكوس $\mathbf{Z}^{-1}$.

$\mathbf{Z}_t =$

	d	q	F
d	$R_a+L_d p$	$-L_d\omega$	$L_{Fd}p$
q	$L_q\omega$	$R_a+L_q p$	
F	$L_{Fd}p$	$-L_{Fd}\omega$	$R_F+L_F p$

.... (11 . 14)

و

$\mathbf{Z}^{-1} = \dfrac{1}{\Delta}$

	d	q	F
d	$(R_a+L_q p)(R_F+L_F p)$	$-L_q\omega(R_F+L_F p)$	$-L_{Fd}L_q\omega^2$ $-L_{Fd}p(R_a+L_q p)$
q	$L_d\omega(R_F+L_F p)$ $-L_{Fd}^2\omega p$	$(R_a+L_d p)(R_F+L_F p)$ $-L_{Fd}^2 p^2$	$-L_{Fd}L_d\omega p$ $+L_{Fd}\omega(R_a+L_d p)$
F	$-L_{Fd}p(R_a+L_q p)$	$L_{Fd}L_q\omega p$	$(R_a+L_d p)(R_a+L_q p)$ $+L_d L_q\omega^2$

(11 . 15)

حيث ان

$$\begin{aligned}
\Delta &= (R_F+L_F p)\{(R_a+L_d p)(R_a+L_q p)+L_d L_q\omega^2\} \\
&\quad -L_{Fd}p\{L_{Fd}p(R_a+L_q p)+L_{Fd}L_q\omega^2\} \\
&= (L_F L_d L_q - L_q L_{Fd}^2)p^3+\{L_F(L_d+L_q)R_a+L_d L_q R_F-L_{Fd}^2 R_a\}p^2 \\
&\quad +\{L_F(R_a^2+L_d L_q\omega^2)+R_F R_a(L_d+L_q)-L_{Fd}^2 L_q\omega^2\}p \qquad \text{.... (11 . 16)} \\
&\quad +R_F(R_a^2+L_d L_q\omega^2)
\end{aligned}$$

واذا استخدمنا L'_d عوضاً عن ($L_d - L^2_{Fd}/L_F$)، فأن

$$\begin{aligned}\Delta &= L_F L_q L'_d p^3 + \{L_F L_q R_a + L_d L_q R_F + L_F L'_d R_a\} p^2 \\ &\quad + \{R_a^2 L_F + R_a R_F (L_d + L_q) + L_F L_q L'_d \omega^2\} p \\ &\quad + R_F (R_a^2 + L_d L_q \omega^2) \\ &= L_F L_q L'_d [p^3 + (R_F L_d / L_F L'_d + R_a / L'_d + R_a / L_q) p^2 \\ &\quad + (R_a^2 / L'_d L_q + R_F R_a / L_F L'_d + R_F R_a L_d / L_F L_q L'_d + \omega^2) p \\ &\quad + (R_a^2 / L_q L'_d + L_d \omega^2 / L'_d) R_F / L_F]\end{aligned} \qquad (11 . 17)$$

ان تأمل الحالات العابرة تشمل كذلك ايجاد الاصفار في p لمتعدد الحدود هذا، اي ايجاد جذور المعادلة التكعيبية $\Delta=0$. وفي الحالة العدية يمكن ايجاد هذه الجذور لاية دقة مطلوبة بوساطة التقنيات الموضحة في كتب الطرائق العددية. من جهة اخرى، فأنه لايوجد حل جبري دقيق لهذه الجذور وبالتالي فأنه يمكن الحصول على حل تقريبي عام لها فقط. وقد تمت الاستفادة من المعرفة التجريبية حيث ان مقاومة المنتج R_a تكون قليلة اذا ماقورنت بالمفاعلات المتمثلة بـ $L'_d\omega$ و $L_q\omega$. لذا يمكن تمثيل الاس اذا كان من الدرجة الاولى لمقاومة المنتج R_a بصورة دقيقة، الا انه اذا كان الاس من الدرجة الثانية فأنها تكون تقريبية فقط. وهذه تكافىء القول بأنه يجب علينا الفرض بأن ثابتي الزمن L'_d/R_a و L_q/R_a يكونان كبيرين بقدر كاف لاجل ان يكون حاصل ضرب مقلوبيهما صغيراً يمكن اهماله مقارنة بـ ω^2.

ولما كانت المعادلة تكعيبية وجب ان يكون احد الجذور حقيقياً. واما الآخران فقد يكون كلاهما حقيقياً او قد يكونان زوجاً مترافقاً. ومن طبيعة المسألة انه من المعقول الافتراض، في الاقل في البداية، انهما يكونان زوجاً مترافقاً. لذا تكون Δ بالصيغة التالية

$$\begin{aligned}&L_F L_q L'_d (p+\alpha)\{(p+\beta)^2+\gamma^2\} \\ &\qquad = L_F L_q L'_d \{p^3 + (\alpha+2\beta)p^2 + (2\alpha\beta+\beta^2+\gamma^2)p + \alpha(\beta^2+\gamma^2)\}\end{aligned}$$

وبمقارنة معاملات هذا التعبير الرياضي بمعاملات Δ يمكننا الحصول على حل تقريبي.

وما لم تكن المنظومة غير مستقرة فأن α و β كليهما موجبان، ومن معامل p^2 يمكننا التبين انهما يشكلان بالضرورة حدوداً فيها R/L، على هذا الاساس ينتج لدينا مايلي:

من معاملات p، وباهمال حاصلات ضرب R/L، فأن $\gamma \approx \omega$.

من الحدود الثابتة، اذا امكن اهمال $R_a^2/L_q L'_d$ مقارنة بـ $L_d\omega^2/L'_d$ وكانت β^2 مهملة مقارنة بـ $\gamma^2 \approx \omega^2$، فأن

$$\alpha \approx R_F L_d / L_F L'_d \qquad \ldots\ldots\ldots (11 . 18)$$

ثم من معاملات p^2 نحصل على

$$\beta \approx (1/L_q + 1/L'_d) R_a/2 \qquad \text{.. ... (11 . 19)}$$

لذا فأنه لتقريب اولي

$$\Delta = L_F L_q L'_d (p+\alpha)\{(p+\beta)^2 + \omega^2\} \qquad \text{....... (11 . 20)}$$

حيث ان αوβ تأخذ القيم أعلاه. واذا عوضت هذه القيم في هذا التعبير وقورنت النتيجة بالقيمة الفعليةلـ Δ، فسوف يتبين ان هذا التقريب افضل مما افترضنا سلفاً، ذلك لان الحدود التي اهملناها لم تبدل بأصفار في الحقيقة ولكن تم ابدالها بوساطة تعابير رياضية اخرى على الرغم من انها ليست مطابقة بعضها لبعض الا انها لاتكون صفراً.

إن L_F/R_F هو ثابت الزمن للفيفة المجال ولكن يطلق عليه اسم "ثابت زمن الدائرة المفتوحة العابر المحور المباشر" ويرمز له بـ T'_{do}. ويشار هنا الى الدائرة المفتوحة على انها دائرة المنتج.

اما $1/\alpha$ فيدعى "ثابت زمن الدائرة القصيرة العابر للمحور المباشر" ويرمز له بـ T'_d.

و $1/\beta$ يدعى "ثابت زمن الدائرة القصيرة للفيفة المنتج" ويرمز له بـ T_a*.

ان دراسة الظروف العابرة سوف يتم توضيحه من خلال الحالة الاكثر اهمية وبالتحديد هو حصول عطل دائرة قصيرة متماثل مفاجيء لدائرة مفتوحة مسبقاً.

11 . 2 . 1 قصر دائرة ثلاثي الطور مفاجيء لماكنة مفتوحة لدائرة

Sudden Three - Phase Short Circuit From Open Circuit

اذا قصرت الاطوار الثلاثة جميعها لماكنة تزامنية، اي ان $v_a=0$ و $v_b=0$ ، وكذلك $v_c=0$، بناء عليه تكون $v_d=0$ و $v_q=0$. ويمكن الحصول على حل لهذه المسألة بأستخدام نظرية التراكب وذلك بعد ان يتم ايجاد الاستجابة لتسليط مفاجيء لفولتية على اطراف المنتج تساوي وتعاكس فولتية الطرف في حالة الدائرة المفتوحة. من جهة اخرى، يتم هنا شمول القيم الابتدائية للتيارات من اجل استغلال تقنيات تحويل لابلاس بصورة تامة. وعند حدوث قصر دائرة لدائرة مفتوحة فالتيار الوحيد الذي لاتكون قميته الابتدائية صفراً هو تيار المجال حيث تكون قيمته V_F/R_F. من ناحية ثانية، اذا

---

* في المكائن الحاوية دوائر تخميد تكون قيمة T_a مختلفة. المكائن الفعلية تحتوي دائماً على تخميد قليل، حتى ولو لم تثبت عليها ملفات تخميد.

كانت الماكنة في حالة حمل فيجب ان يتم شمول قيم التيارات الابتدائية للمنتج بالاسلوب نفسه الذي تم فيه شمول تيار المجال.

ان معادلة التحويل بصيغة المصفوفة تكون بالشكل التالي

$$\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{Z}\bar{\mathbf{i}} - \mathbf{L}\mathbf{i}_o \qquad \ldots\ldots\ (11\ .\ 21)$$

حيث ان $\mathbf{i}_o$ هي مصفوفة التيار الابتدائي.

وتكون فولتية الطرف بعد حصول دائرة قصيرة كما يلي

$$\mathbf{v} = \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_F \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ (11\ .\ 22)$$

ومن ثم

$$\bar{\mathbf{v}} = \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_F/s \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ (11\ .\ 23)$$

وهكذا فأن دالة الاثارة المؤثرة تكون

$$\begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_F/s \end{bmatrix} + \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \overset{\begin{matrix} \mathrm{d} & \mathrm{q} & \mathrm{F} \end{matrix}}{\begin{bmatrix} L_d & & L_{Fd} \\ & L_q & \\ L_{Fd} & & L_F \end{bmatrix}} \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_F/R_F \end{bmatrix}$$

$$= \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_F/s \end{bmatrix} + \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} L_{Fd}V_F/R_F \\ 0 \\ L_F V_F/R_F \end{bmatrix}$$

$$= \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} L_{Fd}V_F/R_F \\ 0 \\ V_F/s + L_F V_F/R_F \end{bmatrix} = \frac{V_F}{R_F} \begin{matrix} \mathrm{d} \\ \mathrm{q} \\ \mathrm{F} \end{matrix} \begin{bmatrix} L_{Fd} \\ 0 \\ R_F/s + L_F \end{bmatrix}$$

لذلك فأن معادلة تحويل الفولتية تكون

$$\frac{V_F}{R_F}\begin{array}{c} d \\ q \\ F \end{array}\begin{bmatrix} L_{Fd} \\ 0 \\ R_F/s+L_F \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ d \\ q \\ F \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & q & F \end{array} \\ \begin{bmatrix} R_a+L_d s & L_q\omega & L_{Fd}s \\ -L_d\omega & R_a+L_q s & -L_{Fd}\omega \\ L_{Fd}s & & R_F+L_F s \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{c} d \\ q \\ F \end{array}\begin{bmatrix} \bar{i}^d \\ \bar{i}^q \\ \bar{i}^F \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots (11\ .\ 24)$$

وعكس مصفوفة الممانعة يعطي المعادلة التالية

$$\begin{array}{c} d \\ q \\ F \end{array}\begin{bmatrix} \bar{i}^d \\ \bar{i}^q \\ \bar{i}^F \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta}\begin{array}{c} d \\ q \\ F \end{array}\begin{bmatrix} (R_a+L_q s)\times(R_F+L_F s) & -L_q\omega\times(R_F+L_F s) & -L_{Fd}L_q\omega^2 - L_{Fd}s\times(R_a+L_q s) \\ L_d\omega(R_F+L_F s) - L_{Fd}^2\omega s & (R_a+L_d s)\times(R_F+L_F s) - L_{Fd}^2 s^2 & L_{Fd}\omega(R_a+L_d s) - L_{Fd}L_d\omega s \\ -L_{Fd}s\times(R_a+L_q s) & L_{Fd}L_q\omega s & (R_a+L_d s)\times(R_a+L_q s) + L_d L_q\omega^2 \end{bmatrix}\frac{V_F}{R_F}\begin{array}{c} d \\ q \\ F \end{array}\begin{bmatrix} L_{Fd} \\ 0 \\ R_F/s+L_F \end{bmatrix}$$

(11 . 25)

التي منها يمكن تحديد قيم التيارات.

2. 2. 11 تيار المجال Field Current

من المفضل ايجاد تيار المجال اولاً، حيث ان i^F يمثل التيار الفعلي للفائف المجال، اما لتيارات المنتج فمن الضروري ايجاد i^d و i^q اولاً ثم تطبيق التحويلات الى المحاور (a,b,c) لايجاد قيم التيارات الفعلية.

من معادلة تحويل التيار

$$\bar{i}^{F} = \frac{1}{\Delta}\frac{V_F}{R_F}[-L_{Fd}^2 s(R_a+L_q s)+\{(R_a+L_d s)(R_a+L_q s)$$

$$+L_d L_q \omega^2\}(R_F/s+L_F)]$$

$$= \frac{1}{\Delta}\frac{1}{s}\frac{V_F}{R_F}[(R_F+L_F s)\{(R_a+L_d s)(R_a+L_q s)+L_d L_q \omega^2\}$$

$$-L_{Fd} s\{L_{Fd} s(R_a+L_q s)+L_{Fd} L_q \omega^2 - L_{Fd} L_q \omega^2\}]$$

$$= \frac{1}{\Delta}\frac{1}{s}\frac{V_F}{R_F}[\Delta + L_{Fd}^2 L_q \omega^2 s]$$

$$= \frac{V_F}{R_F}\left[\frac{1}{s}+\frac{L_{Fd}^2 L_q \omega^2}{\Delta}\right] \qquad \text{.......} \quad (11 . 26)$$

بأخذ $\Delta = L_F L_q L_d'(s+\alpha)\{(s+\beta)^2+\omega^2\}$ let وبجعل

$$\frac{1}{(s+\alpha)\{(s+\beta)^2+\omega^2\}} = \frac{A}{s+\alpha}+\frac{B(s+\beta)+C\omega}{(s+\beta)^2+\omega^2}$$

ووضع $s=-\alpha$ يعطي $A = 1/\{(\alpha-\beta)^2+\omega^2\}$

بضرب طرفي المعادلة ينتج :

$$A\{(s+\beta)^2+\omega^2\}+B(s+\beta)(s+\alpha)+C\omega(s+\alpha) = 1$$

أو

$$(A+B)s^2+(2A\beta+B\alpha+B\beta+C\omega)s+(A\beta^2+A\omega^2+B\alpha\beta+C\omega\alpha) = 1$$

حيث ان $B = -A = -1/\{(\alpha-\beta)^2+\omega^2\}$

وكذلك $-C\omega = 2A\beta+B\alpha+B\beta = 2A\beta-A\alpha-A\beta = -A(\alpha-\beta)$

حنيئذ يكون $C = A(\alpha-\beta)/\omega$

على هذا الاساس يكون تيار المجال

$$i^{F} = \frac{V_F}{R_F} + \frac{V_F}{R_F} \frac{L_{Fd}^2 L_q \omega^2}{L_F L_q L_d'} [A\varepsilon^{-\alpha t} + B\varepsilon^{-\beta t}\cos\omega t + C\varepsilon^{-\beta t}\sin\omega t]$$

$$= \frac{V_F}{R_F} + \frac{V_F}{R_F} \frac{L_{Fd}^2 \omega^2}{L_F L_d'} A\left[\varepsilon^{-\alpha t} - \varepsilon^{-\beta t}\cos\omega t + \frac{\alpha-\beta}{\omega}\varepsilon^{-\beta t}\sin\omega t\right] \quad (11\ .\ 27)$$

$$A = 1/\{(\alpha-\beta)^2+\omega^2\}.$$

حيث ان $A = 1/\{(\alpha-\beta)^2+\omega^2\}$

ان القيم التقريبية لـ α و β المعطاة في المعادلتين (18 . 11) و (19 . 11) يمكن تعويضها هنا. ويمكن القول، تقريباً اضافياً، إن (α - β) الذي هو الفرق بين معكوسي ثابتي الزمن T'_d و T_a، يكون صغيراً نسبياً مقارنة بـ ω، لهذا يمكن اهمال مربع قيمته في مقام المقدار A.
وعليه يكون

$$i^{F} = \frac{V_F}{R_F} + \frac{V_F}{R_F} \frac{L_{Fd}^2}{L_F L_d'} \left[\varepsilon^{-\alpha t} - \varepsilon^{-\beta t}\cos\omega t + \frac{\alpha-\beta}{\omega}\varepsilon^{-\beta t}\sin\omega t\right] \quad (11\ .\ 28)$$

اذن فأن تيار المجال يتكون من ثلاث مركبات هي:

(1) تيار الحالة المستقرة الاصلي والنهائي للمجال وهو V_F/R_F،

(2) تيار محتث عابر احادي الاتجاه يكون بأتجاه التيار الاصلي نفسه ويكون في البداية حوالي $L^2_{Fd}/L_F/L'_d$مضروباً بمقدار التيار الاصلي وله ثابت زمن مقداره 1/α الذي يمثل ثابت الزمن العابر T'_d في حالة الدائرة القصيرة وله قيمة تقريبية تساوي $L_F L'_d/R_F L_d$؛

(3) مركبة متناوبة لها مقدار الذروة الابتدائي نفسه كما للمركبة العابرة الاحادية الاتجاه ولكن بثابت زمن قدره 1/β، الذي يمثل ثابت زمن المنتج في حالة الدائرة القصيرة T_a وله قيمة تقريبية هي

$$2/R_a(1/L_q+1/L_d') = 2L_q L_d'/R_a(L_d'+L_q) \quad \ldots\ldots\ (11\ .\ 29)$$

وتكون المركبة الجيبية للمركبة المتناوبة قليلة مقارنة مع مركبة الجيب تمام وسوف يسبب ذلك فرقاً قليلاً في المقدار ولكن سينتج فرق ازاحة طورية طفيفاً.

قبل ان نتمكن من ايجاد التيارات الطورية للمنتج، علينا ايجاد i^d و i^q كليهما. ومن المعادلة المصفوفية (25 . 11) نجد ان

$$\bar{i}^d = \frac{1}{\Delta}\frac{V_F}{R_F}[(R_a+L_q s)(R_F+L_F s)L_{Fd} - \{L_q L_{Fd}\omega^2 + L_{Fd}s(R_a+L_q s)\}(R_F+L_F s)/s]$$
$$= \frac{1}{\Delta}\frac{V_F}{R_F}L_{Fd}(R_F+L_F s)[(R_a+L_q s)-\{L_q\omega^2/s+(R_a+L_q s)\}]$$
$$= \frac{1}{\Delta}\frac{V_F}{R_F}L_{Fd}(R_F+L_F s)(-L_q\omega^2/s)$$
$$= -\frac{V_F}{R_F}L_{Fd}L_q\omega^2\frac{R_F+L_F s}{s\Delta}$$
$$= -\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L_q'}\frac{L_q(R_F+L_F s)}{s(s+\alpha)\{(s+\beta)^2+\omega^2\}}$$
$$= -\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L_d'}\left[\frac{F}{s}+\frac{G}{s+\alpha}+\frac{H(s+\beta)+J\omega}{(s+\beta)^2+\omega^2}\right] \quad \text{.......... (11 . 30)}$$

حيث ان L_q قد استبقيت في المقام لتوخي الفائدة لاحقاً عندما يتم توحيد i^d و i^q لايجاد i^a و i^b و i^c. بأكمال الحل كما في i^F نجد ان

$$\left.\begin{aligned}
F &= \frac{R_F}{\alpha(\beta^2+\omega^2)}L_q \\
G &= -\frac{R_F-\alpha L_F}{\alpha\{(\alpha-\beta)^2+\omega^2\}}L_q \\
H &= -\frac{(\alpha-2\beta)R_F+(\beta^2+\omega^2)L_F}{(\beta^2+\omega^2)\{(\alpha-\beta)^2+\omega^2\}}L_q \\
J &= -\frac{(\alpha\beta-\beta^2+\omega^2)R_F-(\alpha-\beta)(\beta^2+\omega^2)L_F}{\omega(\beta^2+\omega^2)\{(\alpha-\beta)^2+\omega^2\}}L_q
\end{aligned}\right\} \quad (11 . 31)$$

وللتقريب، اذا اهملنا $\beta(\alpha-\beta)$، β^2 و $(\alpha-\beta)^2$، عند اضافتها الى ω^2، وكذلك اذا اهملنا $(\alpha-2\beta)R_F$ عند اضافته الى $L_F\omega^2$، حصلنا من القيم التقريبية لـ α و β على

$$F = L_F L_q L'_d / L_d \omega^2$$
$$G = L_F L_q (1 - L'_d/L_d)/\omega^2 \qquad \ldots\ldots\ldots \ (11\ .\ 32)$$
$$H = -L_F L_q/\omega^2$$
$$J = -[R_F(1-L_d/L'_d) + L_F R_a(1/L_q + 1/L'_d)/2] L_q/\omega^3$$

لذلك فأن

$$i^d = -\frac{V_F}{R_F} \frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d} [F + G\varepsilon^{-\alpha t} + H\varepsilon^{-\beta t} \cos \omega t + J\varepsilon^{-\beta t} \sin \omega t] \quad (11\ .\ 33)$$

الذي يمكن فيه استخدام القيم المضبوطة لكل من (F,G,H) و J اذا كانت معروفة او استخدام القيم التقريبية في حالة عدم وجود شيء افضل.
من المعادلة المصفوفية (25 . 11) نجد ايضاً ان

$$\bar{i}^q = \frac{1}{\Delta} \frac{V_F}{R_F} [L_{Fd}\{L_d\omega(R_F + L_F s) - L_{Fd}^2 \omega s\}$$
$$+ (R_F/s + L_F)\{L_{Fd}\omega(R_a + L_d s) - L_{Fd} L_d \omega s\}]$$
$$= \frac{1}{\Delta} \frac{V_F}{R_F} \frac{L_{Fd}\omega}{s} [(R_a + L_d s)(R_F + L_F s) - L_{Fd}^2 s^2]$$
$$= \frac{V_F}{R_F} L_{Fd}\omega^2 \left[\frac{(R_a + L_d s)(R_F + L_F s) - L_{Fd}^2 s^2}{\omega s \Delta} \right]$$
$$= \frac{V_F}{R_F} \frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d} \left[\frac{L_F L'_d s^2 + (R_F L_d + R_a L_F)s + R_a R_F}{\omega s(s+\alpha)\{(s+\beta)^2 + \omega^2\}} \right]$$
$$= \frac{V_F}{R_F} \frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d} \left[\frac{K}{s} + \frac{N}{s+\alpha} + \frac{P(s+\beta) + Q\omega}{(s+\beta)^2 + \omega^2} \right] \qquad \ldots\ldots (11\ .\ 34)$$

وليس من السهل التعامل مع قيم K و N و P و Q كما في بسطي التيارين i^F و i^d ذلك لانها ذات قيم اصغر عدا قيمة Q وان التقريبات السالفة لايمكن استخدامها بدرجة الثقة نفسها. وعلى اية حال فأن القيم التقريبية المبنية على الافتراضات السابقة نفسها تكون

$$K = R_a L_F L'_d / L_d \omega^3$$
$$N = R_a L_F (1 - L'_d/L_d)/\omega^3 \qquad \ldots\ldots\ldots \ (11\ .\ 35)$$
$$P = -R_a L_F/\omega^3$$
$$Q = L'_d L_F/\omega^2$$

لذا فأن

$$i^{q} = \frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}[K+N\varepsilon^{-\alpha t}+P\varepsilon^{-\beta t}\cos\omega t+Q\varepsilon^{-\beta t}\sin\omega t] \qquad (11\ .\ 36)$$

يمكن الان تحديد تيارات الاطوار بوساطة التحويل الى المحاور aوb و c وسوف ندرس هنا تيار الطور ـ a فقط.

$$\begin{aligned} i^{a} &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{\cos\theta i^{d}+\sin\theta i^{q}\} \\ &= -\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}[(F\cos\theta-K\sin\theta) \\ &\quad +(G\cos\theta-N\sin\theta)\varepsilon^{-\alpha t} \\ &\quad +\{H\cos\theta\cos\omega t-P\sin\theta\cos\omega t+J\cos\theta\sin\omega t \\ &\quad -Q\sin\theta\sin\omega t\}\varepsilon^{-\beta t}] \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ (11\ .\ 37)$$

واذا فرضنا $\theta=\omega t+\psi$، فأن

$$\begin{aligned} i^{a} = &-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}\Big[F\cos(\omega t+\psi)-K\sin(\omega t+\psi) \\ &+\{G\cos(\omega t+\psi)-N\sin(\omega t+\psi)\}\varepsilon^{-\alpha t} \\ &+\Big\{\frac{H}{2}[\cos(2\omega t+\psi)+\cos\psi] \\ &+\frac{J}{2}[\sin(2\omega t+\psi)-\sin\psi] \\ &-\frac{P}{2}[\sin(2\omega t+\psi)+\sin\psi] \\ &-\frac{Q}{2}[-\cos(2\omega t+\psi)+\cos\psi]\Big\}\varepsilon^{-\beta t}\Big] \end{aligned} \qquad \ldots\ldots\ (11\ .\ 38)$$

على هذا الاساس يتكون تيار الطور من:

(1) مركبة ذات تردد زاوي قدره ω واتساع ثابت، وهذه هي مركبة "تيار الدائرة القصيرة للمنتج في الحالة المستقرة".
(2) مركبة ذات تردد زاوي قدره ω لها مقدار يتلاشى وفقاً لثابت الزمن $T'_d=1/\alpha$.
(3) مركبة ذات تردد زاوي قدره 2ω، اي المركبة التوافقية الثانية، تتضاءل تدريجياً وفقاً لثابت الزمن $T_a=1/\beta$.

(4) مركبة احادية الاتجاه تتضاءل ايضاً تدريجياً وفقا لثابت الزمن $1/\beta=T_a$.

يجب ان نتذكر ان حاصل ضرب المقاومات عادة يكون قليلاً مقارنة بحاصل ضرب المفاعلات، لذلك فأن المقارنة بين F و K تبين ان مقدار تيار الحالة المستقرة يكون تقريباً كما يلي

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_d L'_d}F = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}\frac{L_F L_q L'_d}{L_d\omega^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}}{L_d} = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{X_{Fd}}{X_d} \quad \text{...... (11 . 39)}$$

لكن $\sqrt{\frac{2}{3}}(V_F/R_F)X_{Fd}$ هي القوة الدافعة الكهربائية في حالة الدائرة المفتوحة(ق. د. ك)، حيث انها بأهمال التغيرات في التشبع، ولفولتية طرف V_F للفيفة المجال تمثل بـ $\hat{E}$. لذا فأن ج. م. ت. لتيار القصر في الحالة المستقرة يكون E/X_d كما تم بيانه سلفاً في الفصل العاشر (البند 2 . 5 . 10).

وبالاسلوب نفسه، فأن اهمال N عند مقارنتها بـ G يعطي تقريباً المركبة العابرة للتردد الاساسي كما يلي

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}G = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}\frac{L_F L_q(1-L'_d/L_d)}{\omega^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}}{L'_d}(1-L'_d/L_d) = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F L_{Fd}}{R_F}\left\{\frac{1}{L'_d}-\frac{1}{L_d}\right\} = \frac{\hat{E}}{X'_d}-\frac{\hat{E}}{X_d} \quad \text{....... (11 . 40)}$$

اذن فأن التيار الابتدائي الكلي (ج. م. ت) ذا التردد الزاوي ω يكون

$\{(E/X'_d)-(E/X_d)\}+E/X_d = E/X'_d$،

الذي فيه E/X_d تمثل مركبة الحالة المستقرة و $\{(E/X'_d) - (E/X_d)\}$ تمثل المركبة العابرة ذات ثابت زمن قدره T'_d. وعلى هذا الاساس فأن X'_d هي المركبة الكلية المتناوبة للتيار بعد حدوث الدائرة القصيرة بدلالة فولتية الدائرة المفتوحة، وتدعى هذه "المفاعلة العابرة للمحور المباشر".

ان المقارنة بين (H,J,P) و Q تبين ان الحدود الاساسية هي تلك التي تحتوي على H و Q. فعند اهمال الحدود الباقية، تقريباً اولياً، تعطي المركبة التوافقية الثانية والمركبة الاحادية الاتجاه بصفة

$$-\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}\frac{1}{2}[-L_F L_q\{\cos(2\omega t+\psi)+\cos\psi\}/\omega^2$$

$$+L_F L'_d\{\cos(2\omega t+\psi)-\cos\psi\}/\omega^2]\varepsilon^{-\beta t}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}\frac{1}{2}[L_F(L_q-L'_d)\cos(2\omega t+\psi)/\omega^2$$

$$+L_F(L_q+L'_d)\cos\psi/\omega^2]\varepsilon^{-\beta t}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}}{2}\left\{\frac{1}{L'_d}-\frac{1}{L_q}\right\}\varepsilon^{-\beta t}\cos(2\omega t+\psi)$$

$$+\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{V_F}{R_F}\frac{L_{Fd}}{2}\left\{\frac{1}{L'_d}+\frac{1}{L_q}\right\}\varepsilon^{-\beta t}\cos\psi$$

$$=\frac{\hat{E}}{2}\left\{\frac{1}{X'_d}-\frac{1}{X_q}\right\}\varepsilon^{-\beta t}\cos(2\omega t+\psi)+\frac{\hat{E}}{2}\left\{\frac{1}{X'_d}+\frac{1}{X_q}\right\}\varepsilon^{-\beta t}\cos\psi \quad (11\,.\,41)$$

لذا فأن التوافقية الثانية تميل الى الصغر عندما يكون X'_d و X_q لهما مرتبة المقدار نفسها فقط.

ان التوافقية الثانية والمركبة الاحادية الاتجاه تتضاءلان كلتيهما وفقاً لثابت الزمن $1/\beta=T_a$.

11.2.4 الممانعة للتتابع السالب — Impedance to Negative Sequence

لغرض اجراء دراسات على المنظومات من الضروري ان تكون هناك قيمة معلومة لممانعة الماكنة التزامنية لكل من تيار وفولتية التتابع السالب. وبما ان التوافقيات تظهر في التيار وان كانت الفولتية جيبية، وتظهر في الفولتية وان كان التيار جيبياً، لذلك فأن الممانعة للتتابع السالب يمكن عدّها لهذا الغرض النسبة بين مركبة التردد الاساسي للفولتية الى مركبة التردد الاساسي للتيار. وتختلف النتيجة بصورة طفيفة اذا كانت الفولتية جيبية عن قيمتها فيما لو كان التيار جيبياً. وسيتم هنا توضيح كلتا الحالتين.

لهذا الغرض تكون فولتية الطرف للفيفة المجال معدومة حيث عدّت اللفيفة مغلقة خلال مقاومة مهملة. ويمكن تعليل ذلك بأن المنتج المثير له مقاومة قليلة جداً مقارنة بمقاومة لفيفة مجال الماكنة التزامنية اذا كانت كفاءة المثير عالية نسبياً. ولاتوجد اثارة تحت ظروف التتابع السالب البحتة. وفي حالة كون لفيفة المجال للماكنة التزامنية مقصورة الدائرة فمن المفيد حذفها بوساطة تجزئة مصفوفة الممانعة.

$$
\mathbf{Z} = \begin{array}{c|cc|c|}
 & d & q & F \\
\hline
d & R_a + L_d p & L_q \omega & L_{Fd} p \\
q & -L_d \omega & R_a + L_q p & -L_{Fd} \omega \\
\hline
F & L_{Fd} p & & R_F + L_F p \\
\hline
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ldots (11\ .\ 42)
$$

$$
\mathbf{Z}' = \begin{array}{c|cc|}
 & d & q \\
\hline
d & R_a + L_d p & L_q \omega \\
q & -L_d \omega & R_a + L_q p \\
\hline
\end{array}
$$

$$
- \begin{array}{c|c|}
 & F \\
\hline
d & L_{Fd} p \\
q & -L_{Fd} \omega \\
\hline
\end{array}
\;
F \begin{array}{|c|}
F \\
\hline
\dfrac{1}{R_F + L_F p} \\
\hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|cc|}
 & d & q \\
\hline
F & L_{Fd} p & \\
\hline
\end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c|cc|}
 & d & q \\
\hline
d & R_a + L_d p & L_q \omega \\
q & -L_d \omega & R_a + L_q p \\
\hline
\end{array}
-
\begin{array}{c|cc|}
 & d & q \\
\hline
d & \dfrac{L_{Fd}^2 p^2}{R_F + L_F p} & \\
q & \dfrac{-L_{Fd}^2 \omega p}{R_F + L_F p} & \\
\hline
\end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c|cc|}
 & d & q \\
\hline
d & R_a + L_d p - \dfrac{L_{Fd}^2 p^2}{R_F + L_F p} & L_q \omega \\
q & -L_d \omega + \dfrac{L_{Fd}^2 \omega p}{R_F + L_F p} & R_a + L_q p \\
\hline
\end{array}
\qquad \ldots\ldots\ldots (11\ .\ 43)
$$

وهذه المانعة لايمكن اختصارها اكثر من هذا الا اذا اهملنا مقاومة لفيفة المجال. وبهذا التقريب تكون مصفوفة المانعة كما يلي:

$$
\begin{array}{c|cc|}
 & d & q \\
\hline
d & R_a + (L_d - L_{Fd}^2 / L_F) p & L_q \omega \\
q & -(L_d - L_{Fd}^2 / L_F) \omega & R_a + L_q p \\
\hline
\end{array}
=
\begin{array}{c|cc|}
 & d & q \\
\hline
d & R_a + L_d' p & L_q \omega \\
q & -L_d' \omega & R_a + L_q p \\
\hline
\end{array}
\qquad (11\ .\ 44)
$$

11 . 2 . 5 الممانعة الى تيار التتابع السالب
Impedance to Negative - Sequence Current

لنتبصر في التيارات $i^a = \hat{I} \sin \omega t$, $i^b = \hat{I} \sin (\omega t + 2\pi/3)$ و $i^c = \hat{I} \sin (\omega t + 4\pi/3)$
لتي تحتوي على التتابع السالب المطلوب، ذلك لأن i^c يتقدم على i^b بزاوية قدرها $2\pi/3$ و i^b يتقدم على i^a بزاوية قدرها $2\pi/3$. والتحويل الى محاور المرجع (d,q,o) يعطي

$$\begin{matrix} d \\ q \\ o \end{matrix} \begin{bmatrix} i^d \\ i^q \\ i^o \end{bmatrix} = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{matrix} d \\ q \\ o \end{matrix} \overset{\begin{matrix} a & \quad\quad b & \quad\quad\quad c \end{matrix}}{\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ \sin\theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 4\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}} \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} \begin{bmatrix} \hat{I} \sin \omega t \\ \hat{I} \sin(\omega t + 2\pi/3) \\ \hat{I} \sin(\omega t + 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{matrix} d \\ \\ q \\ \\ o \end{matrix} \begin{bmatrix} \hat{I}\{\sin \omega t \cos \theta + \sin(\omega t + 2\pi/3) \cos(\theta - 2\pi/3) \\ + \sin(\omega t + 4\pi/3) \cos(\theta - 4\pi/3)\} \\ \hat{I}\{\sin \omega t \sin \theta + \sin(\omega t + 2\pi/3) \sin(\theta - 2\pi/3) \\ + \sin(\omega t + 4\pi/3) \sin(\theta - 4\pi/3)\} \\ \; \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{\tfrac{2}{3}} \begin{matrix} d \\ q \\ o \end{matrix} \begin{bmatrix} \tfrac{3}{2}\hat{I} \sin(\omega t + \theta) \\ -\tfrac{3}{2}\hat{I} \cos(\omega t + \theta) \\ \; \end{bmatrix}$$

$$= \sqrt{\tfrac{3}{2}} \begin{matrix} d \\ q \\ o \end{matrix} \begin{bmatrix} \hat{I} \sin(2\omega t + \psi) \\ -\hat{I} \cos(2\omega t + \psi) \\ \; \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots\ldots \ (11 . 45)$$

حيث ان $\theta = \omega t + \psi$.
اذا الغي محور التتابع الصفري، فأن معادلة الفولتية تكون الان

$$
\begin{array}{c} \\ d \\ q \end{array}
\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix}
=
\begin{array}{c} \\ d \\ q \end{array}
\begin{array}{cc} d & q \\ \hline R_a+L'_d p & L_q\omega \\ -L'_d\omega & R_a+L_q p \end{array}
\sqrt{\tfrac{3}{2}}
\begin{array}{c} d \\ q \end{array}
\begin{bmatrix} \hat{I}\sin(2\omega t+\psi) \\ -\hat{I}\cos(2\omega t+\psi) \end{bmatrix}
$$

$$
=\sqrt{\tfrac{3}{2}}\;
\begin{array}{c} d \\ q \end{array}
\begin{bmatrix} R_a\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)+L'_d p\{\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)\}-L_q\omega\hat{I}\cos(2\omega t+\psi) \\ -L'_d\omega\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)-R_a\hat{I}\cos(2\omega t+\psi)+L_q p\{-\hat{I}\cos(2\omega t+\psi)\} \end{bmatrix}
\quad (11\ .\ 46)
$$

بأعادة ترتيب المصفوفة اعلاه واجراء عمليات التفاضل يكون

$$
\begin{array}{c} d \\ q \end{array}
\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix}
=\sqrt{\tfrac{3}{2}}\;
\begin{array}{c} d \\ q \end{array}
\begin{bmatrix} R_a\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)+2\omega L'_d\hat{I}\cos(2\omega t+\psi)-L_q\omega\hat{I}\cos(2\omega t+\psi) \\ -R_a\hat{I}\cos(2\omega t+\psi)-L'_d\omega\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)+2\omega L_q\hat{I}\sin(2\omega t+\psi) \end{bmatrix}
$$

$$
=\sqrt{\tfrac{3}{2}}\;
\begin{array}{c} d \\ q \end{array}
\begin{bmatrix} R_a\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)+(2L'_d-L_q)\omega\hat{I}\cos(2\omega t+\psi) \\ -R_a\hat{I}\cos(2\omega t+\psi)+(2L_q-L'_d)\omega\hat{I}\sin(2\omega t+\psi) \end{bmatrix}
\quad \ldots\ldots\ (11\ .\ 47)
$$

ومنه نستنتج أن

$$
\begin{aligned}
v_a &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,[\cos\theta v_d+\sin\theta v_q+v_o/\sqrt{2}] \\
&= [R_a\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)\cos\theta+(2L'_d-L_q)\omega\hat{I}\cos(2\omega t+\psi)\cos\theta \\
&\quad -R_a\hat{I}\cos(2\omega t+\psi)\sin\theta+(2L_q-L'_d)\omega\hat{I}\sin(2\omega t+\psi)\sin\theta] \\
&= [R_a\hat{I}\sin(2\omega t+\psi-\theta) \\
&\quad +(2L'_d-L_q)(\omega/2)\,\hat{I}\{\cos(2\omega t+\psi+\theta)+\cos(2\omega t+\psi-\theta)\} \\
&\quad +(2L_q-L'_d)(\omega/2)\,\hat{I}\{-\cos(2\omega t+\psi+\theta)+\cos(2\omega t+\psi-\theta)\}] \\
&= [R_a\hat{I}\sin\omega t+(L'_d-L_q/2)\,\omega\hat{I}\{\cos(3\omega t+2\psi)+\cos\omega t\} \\
&\quad +(L'_d/2-L_q)\,\omega\hat{I}\{\cos(3\omega t+2\psi)-\cos\omega t\}] \\
&= R_a\hat{I}\sin\omega t+\frac{X'_d+X_q}{2}\hat{I}\cos\omega t+3\,\frac{X'_d-X_q}{2}\hat{I}\cos(3\omega t+2\psi) \quad (11\ .\ 48)
\end{aligned}
$$

وبما ان التيار في الطور ـ a هو $i^a=\hat{I}\sin\omega t$، فالمركبة الاساسية للفولتية تحتوي على هبوط فولتية مقاومي قدره $R_a i^a$ يكون بالطور نفسه مع التيار وتتقدم $(X'_d - X_q)i^a/2$ على التيار بزاوية قدرها $\pi/2$. على هذا الاساس تكون المفاعلة الى تيار تتابع السالب $(X'_d+X_q)/2$ والتي تمثل المتوسط الحسابي للمفاعلة العابرة للمحور المباشر والمفاعلة التزامنية للمحور التعامدي.

وتظهر ايضاً فولتية كبيرة للتوافقية الثالثة الا اذا كانت X'_d و X_q متساويتين تقريبا.

11 . 2 . 6 المانعة الى فولتية التتابع السالب Impedance to Negative - Sequence Voltage

بما ان فولتية التتابع السالب قد اعطيت والمطلوب ايجاد تيار تتابع السالب، فمن الضروري عكس مصفوفة المانعة. وعلى كل حال يمكننا البدء من المصفوفة الموضحة في المعادلة (44 . 11) التي حذف منها سطر وعمود لفيفة المجال. وسوف نهمل مقاومة المنتج اثناء حساب المفاعلة لكي نقلل من العمليات الجبرية على الرغم من ان هذا ليس اساسياً.

على هذا الاساس تكون مصفوفة المانعة

$$\begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & L'_d p & L_q \omega \\ q & -L'_d \omega & L_q p \end{array}$$

التي يكون محددها $L_q L'_d (p^2+\omega^2)$. اما المعكوس فيكون

$$\frac{1}{L_q L'_d (p^2+\omega^2)} \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & L_q p & -L_q \omega \\ q & L'_d \omega & L'_d p \end{array}$$

وتكون معادلة التيار

$$\begin{array}{c|c} d & i^d \\ q & i^q \end{array} = \frac{1}{L_q L'_d (p^2+\omega^2)} \begin{array}{c|cc} & d & q \\ \hline d & L_q p & -L_q \omega \\ q & L'_d \omega & L'_d p \end{array} \begin{array}{c|c} d & v_d \\ q & v_q \end{array} \quad \ldots \quad (11 \,.\, 49)$$

يمكن اخذ فولتية التتابع السالب على أنها

$$\begin{array}{c|c} a & v_a \\ b & v_b \\ c & v_c \end{array} = \begin{array}{c|c} a & \hat{V} \sin \omega t \\ b & \hat{V} \sin (\omega t + 2\pi/3) \\ c & \hat{V} \sin (\omega t + 4\pi/3) \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11 \,.\, 50)$$

وبالتحويل الى المحاور (d,q,o) يكون

$$\begin{array}{c|c|} d & v_d \\ q & v_q \\ o & v_o \end{array} = \sqrt{\tfrac{3}{2}} \begin{array}{c|c|} d & \hat{V} \sin(2\omega t+\psi) \\ q & -\hat{V} \cos(2\omega t+\psi) \\ o & \end{array} \qquad \cdots\cdots (11 . 51)$$

حيث منها يمكن الغاء محور التتابع الصفري، وان $(\theta=\omega t+\psi)$ كما اسلفنا.
لذا فأن معادلة تحويل لابلاس

$$\begin{array}{c|c|} d & \bar{i}^d \\ q & \bar{i}^q \end{array} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\hat{V}}{L_q L'_d(s^2+\omega^2)} \begin{array}{c|cc|} & d & q \\ d & L_q s & -L_q\omega \\ q & L'_d\omega & L'_d s \end{array} \begin{array}{c|c|} d & \dfrac{2\omega \cos\psi + s \sin\psi}{s^2+(2\omega)^2} \\ q & \dfrac{2\omega \sin\psi - s\cos\psi}{s^2+(2\omega)^2} \end{array}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\hat{V}}{L_q L'_d(s^2+\omega^2)\,\{s^2+(2\omega)^2\}} \begin{array}{c|c|} d & L_q(s^2 \sin\psi + 3\omega s \cos\psi - 2\omega^2 \sin\psi) \\ q & L'_d(-s^2\cos\psi + 3\omega s \sin\psi + 2\omega^2 \cos\psi) \end{array} (11\cdot52)$$

وبأخذ تحويلات التيارين بصورة منفصلة

$$\begin{aligned} \bar{i}^d &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\hat{V}}{L'_d} \left[\frac{s^2 \sin\psi + 3\omega s \cos\psi - 2\omega^2 \sin\psi}{(s^2+\omega^2)\,\{s^2+(2\omega)^2\}}\right] \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\hat{V}}{L'_d} \left[\frac{As+B}{s^2+\omega^2} + \frac{Cs+D}{s^2+(2\omega)^2}\right] \quad \text{say.} \end{aligned} \qquad \cdots\cdots (11 . 53)$$

واذا وضعنا $s=j\omega$،

$$(j\omega A+B)(3\omega^2) = -3\omega^2 \sin\psi + j3\omega^2 \cos\psi$$

منه نستنتج ان

$$B = -\sin\psi \qquad \text{و} \qquad A = \cos\psi/\omega$$

واذا وضعنا $s=j2\omega$،

$$(j2\omega C+D)(-3\omega^2) = -6\omega^2 \sin\psi + j6\omega^2 \cos\psi$$

منه نستنتج ان

$$D = 2\sin\psi \quad \text{و} \quad C = -\cos\psi/\omega$$

لذلك فان

$$\bar{i}^{d} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{\omega L'_{d}}\left[\frac{s\cos\psi-\omega\sin\psi}{s^2+\omega^2}+\frac{-s\cos\psi+2\omega\sin\psi}{s^2+(2\omega)^2}\right] \quad (11.\ 54)$$

وكذلك

$$i^{d} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{X'_{d}}\{(\cos\omega t\cos\psi-\sin\omega t\sin\psi)$$
$$+(-\cos 2\omega t\cos\psi+\sin 2\omega t\sin\psi)\}$$
$$= \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{X'_{d}}\{\cos(\omega t+\psi)-\cos(2\omega t+\psi)\} \quad (11\ .\ 55)$$

وعلينا الآن ايجاد i^q بأجراء مشابه:

$$\bar{i}^{q} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{L_{q}}\left[\frac{-s^2\cos\psi+3\omega s\sin\psi+2\omega^2\cos\psi}{(s^2+\omega^2)\{s^2+(2\omega)^2\}}\right]$$
$$= \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{L_{q}}\left[\frac{Es+F}{s^2+\omega^2}+\frac{Gs+H}{s^2+(2\omega)^2}\right] \quad (11\ .\ 56)$$

فأذا وضعنا $s=j\omega$،

$$(j\omega E+F)(3\omega^2) = 3\omega^2\cos\psi + j3\omega^2\sin\psi$$

ونستنتج ان

$$F = \cos\psi \quad \text{و} \quad E = \sin\psi/\omega$$

واذا وضعنا $s=j2\omega$،

$$(j2\omega G+H)(-3\omega^2) = 6\omega^2 \cos\psi + j6\omega^2 \sin\psi$$

نستنتج ان

$$H = -2\cos\psi \quad \text{و} \quad G = -\sin\psi/\omega$$

لذلك فأن

$$\bar{i}^q = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{\omega L_q}\left[\frac{s\sin\psi+\omega\cos\psi}{s^2+\omega^2}+\frac{-s\sin\psi-2\omega\cos\psi}{s^2+(2\omega)^2}\right] \quad (11 . 57)$$

و

$$\begin{aligned} i^q &= \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{X_q}\{(\cos\omega t\sin\psi+\sin\omega t\cos\psi) \\ &\quad -(\cos 2\omega t\sin\psi+\sin 2\omega t\cos\psi)\} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\hat{V}}{X_q}\{\sin(\omega t+\psi)-\sin(2\omega t+\psi)\} \quad (11 . 58) \end{aligned}$$

يمكننا ايجاد التيار في الطور ـ a كما يلي

$$\begin{aligned} i^a &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\{i^d\cos\theta+i^q\sin\theta\} \\ &= \frac{\hat{V}}{X'_d}\{\cos\theta\cos(\omega t+\psi)-\cos\theta\cos(2\omega t+\psi)\} \\ &\quad +\frac{\hat{V}}{X_q}\{\sin\theta\sin(\omega t+\psi)-\sin\theta\sin(2\omega t+\psi)\} \\ &= \frac{\hat{V}}{2X'_d}\{1+\cos 2(\omega t+\psi)-\cos\omega t-\cos(3\omega t+2\psi)\} \quad (11 . 59) \\ &\quad +\frac{\hat{V}}{2X_q}\{1-\cos 2(\omega t+\psi)-\cos\omega t+\cos(3\omega t+2\psi)\}^{\star} \end{aligned}$$

وهكذا فأن مقدار المركبة الاساسية للتيار i^a هي $\hat{V}\{1/X'_d + 1/X_q\}/2$، وقيمة المفاعلة تكون

$$1/[\tfrac{1}{2}\{1/X'_d+1/X_q\}] = 2X'_dX_q/(X'_d+X_q)$$

★ ملاحظة: ان مركبة التيار i^a المستمرة تنشأ من الظروف الابتدائية. وفي الحقيقة هي مركبة عابرة، لكن بأهمال المقاومات نفقد العامل الاسي. واذا اخذنا v_a على انها $\hat{V}\cos\omega t$ بدلاً من $\hat{V}\sin\omega t$ فأن هذا يسبب عدم ظهور المركبة احادية الاتجاه.

سنلاحظ ان قيمة المانعة ستكون مختلفة اذا فرض ان التيار سيكون جيبياً او ان الفولتية ستكون جيبية. فعندما يكون تغير التيار جيبياً تكون المفاعلة المؤثرة المتوسط الحسابي للمفاعلتين X'_d و X_q، وعندما تكون الفولتية جيبية فأنها تكون المتوسط التوافقي لـ X'_d و X_q. وتعتمد القيمة العملية الملائمة على الدائرة الخارجية، وبما ان موجة التيار او الفولتية لاتخلو تماماً من التوافقيات، لذلك من المتوقع ان تكون القيمة المؤثرة بين هاتين القيمتين الحديتين.

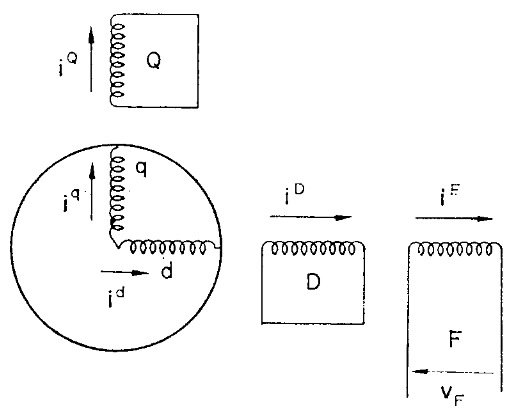
ومن الملاحظ ايضاً انه يمكن التعبير عن β الموضحة في المعادلة (19 . 11) وكذلك ثابت زمن المنتج في حالة الدائرة القصيرة T_a بدلالة مقاومة لفيفة المنتج والمفاعلة الى فولتية التتابع السالب. ويوجد، طبعاً، تفسير فيزيائي لهذه الحالة.

3 . 11 الماكنة التزامنية ذات الاقطاب البارزة وذات لفائف تخميد
The Synchronous Machine with Salient Poles and Damper Windings

ان التحليل السابق للمكائن التزامنية كان مثالياً الى حد عدم احتوائه على دوائر التخميد. والان يجب علينا قدر الامكان تأمل تأثيرات لفائف التخميد على اداء الحالة المستقرة المتوازنة وعلى اداء الحالة العابرة وكذلك التتابع السالب.

ان لفائف التخميد للمكائن التزامنية هي اجهزة بسيطة من الناحية الالية ولكنها معقدة كهربائياً. ان تحليل اداء الماكنة المحتوية على المخمدات مع الاهتمام بالشكل الحقيقي لدوائر هذه المخمدات يشكل مهمة صعبة. لذا فللتقريب يمكن معاملة لفائف التخميد على انها لفيفتان منفصلتان، احداهما على المحور المباشر والاخرى على المحور المتعامد. فالترتيب التخطيطي للماكنة موضح في الشكل 43 والذي فيه F تمثل لفيفة المجال و D لفيفة التخميد للمحور المباشر و Q لفيفة التخميد للمحور المتعامد.

يمكن كتابة مصفوفة الممانعة بدلالة محاور المرجع الثابتة وفقاً للقواعد المذكورة في الفقرة 5 . 5 من الفصل الخامس، على الرغم من ان عدد اللفائف اكثر من العدد المنظور اليه لحد الان. وفي بعض الاحيان يفترض ان المحاثات التبادلية جميعها تكون متساوية في حالة نسبها الى العدد نفسه من اللفات. وهذا الافتراض لايساعد في التحليل



شكل 43: ماكنة تزامنية بارزة القطب ذات لفائف تخميد

ولكن يبسط تصور المحاثة الذاتية على انها تتألف من تآلفات الفيض المتسرب والفيض التبادلي المشترك. وهذا الفرض غير مستخدم هنا.

	d	q	F	D	Q
d	$R_a+L_d p$	$L_q\dot{\theta}$	$M_{Fd}p$	$M_{Dd}p$	$M_{Qq}\dot{\theta}$
q	$-L_d\dot{\theta}$	$R_a+L_q p$	$-M_{Fd}\dot{\theta}$	$-M_{Dd}\dot{\theta}$	$M_{Qq}p$
F	$M_{Fd}p$		$R_F+L_F p$	$M_{DF}p$	
D	$M_{Dd}p$		$M_{DF}p$	$R_D+L_D p$	
Q		$M_{Qq}p$			$R_Q+L_Q p$

فعندما يكون اشتغال الماكنة تزامنيا وبفولتيها الطرفية تكون $\dot{\theta}=\omega$ ، وعند سرع اخرى، على سبيل المثال خلال تسارع محرك تزامني، تكون $\omega\neq\dot{\theta}$.

بما ان لفائف التخميد لفائف مغلقة، فأن فولتية الطرف لها تساوي صفراً ويكون من المفيد حذف المحاور D و Q. ولكن قبل الشروع بهذا العمل سوف نلاحظ ان المحدد لهذه المصفوفة هو من الدرجة الخامسة في p ، واذا تذكرنا الصعوبة وضرورة التقريب في حالة معادلة من الدرجة الثالثة لماكنة بدون تخميد، يكون من الواضح انه من غير الممكن عملياً محاولة حل هذه المعادلة ذات الدرجة الخامسة جبرياً بدون تقريب. من ناحية اخرى، يمكن حال مسألة ما عددياً لاية درجة مطلوبة من الدقة، لذلك يمكن دراسة اية ماكنة معينة بدون عمل الفرضيات الشاملة التي سوف نحتاج اليها عند دراسة الحالة العامة. بحذف المحاور D و Q نحصل على الممانعة.

	d	q	F
d	$R_a+L_d p$	$L_q\dot{\theta}$	$M_{Fd}p$
q	$-L_d\dot{\theta}$	$R_a+L_q p$	$-M_{Fd}\dot{\theta}$
F	$M_{Fd}p$		$R_F+L_F p$

−

	D	Q
d	$M_{Dd}p$	$M_{Qq}\dot{\theta}$
q	$-M_{Dd}\dot{\theta}$	$M_{Qq}p$
F	$M_{DF}p$	

	D	Q
D	$\dfrac{1}{R_D+L_D p}$	
Q		$\dfrac{1}{R_Q+L_Q p}$

	d	q	F
D	$M_{Dd}p$		$M_{DF}p$
Q		$M_{Qq}p$	

$$
= \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
\hline
d & R_a + L_d p & L_q \dot{\theta} & M_{Fd} p \\
\hline
q & -L_d \dot{\theta} & R_a + L_q p & -M_{Fd} \dot{\theta} \\
\hline
F & M_{Fd} p & & R_F + L_F p \\
\hline
\end{array}
\qquad (11\ .\ 60)
$$

$$
- \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
\hline
d & \dfrac{M_{Dd}^2 p^2}{R_D + L_D p} & \dfrac{M_{Qq}^2 \dot{\theta} p}{R_Q + L_Q p} & \dfrac{M_{Dd} M_{DF} p^2}{R_D + L_D p} \\
\hline
q & -\dfrac{M_{Dd}^2 \dot{\theta} p}{R_D + L_D p} & \dfrac{M_{Qq}^2 p^2}{R_Q + L_Q p} & -\dfrac{M_{Dd} M_{DF} \dot{\theta} p}{R_D + L_D p} \\
\hline
F & \dfrac{M_{DF} M_{Dd} p^2}{R_D + L_D p} & & \dfrac{M_{DF}^2 p^2}{R_D + L_D p} \\
\hline
\end{array}
$$

$$
= \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & F \\
\hline
d & R_a + \left[L_d - \dfrac{M_{Dd}^2 p}{R_D + L_D p} \right] p & \left[L_q - \dfrac{M_{Qq}^2 p}{R_Q + L_Q p} \right] \dot{\theta} & \left[M_{Fd} - \dfrac{M_{DF} M_{Dd} p}{R_D + L_D p} \right] p \\
\hline
q & -\left[L_d - \dfrac{M_{Dd}^2 p}{R_D + L_D p} \right] \dot{\theta} & R_a + \left[L_q - \dfrac{M_{Qq}^2 p}{R_Q + L_Q p} \right] p & -\left[M_{Fd} - \dfrac{M_{DF} M_{Dd} p}{R_D + L_D p} \right] \dot{\theta} \\
\hline
F & \left[M_{Fd} - \dfrac{M_{DF} M_{Dd} p}{R_D + L_D p} \right] p & & R_F + \left[L_F - \dfrac{M_{DF}^2 p}{R_D + L_D p} \right] p \\
\hline
\end{array}
$$

(11 . 61)

11 . 3 . 1 ظروف الحالة المستقرة المتوازنة ·
Balanced Steady - State Conditions

تحت ظروف الحالة المستقرة المتوازنة وعند تسليط فولتية مستمرة الى لفائف المجال يمكن الحصول على الممانعة بالتعويض عن p بصفر، وتكون هذه الممانعة مماثلة تماماً لممانعة الماكنة التي ليس لها لفائف تخميد.

11 . 3 . 2 الظروف العابرة
Transient Conditions

نحن بحاجة الى تبصر ابعد في الظروف العابرة والظروف غير المتوازنة.

ان قيمة المحدد للمصفوفة اعلاه لاتزال تقودنا الى معادلة من الدرجة الخامسة ولكي نجري اي تقليص في الرتبة علينا ان نهمل مقاومة لفائف التخميد . وهذا يمكن تسويغه للمولدات التي تكون فيها المقاومة القليلة للمخمدات مثالية، ولكن هذا الفرض مغلوط كلياً في حالة المحركات التزامنية حيث ان مقاومة مخمداتها العالية يمكن ان تستعمل للحصول على عزم دوران ابتدائي ملائم. وعلى كل حال لايوجد لدينا بديل، وبذلك تكون مصفوفة الممانعة الناجمة هي:

	d	q	F
d	$R_a+\left[L_d-\dfrac{M_{Dd}^2}{L_D}\right]p$	$\left[L_q-\dfrac{M_{Qq}^2}{L_Q}\right]\dot{\theta}$	$\left[M_{Fd}-\dfrac{M_{DF}M_{Dd}}{L_D}\right]p$
q	$-\left[L_d-\dfrac{M_{Dd}^2}{L_D}\right]\dot{\theta}$	$R_a+\left[L_q-\dfrac{M_{Qq}^2}{L_Q}\right]p$	$-\left[M_{Fd}-\dfrac{M_{DF}M_{Dd}}{L_D}\right]\dot{\theta}$
F	$\left[M_{Fd}-\dfrac{M_{DF}M_{Dd}}{L_D}\right]p$		$R_F+\left[L_F-\dfrac{M_{DF}^2}{L_D}\right]p$

ان شكل مصفوفة الممانعة اعلاه يشبه تماماً شكلها في حالة الماكنة التي بدون تخميد الموضحة في المعادلة (54 . 10) عدا كون المحاثات في هذه الحالة اكثر تعقيداً. ويكون المحدد من الدرجة الثالثة في p حيث ان كل تعبير رياضي داخل الاقواس يقل الى محاثة مفردة.

11 . 3 . 3 قصر دائرة ثلاثي الطور مفاجيء لماكنة مفتوحة الدائرة
Sudden Three - phase Short Circuit from Open Circuit

يمكن استخدام نتائج التحليلات السابقة لقصر دائرة ثلاثي الطور المفاجيء لماكنة بدون تخميد وذلك للاقتصاد بالجهد بوساطة التعويض عن L_d بـ $\{L_d - (M_{Dd}^2/L_D)\}$ والخ . لذلك فأن مركبات التيار المار خلال المنتج ولفائف المجال هي تماما كما في الحالة السابقة عدا احتمال اختلاف مقاديرها وتناقصها. وعلى كل حال يجب ان نتذكر اننا قد اهملنا مقاومات المخمد فخسرنا ثابتي الزمن لذلك يجب ان نحاول استعادتها مؤخراً.

ان مفاعلة المحور المباشر المؤثرة لماكنة بدون لفيفة تخميد X'_d* تقابل المحاثة العابرة L'_d التي تساوي $\{L_d - (M_{Fd}^2/L_F)\}$. من ناحية اخرى، في مصفوفة الممانعة الحالية، حيث ظهرت L_d سابقاً، قد ظهرت الان $\{L_d - (M_{Dd}^2/L_D)\}$، و $\{M_{Fd} - (M_{DF}M_{Dd}/L_D)\}$ بدلاً من M_{Fd} و $\{L_F - (M_{DF}^2/L_D)\}$ قد ظهرت بدلاً من L_F. اذن يمكننا القول مباشرة ان المحاثة المؤثرة على المحور المباشر البديلة من L'_d تكون

$$\begin{aligned} L''_d &= \left\{L_d - \frac{M_{Dd}^2}{L_D}\right\} - \frac{\left\{M_{Fd} - \dfrac{M_{DF}M_{Dd}}{L_D}\right\}^2}{\left\{L_F - \dfrac{M_{DF}^2}{L_D}\right\}} \\ &= L_d - \frac{M_{Dd}^2}{L_D} - \frac{L_D^2M_{Fd}^2 - 2L_DM_{Fd}M_{DF}M_{Dd} + M_{DF}^2M_{Dd}^2}{L_D(L_DL_F - M_{DF}^2)} \\ &= L_d - \frac{\begin{bmatrix} L_DL_FM_{Dd}^2 - M_{Dd}^2M_{DF}^2 + L_D^2M_{Fd}^2 \\ -2L_DM_{Fd}M_{DF}M_{Dd} + M_{DF}^2M_{Dd}^2 \end{bmatrix}}{L_D(L_DL_F - M_{DF}^2)} \\ &= L_d - \frac{L_FM_{Dd}^2 - 2M_{Fd}M_{DF}M_{Dd} + L_DM_{Fd}^2}{L_DL_F - M_{DF}^2} \end{aligned} \tag{11 . 62}$$

ان L''_d تسمى المحاثة دون العابرة للمحور المباشر ومفاعلتها المناظرة تكون $X''_d=\omega L''_d$ التي تسمى بالمفاعلة دون العابرة للمحور المباشر.

ان قيمة المركبة المتناوبة لتيار طوري مباشرة بعد حصول دائرة قصيرة مفاجئة تكون الآن E/X''_d ويمكن كتابتها كما يلي

$$\left\{\frac{E}{X''_d} - \frac{E}{X'_d}\right\} + \left\{\frac{E}{X'_d} - \frac{E}{X_d}\right\} + \frac{E}{X_d}$$

حيث ان E/X_d هي مركبة الحالة المستقرة كما في الماكنة التي بدون مخمدات، اما $(E/X'_d - E/X_d)$ فتمثل المركبة "العابرة" كما في الماكنة التي بدون مخمدات، وتمثل $(E/X''_d - E/X'_d)$ المركبة "دون العابرة" نتيجة وجود المخمدات والتي لاتمتلك وفقاً لذلك نظيراً في المكائن عديمة المخمدات.

من الملاحظ في الحالة التي لايكون فيها تخميد، ان ثابت زمن تيار المنتج العابر يكون مشابهاً لحالة التيار المحتث احادي الاتجاه في لفيفة المجال. وقد اجريت هنا تحليلات مماثلة لتبين ان التناقصات في

---

* انظر البند 3 . 2 . 11 من هذا الفصل.

المركبات المتناوبة العابرة ودون العابرة لتيار المنتج تكون مشابهة للمركبات المحتثة الاحادية الاتجاه في لفائف المجال والتخميد على التوالي. ويلاحظ انه، ليست لدينا وسائل لاكتشاف ثوابت الزمن للمركبة دون العابرة في حالة اهمال مقاومات لفائف التخميد. غير انه في الحالة العددية يمكننا المتابعة بأستخدام المعرفة التجريبية فقط حيث ان ثوابت الزمن للفائف التخميد تكون اقل كثيراً من تلك التي تكون لثوابت زمن لفائف المنتج والمجال، لذا فأن التناقص نتيجة مقاومات لفائف المنتج والمجال يعدّ مهملاً مقارنة بتناقص مقاومة لفائف التخميد ذاتها. لذلك نهمل مقاومات دوائر المنتج والمجال في حالة حساب ثوابت الزمن للفائف التخميد. وبهذا التقريب يمكن كتابة مصفوفة الممانعة كما يلي

	d	q	F	D	Q
d	$L_d p$	$L_q \dot{\theta}$	$M_{Fd} p$	$M_{Dd} p$	$M_{Qq} \dot{\theta}$
q	$-L_d \dot{\theta}$	$L_q p$	$-M_{Fd} \dot{\theta}$	$-M_{Dd} \dot{\theta}$	$M_{Qq} p$
F	$M_{Fd} p$		$L_F p$	$M_{DF} p$	
D	$M_{Dd} p$		$M_{DF} p$	$R_D + L_D p$	
Q		$M_{Qq} p$			$R_Q + L_Q p$

ومحدد هذه المصفوفة يكون

$$\left\{R_Q + \left(L_Q - \frac{M_{Qq}^2}{L_q}\right)p\right\} L_q p(p^2 + \dot{\theta}^2)$$
$$\times\{(L_D L_d L_F - L_D M_{Fd}^2 - L_d M_{DF}^2 + 2M_{DF} M_{Fd} M_{Dd} - L_F M_{Dd}^2)p + (L_d L_F - M_{Fd}^2)R_D\}$$

وبذلك يكون لدينا "ثابت زمن دائرة قصيرة دون العابر للمحور المباشر" كما يلي

$$T_d'' = \frac{L_D L_d L_F - L_D M_{Fd}^2 - L_d M_{DF}^2 + 2M_{DF} M_{Fd} M_{Dd} - L_F M_{Dd}^2}{R_D(L_d L_F - M_{Fd}^2)}$$
$$= \frac{L_D L_F - M_{DF}^2}{L_d L_F - M_{Fd}^2} \times \frac{L_D L_d L_F - L_D M_{Fd}^2 - L_d M_{DF}^2 + 2M_{DF} M_{Fd} M_{Dd} - L_F M_{Dd}^2}{R_D(L_D L_F - M_{DF}^2)}$$

$$= \frac{L_D - M_{DF}^2/L_F}{L_d - M_{Fd}^2/L_F} \frac{1}{R_D} \left(L_d - \frac{L_F M_{Dd}^2 - 2M_{Fd} M_{DF} M_{Dd} + L_D M_{Fd}^2}{L_F L_D - M_{DF}^2} \right)$$

$$= \frac{L_D - M_{DF}^2/L_F}{L'_d} \frac{L''_d}{R_D}$$

$$= \frac{L_D - M_{DF}^2/L_F}{R_D} \frac{L''_d}{L'_d} \qquad (11 . 63)$$

الذي يرتبط بالتيار احادي الاتجاه للفيفة التخميد على المحور المباشر ومن ثم ايضاً الى المركبة دون العابرة المقابلة للتيار المتناوب في لفائف المنتج.

ويكون لدينا ايضاً "ثابت زمن دائرة قصيرة دون العابر للمحور المتعامد" كما يلي

$$T''_q = \frac{L_Q - M_{Qq}^2/L_q}{R_Q} = \frac{L_Q}{R_Q} \frac{L_q - M_{Qq}^2/L_Q}{L_q}$$

$$= \frac{L_Q}{R_Q} \frac{L''_q}{L_q} \qquad (11 . 64)$$

حيث ان

$$L''_q = L_q - M_{Qq}^2/L_Q$$

إن T''_q يمكن ان ينسب لأي تيار محتث احادي الاتجاه في لفيفة التخميد للمحور المتعامد، وليس له علاقة بحالتنا الحالية.

وتدعى المفاعلة $X''_q = \omega L''_q$ بـ "المفاعلة دون العابرة للمحور التعامدي".

لكون قيمة ثابت زمن لفيفة المجال اكبر بكثير من ذلك الذي للفيفة تخميد المحور المباشر، فأنه سوف لايكون هناك الا تناقص قليل في التيار الحثي احادي الاتجاه للفيفة المجال في الوقت نفسه الذي اصبح فيه تيار لفائف التخميد صغيراً جداً يمكن اهماله وبذلك فأن لفائف التخميد سوف لايكون لها دور يذكر في عملية تحديد النسبة التي تتضاءل بها مركبة تيار المجال هذه.

لذلك يكون للمركبة المتناوبة المناظرة للفيفة المنتج، ذات القيمة الابتدائية $\{E/X'_d - E/X_d\}$، ثابت زمن فعلي كما في الماكنة التي بدون لفيفة تخميد، وبالتحديد T'_d، الذي هو ثابت زمن دائرة قصيرة عابر للمحور المباشر.

وهكذا فأن مقدار المركبة المتناوبة لتيار المنتج بعد حدوث دائرة قصيرة مفاجئة على الاطوار الثلاثة يكون بالتقريب

$$E\left[\left\{\frac{1}{X''_d}-\frac{1}{X'_d}\right\}\varepsilon^{-t/T''_d}+\left\{\frac{1}{X'_d}-\frac{1}{X_d}\right\}\varepsilon^{-t/T'_d}+\frac{1}{X_d}\right]$$

ان قيمة ثابت زمن المنتج T_a الذي يحدد التناقص في المركبة احادية الاتجاه لتيار المنتج وكذلك المركبة المتناوبة لتيارات المجال وتيارات التخميد تختلف عن القيمة في التي بدون تخميد، لكن يمكن ايجاده بوساطة تحوير المحاثات وفقاً للمتغيرات في مصفوفة الممانعة للماكنة التي بدون تخميد الى مصفوفة الممانعة المذكورة سابقاً في الفقرة 12 . 11. في الماكنة التي بدون تخميد يكون ثابت الزمن

$$\frac{2}{R_a\left(\frac{1}{L'_d}+\frac{1}{L_q}\right)}=\frac{2L'_dL_q}{R_a(L'_d+L_q)} \qquad (11\ .\ 65)$$

اذن فى الماكنة ذات التخميد سيكون ثابت الزمن

$$\frac{2L''_dL''_q}{R_a(L''_d+L''_q)}$$

نخلص من ذلك بشكل عام، انه في ماكنة ذات لفائف تخميد تحت ظروف عابرة، تكون مركبات التيار وثوابت زمنها كما يلي:

يحمل المنتج:

(1) تياراً عابراً احادي الاتجاه بثابت زمن قدره T_a.
(2) مركبة متناوبة مناظرة لتيار احادي الاتجاه في لفيفة تخميد المحور المباشر بثابت زمن قدره T''_d.
(3) مركبة متناوبة مناظرة لتيار عابر احادي الاتجاه في لفيفة المجال بثابت زمن قدره T'_d.
(4) مركبة متناوبة للحالة المستقرة.
(5) مركبة متناوبة مناظرة لتيار احادي الاتجاه فيلفيفة تخميد المحور التعامدي بثابت زمن قدره T''_q.
(6) مركبة توافقية ثانية متناوبة بثابت زمن مساوٍ لثابت زمن المركبة احادية الاتجاه اي T_a.

تحمل لفيفة المجال:

(1) مركبة متناوبة مناظرة للمركبة احادية الاتجاه لتيار المنتج بثابت زمن قدره T_a.
(2) تياراً محتثاً احادي الاتجاه بثابت زمن قدره T'_d.
(3) تياراً مستمراً للحالة المستقرة.

تحمل لفيفة تخميد المحور المباشر:

(1) مركبة متناوبة مناظرة للمركبة احادية الاتجاه لتيار المنتج بثابت زمن قدره T_a .
(2) تياراً محتثاً احادي الاتجاه بثابت زمن قدره T''_d .

وتحمل لفيفة تخميد المحور المتعامد:

(1) مركبة متناوبة مناظرة للمركبة احادية الاتجاه لتيار المنتج بثابت زمن قدره T_a .
(2) تياراً محتثاً احادي الاتجاه بثابت زمن قدره T''_q .

11 . 3 . 4 الممانعة للتتابع السالب — Impedance to Negative Sequence

ان المفاعلة لتيار التتابع السالب لماكنة بدون لفائف تخميد قد استنتجت* سابقاً في هذا الفصل وهي $\omega(L'_d+L_q)/2$ ، اي انها تكون $\omega(L_d-M^2_{Fd}/L_F+L_q)/2$.

وتكون هذه المفاعلة لماكنة ذات لفائف تخميد كما يلي

$$\omega\left[\left(L_d-\frac{M^2_{Dd}}{L_D}\right)-\frac{\left(M_{Fd}-\dfrac{M_{DF}M_{Dd}}{L_D}\right)^2}{L_F-\dfrac{M^2_{DF}}{L_D}}+\left(L_q-\frac{M^2_{Qq}}{L_Q}\right)\right]\cdot\frac{1}{2}$$
$$=\omega(L''_d+L''_q)/2=(X''_d+X''_q)/2 \qquad (11\ .\ 66)$$

وبالتشابه ، فأن المفاعلة لفولتية تتابع السالب لماكنة بدون دوائر تخميد كانت $2\omega L'_dL_q/(L'_d+L_q)$.** والقيمة المناظرة لها في ماكنة ذات لفائف تخميد تكون $2\omega L''_dL''_q/(L''_d+L''_q)=2X''_dX''_q/(X''_d+X''_q)$

يمكننا ان نلاحظ الان ان ثابت زمن دائرة قصيرة للمنتج T_a لماكنة ذات لفائف تخميد يمكن التعبير عنه بسهولة بدلالة مقاومة لفيفة المنتج والمفاعلة لفولتية التتابع السالب كما في الماكنة التي بدون لفائف تخميد بصيغة $X_n/(\omega R_a)$. يفضل هذا التعبير لانه اكثر عمومية من غيره.

---

* انظر البند 4 . 2 . 11 من هذا الفصل.

** انظر البند 5 . 2 . 11 من هذا الفصل.

يمكن تحديد قيم X'_d و X''_d من نتائج مرسمة التذبذبات لاختبار مفاجىء لدائرة قصيرة متماثلة بأستخدام التحليل الموضح سلفاً في البند 3 . 3 . 11 من هذا الفصل لهذا الظرف. من ناحية اخرى ليس قياس X''_q مسألة سهلة.

ان X'_d و X''_d و X''_q تمثل على التوالي، "المفاعلة العابرة للمحور المباشر"، "المفاعلة دون العابرة للمحور المباشر"، و "المفاعلة دون العابرة للمحور المتعامد" للنظرية الكلاسيكية.

لذا يمكن تحديد ثوابت الزمن برسم لوغارتمات المركبات المناسبة للتيارات عندما تكون المنحنيات مستقيمة فعلياً ويكون الميل معكوس ثابت الزمن.

ان ممانعات تتابع السالب يمكن حسابها من قيم X''_d و X''_q (او من X'_d و X'_q في حالة غياب ايٍّ من دوائرالتخميد) او، حيث يمكن عملياً، قياسها مباشرة على انها نسبة الفولتية الاساسية الى التيار الاساسي مع فولتية تتابع سالب مسلطة على دائرة المنتج بحيث تكون لفيفة المجال مقصورة الدائرة.

هذه الاختبارات المختلفة مشروحة في المرجع 18.

الفصل الثاني عشر

التذبذبات الصغيرة
Small Oscillations

12 . 1 التذبذبات الصغيرة — Small Oscillations

اذا تعرضت ماكنة ما تشتغل بسرعة ثابتة تحت ظروف حمل مستقرة لتغير دالة طفرة او دالة دفعية في الحمل او الفولتية الطرفية، فأنها سوف تعود بصورة اعتيادية الى ظروف الحالة المستقرة بسرعة ثابتة مع تذبذبات في السرعة او التيار او بدونها حول قيم الحالة المستقرة. كذلك، اذا تعرضت الماكنة لتغيرات دورية في الفولتية او في العزم حول متوسط القيمة، فسوف تكون هناك تغيرات دورية في السرعة والتيار. ان هذه الظواهر تبحث تحت العنوان "التذبذبات الصغيرة". وكلمة «صغيرة» تشير الى ان التغيرات حول متوسط القيمة قد عدت خطية ولايمكن تفسيرها بصورة عامة اذا كانت التذبذبات ذات اتساع كبير.

تكون ثوابت الزمن الالية للمكائن الكهربائية ومعداتها المقترنة معها ميكانيكياً في العادة كبيرة جدا، مقارنة مع ثوابت الزمن الكهربائية بحيث ان استخدام المعادلات الكهربائية للحالة المستقرة يكون دقيقاً الى درجة تكفي لتحديد التيارات والعزم الكهروديناميكي خلال التعجيل وخلال التذبذب. من ناحية اخرى، فأن هذا تقريب لايمكن تسويغه في حالة بعض المكائن مثل المحركات المؤازرة ذات القصور الذاتي الواطىء.

تكون معادلة الفولتية بدلالة محاور المرجع الثابتة كما يلي

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ri} + \mathbf{L}p\mathbf{i} + \mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i} \qquad (12 . 1)$$

وتكون المعادلة الالية المناظرة هي

العزم المسلط = عزم الاحتكاك + عزم القصور الذاتي − العزم الكهروديناميكي (التحريك)

وفي هذه المعادلة قد افترض ان العزم المسلط يكون اصطلاحيا بأتجاه العزم الكهروديناميكي نفسه من باب الاستفادة. ولماكنة ثنائية القطب يمكن كتابة* هذه المعادلة كما يلي

* في حالة الماكنة التي عدد ازواج الاقطاب فيها يساوي p، يمكن التعويض عن $\dot{\theta}$ بـ $\dot{\theta}/P$، وكذلك يمكن التعويض عن $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i}$ بـ $p\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i}$

$$T_s = F\dot{\theta} + Jp\dot{\theta} - \mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i} \qquad \cdots\cdots\ (12.2)$$

التي فيها T_s عزم محور الادارة، و $F\dot{\theta}$ عزم الاحتكاك، الذي فرض انه يتناسب مع السرعة (اي اللزوجة) و $Jp\dot{\theta} = Jd^2\theta/dt^2$ هو عزم القصور الذاتي الذي يكون J فيه العزم الثابت للقصور الذاتي، اما $\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i}$ فهو العزم الكهربائي الحركي (الالكتروديناميكي) الذي نعدّ التيار الداخل في تعبيره الرياضي في الوقت الحاضر، حقيقياً اي غير مركب.

افرض ان المنظومة تدور بسرعة ثابتة تحت ظروف الحالة المستقرة ممثلة بالمعادلات اعلاه، فعندما تكون هناك ازاحة قليلة عن الظروف المستقرة هذه، يمكننا كتابة تلك المعادلات كالآتي

$$\begin{aligned}(\mathbf{v}+\Delta\mathbf{v}) &= \mathbf{R}(\mathbf{i}+\Delta\mathbf{i}) + \mathbf{L}p(\mathbf{i}+\Delta\mathbf{i}) + \mathbf{G}(\dot{\theta}+\Delta\dot{\theta})\,(\mathbf{i}+\Delta\mathbf{i}) \\ (T_s+\Delta T_s) &= F(\dot{\theta}+\Delta\dot{\theta}) + Jp(\dot{\theta}+\Delta\dot{\theta}) - (\mathbf{i}+\Delta\mathbf{i})_t\,\mathbf{G}(\mathbf{i}+\Delta\mathbf{i})\end{aligned} \qquad (12.3)$$

الان : $(\mathbf{i}+\Delta\mathbf{i})_t = (\mathbf{i}_t+\Delta\mathbf{i}_t)$ ، بضرب حدود المعادلتين اعلاه نحصل على

$$\begin{aligned}\mathbf{v}+\Delta\mathbf{v} &= \mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{R}\,\Delta\mathbf{i} + \mathbf{L}p\mathbf{i} + \mathbf{L}p\,\Delta\mathbf{i} + \mathbf{G}\dot{\theta}\mathbf{i} + \mathbf{G}\,\Delta\dot{\theta}\mathbf{i} + \mathbf{G}\dot{\theta}\,\Delta\mathbf{i} + \mathbf{G}\,\Delta\dot{\theta}\,\Delta\mathbf{i} \\ T_s+\Delta T_s &= F\dot{\theta} + F\Delta\dot{\theta} + Jp\dot{\theta} + Jp\,\Delta\dot{\theta} - \mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i} - \Delta\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i} - \mathbf{i}_t\mathbf{G}\,\Delta\mathbf{i} - \Delta\mathbf{i}_t\mathbf{G}\,\Delta\mathbf{i}\end{aligned} \qquad (12.4)$$

في كلتا الحالتين يكون الحد الاخير كميات قليلة من الدرجة الثانية حيث يمكن اهماله. بعدئذ بطرح معادلات الحالة المستقرة من هذه المعادلات نحصل على المعادلات بين الازاحات القليلة كما يلي

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{v} &= \mathbf{R}\,\Delta\mathbf{i} + \mathbf{L}p\,\Delta\mathbf{i} + \mathbf{G}\Delta\dot{\theta}\mathbf{i} + \mathbf{G}\dot{\theta}\,\Delta\mathbf{i} \\ \Delta T_s &= F\Delta\dot{\theta} + Jp\,\Delta\dot{\theta} - \Delta\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i} - \mathbf{i}_t\mathbf{G}\,\Delta\mathbf{i}\end{aligned} \qquad (12.5)$$

ان $\Delta\dot{\theta}$ الان هي كمية عددية بحيث ان $\mathbf{G}\Delta\dot{\theta}\mathbf{i} = \mathbf{G}\mathbf{i}\Delta\dot{\theta}$ و $\Delta\mathbf{i}_t\mathbf{G}\mathbf{i}$ تكون عددية، لذا فأنها تساوي منقولتها نفسها $\mathbf{i}_t\mathbf{G}_t\Delta\mathbf{i}$.

اذن يمكن كتابة المعادلات كما يلي

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{v} &= (\mathbf{R}+\mathbf{L}p+\mathbf{G}\dot{\theta})\,\Delta\mathbf{i} + \mathbf{G}\mathbf{i}\,\Delta\dot{\theta} \\ \Delta T_s &= (F+Jp)\,\Delta\dot{\theta} - \mathbf{i}_t\mathbf{G}_t\,\Delta\mathbf{i} - \mathbf{i}_t\mathbf{G}\,\Delta\mathbf{i} \\ &= -\mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t)\,\Delta\mathbf{i} + (F+Jp)\,\Delta\dot{\theta}\end{aligned} \qquad (12.6)$$

او على شكل معادلة مصفوفية مركبة

$$\begin{vmatrix} \Delta \mathbf{v} \\ \Delta T_s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{R}+\mathbf{L}p+\mathbf{G}\dot{\theta} & \mathbf{Gi} \\ -\mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t) & F+Jp \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta \mathbf{i} \\ \Delta \dot{\theta} \end{vmatrix} \qquad (12\ .\ 7)$$

التي فيها $\mathbf{i}$، $\dot{\theta}$ و $\mathbf{i}_t$ هي قيم الحالة المستقرة او قيم حالة التوازن.

لذلك تعطي هذه المعادلة العلاقة بين التغيرات الصغيرة في الفولتية المسلطة والعزم والتغيرات الصغيرة المناظرة في التيار والسرعة عند التحول عن قيم الحالة المستقرة.

أما $\Delta\mathbf{i}$ و $\Delta\mathbf{v}$ و $\mathbf{Gi}$ فهي مصفوفات عمودية، و $-\mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t)$ هي مصفوفة سطرية، كما ان $(\mathbf{R}+\mathbf{L}p+\mathbf{G}\dot{\theta})$ هي مصفوفة مربعة وتمثل مصفوفة الممانعة الكهربائية العابرة الطبيعية $\mathbf{Z}$ لسرعة ثابتة مقدارها $\dot{\theta}$. اما ΔT_s و $F+Jp$ و $\Delta\dot{\theta}$ فهي مصفوفات ذات مرتبة احادية (1×1) اي مصفوفات عددية. وتدعى المصفوفة المركبة المربعة التامة بمصفوفة الممانعة الحركية ويرمز لها اعتيادياً بالرمز $\mathbf{Z}$.

عند تطبيق التحليل السالف ذكره يجب التذكر انه قد عبر عنه بدلالة محاور المرجع الثابتة، ويطبق عليها فقط، اي المحاور التي تكون جميعها ساكنة بعضها نسبة الى بعض. وليس من الضروري ان تكون هذه المحاور ساكنة نسبة الى الساكن او الدوار.

من الملاحظ نشوء حالتين هما:

(1) عندما يكون التياران $\mathbf{i}$ و $\mathbf{i}_t$ ثابتين اي تيارين مستمرين يكونان حقيقيين في المعنى الرياضي، و
(2) عندما يكون التياران $\mathbf{i}$ و $\mathbf{i}_t$ متناوبين فأن تمثيلهما في المعادلات الكهربائية (وهنا ايضاً) يكون بشكل اعداد مركبة.

ان اولى الحالتين السالف ذكرهما وحدهما قد تم تغطيتها بصورة كافية بوساطة التحليل اعلاه. على اية حال، يمكن معاملة كل حالات مكائن التيار المستمر ومكائن التيار المتناوب المتوازنة عند فولتية متوازنة ضمن التعبيرات هذه بأنتخاب محاور مرجع تكون ساكنة نسبة الى الفيض الرئيسي. وهذا قد تم بيانه آنفاً في الفصل العاشر وفي بداية الفقرتين 4 . 10 و 5 . 10 على انه الحالة المعتمدة في التحليل للمكائن التزامنية، وسوف يتم بيان استخدامه لاحقاً لدراسة المكائن الحثية المتوازنة.
ان الحالة الثانية تنشأ بالضرورة عندما تكون المنظومة غير متوازنة في اي حال من الاحوال اما طريقة معالجتها فقد اوردها كرون Kron*.

---

* انظر المرجع 2، الجزء 39، حزيران 1939، صفحة 302، وكذلك انظر المرجع 19 ، صفحة 62 - 61.

12 . 2 ماكنة التيار المستمر ذات الاثارة المنفصلة
Seperately Excited D.C. Machine

تكون مصفوفة الممانعة العابرة لماكنة التيار المستمر ذات الاثارة المنفصلة كما يلي

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & R_a+L_a p & -M\theta \\ \hline F & & R_F+L_F p \\ \hline \end{array} \qquad (12\,.\,8)$$

ومنها

$$\mathbf{G} = \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & & -M \\ \hline F & & \\ \hline \end{array} \qquad \text{و} \qquad \mathbf{G}_t = \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & & \\ \hline F & -M & \\ \hline \end{array}$$

اذن

$$\mathbf{G}+\mathbf{G}_t = \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & & -M \\ \hline F & -M & \\ \hline \end{array} \qquad (12\,.\,9)$$

لذلك فأن

$$\mathbf{Gi} = \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & & -M \\ \hline F & & \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|} a & I^a \\ \hline F & I^F \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|} a & -MI^F \\ \hline F & \\ \hline \end{array} \qquad (12\,.\,10)$$

و

$$-\mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t) = - \begin{array}{|c|c|} a & F \\ \hline I^a & I^F \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & & -M \\ \hline F & -M & \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{|c|c|} a & F \\ \hline MI^F & MI^a \\ \hline \end{array} \qquad (12\,.\,11)$$

وتكون مصفوفة ممانعة الحالة المستقرة

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & R_a & -M\dot{\theta} \\ \hline F & & R_F \\ \hline \end{array} \qquad (12\ .\ 12)$$

التي تكون قيمة معكوسها

$$\mathbf{Z}^{-1} = \frac{1}{R_a R_F} \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & R_F & M\dot{\theta} \\ \hline F & & R_a \\ \hline \end{array} \qquad (12\ .\ 13)$$

لذلك اذا كانت الفولتيات V_a و V_F ثابتةً، فأن التيارات I^a و I^F اعلاه يمكن اعطاؤها كما يلي

$$\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{v} = \frac{1}{R_a R_F} \begin{array}{c|c|c|} & a & F \\ \hline a & R_F & M\dot{\theta} \\ \hline F & & R_a \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|} \hline a & V_a \\ \hline F & V_F \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|} \hline a & V_a/R_a + (M\dot{\theta}/R_a)(V_F/R_F) \\ \hline F & V_F/R_F \\ \hline \end{array} \qquad (12\ .\ 14)$$

وتكون مصفوفة الممانعة الحركية

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|c|} & a & F & s \\ \hline a & R_a + L_a p & -M\dot{\theta} & -MI^F \\ \hline F & & R_F + L_F p & \\ \hline s & MI^F & MI^a & F + Jp \\ \hline \end{array} \qquad (12\ .\ 15)$$

حيث ان s قد استخدم على انه دليل المحور الميكانيكي.
ان قيمة محدد هذه المصفوفة تكون

$$= (R_F+L_Fp)\{(R_a+L_ap)(F+Jp)+M^2(I^F)^2\}$$
$$= (R_F+L_Fp)\{L_aJp^2+(L_aF+R_aJ)p+R_aF+M^2(I^F)^2\} \qquad (12\ .\ 16)$$

لذلك فأن عوامل هذا المحدد هي

$$L_FL_aJ(p+R_F/L_F)\left\{p+\frac{L_aF+JR_a+\sqrt{\{(L_aF-JR_a)^2-4L_aJM^2(I^F)^2\}}}{2L_aJ}\right\}$$
$$\times\left\{p+\frac{L_aF+JR_a-\sqrt{\{(L_aF-JR_a)^2-4L_aJM^2(I^F)^2\}}}{2_aLJ}\right\}$$

ان العامل $(p+R_F/L_F)$ سوف يؤدي الى مركبة احادية الاتجاه متضائلة للاستجابة. اما الزوج الاخير من العوامل فسوف يؤدي الى استجابة متذبذبة اذا كان $4L_aJM^2(I^F)^2 > (L_aF-JR_a)^2$ ، التي تكون محتملة الحدوث، لكن مرة اخرى إن هذه المركبة ستتضاءل ذلك لأن الجزء الحقيقي للعامل يكون آنئذٍ موجباً. واذا كان $(L_aF-JR_a)^2 > 4L_aJM^2(I^F)^2$ فأن العوامل جميعها سوف تمتلك اجزاء حقيقية موجبة، لذا فأن الاستجابة العابرة سوف تحتوي على ثلاث مركبات احادية الاتجاه متضائلة. على هذا الاساس، ففي الحالات جميعها تكون المنظومة مستقرة بأستمرار.

ان معكوس مصفوفة الممانعة الحركية يكون

$\mathbf{Z}^{-1} = \frac{1}{\Delta}$

	a	F	s
a	$(R_F+L_Fp)(F+Jp)$	$M\dot\theta(F+Jp)-M^2I^FI^a$	$MI^F(R_F+L_Fp)$
F		$(R_a+L_ap)(F+Jp)$ $+M^2(I^F)^2$	
s	$-MI^F(R_F+L_Fp)$	$-MI^a(R_a+L_ap)$ $-M^2\dot\theta I^F$	$(R_F+L_Fp)(R_a+L_ap)$

(12 . 17)

اذا كانت فولتيات المصدر ثابتة وسلط اضطراب جيبي بتردد زاوي قدره h مرة بقدر السرعة الزاوية $\dot\theta$ على محور الادارة، فأنئذٍ، يمكننا اكمال تحليل التذبذبات بالصيغة المركبة مع ان ظروف الحالة المستقرة قد تم تمثيلها بكميات حقيقية. واذا استخدمنا ω بدلاً من $\dot\theta$ ، وبما ان التردد الزاوي للاضطراب يكون hω، أمكن عندها ابدال p بالكمية jhω وبما ان

$$\begin{array}{c|c|} a & \Delta v_a \\ \hline F & \Delta v_F \\ \hline s & \Delta T_s \end{array} = \begin{array}{c|c|} a & 0 \\ \hline F & 0 \\ \hline s & \Delta T_s \end{array} \qquad (12\ .\ 18)$$

فأننا نحتاج العمود الاخير من $\mathbf{Z}^{-1}$ وحده للحصول على استجابة بالصيغة المركبة كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} a & \Delta i^a \\ \hline F & \Delta i^F \\ \hline s & \Delta \dot{\theta} \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|} a & MI^F(R_F+j\mathrm{h}X_F)\Delta T_s \\ \hline F & \\ \hline s & (R_F+j\mathrm{h}X_F)(R_a+j\mathrm{h}X_a)\Delta T_s \end{array} \qquad (12\ .\ 19)$$

حيث الان

$$\Delta = (R_F+j\mathrm{h}X_F)[\{R_aF+M^2(I^F)^2-\mathrm{h}^2X_a\omega J\}+j\mathrm{h}\{X_aF+R_a\omega J\}] \qquad (12\ .\ 20)$$

لذلك

$$\begin{array}{c|c|} a & \Delta i^a \\ \hline F & \Delta i^F \\ \hline s & \Delta \theta \end{array} = \begin{array}{c|c|} a & MI^F\Delta T_s/[\{R_aF+M^2(I^F)^2-\mathrm{h}^2X_a\omega J\}+j\mathrm{h}\{X_aF+R_a\omega J\}] \\ \hline F & \\ \hline s & (R_a+j\mathrm{h}X_a)\Delta T_s/[\{R_aF+M^2(I^F)^2-\mathrm{h}^2X_a\omega J\}+j\mathrm{h}\{X_aF+R_a\omega J\}] \end{array}$$

(12 . 21)

لذا فأن تيار المجال يكون ثابتاً لكن هناك تغيرات جيبية في تيار المنتج وسرعته، اللذين يمكن تحديد مقدارهما وزاوية طورهما بأستخدام هذه المعادلة.

12 . 3 الماكنة الحثية المتوازنة — Balanced Induction Machine

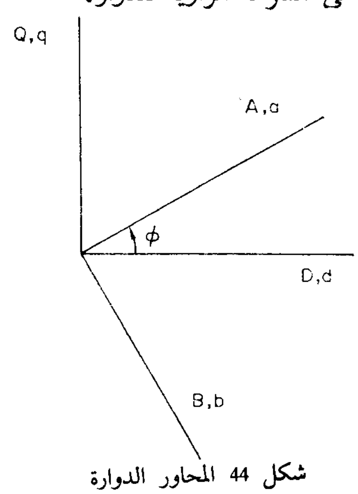
ان مصفوفة الممانعة العابرة لماكنة حثية متوازنة بدلالة محاور ثابتة نسبة الى الساكن تكون

		D	Q	p	q	
	D	R_S+L_Sp		Mp		
	Q		R_S+L_Sp		Mp	
$\mathbf{Z}=$	d	Mp	$M\dot{\theta}$	R_r+L_rp	$L_r\dot{\theta}$	(12 . 22)
	q	$-M\dot{\theta}$	Mp	$-L_r\dot{\theta}$	R_r+L_rp	

اذا استخدم التحويل الاتي،

		A	B	a	b	
	D	$\cos\phi$	$\sin\phi$			★
	Q	$\sin\phi$	$-\cos\phi$			
$\mathbf{C}=$	d			$\cos\phi$	$\sin\phi$	(12 . 23)
	q			$\sin\phi$	$-\cos\phi$	

فأن المحاور تتحول الى محاور جديدة متعامدة بزاوية قدرها ϕ نسبة الى النظام (D,Q,d,q)★★ كما هو موضح في الشكل 44. واذا كانت ϕ ثابتة وتساوي $\pi/2$، فمن الواضح انه لايوجد تغير في المصفوفة اكثر من إبدال الدلائل (D,Q,d,q) بوساطة (B,A,b,a) على التوالي. من ناحية اخرى، إذا كانت $\phi=\theta$، حيث ان θ (كالمعتاد) هي السرعة الزاوية للدوار،



شكل 44 المحاور الدوارة

★ ان استخدام الدلائل (A,B,a,b) هنا لايدل على اي ارتباط مع المحاور الثنائية او الثلاثية الطور.

★★هذه يمكن اثباتها بوساطة التقنية المستخدمة في الفصل السابع الفقرة 8 . 7.

فأن المحاور (A,B,a,b) جميعها تكون ثابتة نسبة الى الدوار. كذلك، اذا كانت ϕ متغيرة مع الزمن بحيث ان $\omega = \dot{\phi}$، حيث ω تمثل التردد الزاوي للاثارة المتوازنة في المحاور (D,Q,d,q) فأن المحاور الجديدة تكون ثابتة نسبة الى المجال الدائر، ويمكن ان توصف على انها المحاور "التزامنية". من الواضح ان المحاور الجديدة هذه ليست ساكنة بالنسبة الى اي جزء من التركيب الفيزيائي للماكنة عدا الحالة التي يكون الدوار فيها دائراً بسرعة تزامنية. مع ذلك، فعلى الرغم من كون هذه المحاور "ثابتة" فأنها تكون في سكون بنسبة بعضها الى بعض. وقد تكون هذه الحالة حقيقية اذا اختيرت $\dot{\phi}$ عشوائياً. لهذا السبب يمكننا المواصلة، كما هو الحال، بدون اية تعقيدات على $\dot{\phi}$. فعند تنفيذ المرحلة الاولى للتحويلات

نحصل على

		A	B	a	b
	D	$(R_S+L_Sp)\cos\phi$	$(R_S+L_Sp)\sin\phi$	$Mp\cos\phi$	$Mp\sin\phi$
	Q	$(R_S+L_Sp)\sin\phi$	$-(R_S+L_Sp)\cos\phi$	$Mp\sin\phi$	$-Mp\cos\phi$
ZC =	d	$M(p\cos\phi+\dot{\theta}\sin\phi)$	$M(p\sin\phi-\dot{\theta}\cos\phi)$	$(R_r+L_rp)\cos\phi$ $+L_r\dot{\theta}\sin\phi$	$(R_r+L_rp)\sin\phi$ $-L_r\dot{\theta}\cos\phi$
	q	$M(p\sin\phi-\dot{\theta}\cos\phi)$	$-M(p\cos\phi+\dot{\theta}\sin\phi)$	$(R_r+L_rp)\sin\phi$ $-L_r\dot{\theta}\cos\phi$	$-(R_r+L_rp)\cos\phi$ $-L_r\dot{\theta}\sin\phi$

(12 . 24)

يجب ان نتذكر ان الحروف p جميعها في هذه المصفوفة تعمل على دوال كل من ϕ والتيارات i لمصفوفة التيار المصاحبة المشتملة بشكل حاصلات ضرب بطريقة مشابهة لتلك المصادفة في الفقرة 3 . 5 (الفصل الخامس). وبأنجاز التفاضلات

		A	B	a	b
	D	$\cos\phi(R_S+L_Sp)$ $-\sin\phi L_S\dot{\phi}$	$\sin\phi(R_S+L_Sp)$ $+\cos\phi L_S\dot{\phi}$	$\cos\phi Mp$ $-\sin\phi M\dot{\phi}$	$\sin\phi Mp$ $+\cos\phi M\dot{\phi}$
	Q	$\sin\phi(R_S+L_Sp)$ $+\cos\phi L_S\dot{\phi}$	$-\cos\phi(R_S+L_Sp)$ $+\sin\phi L_S\dot{\phi}$	$\sin\phi Mp$ $+\cos\phi M\phi$	$-\cos\phi Mp$ $+\sin\phi M\dot{\phi}$
ZC =	d	$M\begin{pmatrix}\cos\phi p-\sin\phi\dot{\phi}\\ +\sin\phi\dot{\theta}\end{pmatrix}$	$M\begin{pmatrix}\sin\phi p+\cos\phi\dot{\phi}\\ -\cos\phi\dot{\theta}\end{pmatrix}$	$\cos\phi(R_r+L_rp)$ $L_r(-\sin\phi\dot{\phi}+\sin\phi\dot{\theta})$	$\sin\phi(R_r+L_rp)$ $L_r(\cos\phi\dot{\phi}-\cos\phi\dot{\theta})$
	q	$M\begin{pmatrix}\sin\phi p+\cos\phi\dot{\phi}\\ -\cos\phi\dot{\theta}\end{pmatrix}$	$M\begin{pmatrix}-\cos\phi p+\sin\phi\dot{\phi}\\ -\sin\phi\dot{\theta}\end{pmatrix}$	$\sin\phi(R_r+L_rp)$ $L_r(\cos\phi\dot{\phi}-\cos\phi\dot{\theta})$	$-\cos\phi(R_r+L_rp)$ $L_r(\sin\phi\dot{\phi}-\sin\phi\dot{\theta})$

(12 . 25)

واذا ضربت هذه المصفوفة ضرباً سابقاً بـ C_t فأن،

$\mathbf{Z'} = \mathbf{C_t Z C}$

	A	B	a	b
A	R_S+L_Sp	$L_S\dot\phi$	Mp	$M\dot\phi$
B	$-L_S\dot\phi$	R_S+L_Sp	$-M\dot\phi$	Mp
a	Mp	$M(\dot\phi-\dot\theta)$	R_r+L_rp	$L_r(\dot\phi-\dot\theta)$
b	$-M(\dot\phi-\dot\theta)$	Mp	$-L_r(\dot\phi-\dot\theta)$	R_r+L_rp

(12 . 26)

واذا كانت $\psi^{\cdot}=\phi^{\cdot}-\theta^{\cdot}$، فأن مصفوفة الممانعة العابرة تكون

	A	B	a	b
A	R_S+L_Sp	$L_S\dot\phi$	Mp	$M\dot\phi$
B	$-L_S\dot\phi$	R_S+L_Sp	$-M\dot\phi$	Mp
a	Mp	$M\dot\psi$	R_r+L_rp	$L_r\dot\psi$
b	$-M\dot\psi$	Mp	$-L_r\dot\psi$	R_r+L_rp

بما ان $\phi^{\cdot}$ هي سرعة المحاور نسبة الى الساكن و $\theta^{\cdot}$ هي سرعة الدوّار نسبة الى الساكن، فأن $\psi^{\cdot}$ هي سرعة المحاور نسبة الى الدوار.

واذا كانت المحاور متزامنة، فأن $\phi^{\cdot}=\omega$، و $\theta^{\cdot}=(1-s)\omega$، حيث ان ω هي التردد الزاوي للمصدر و s هو الانزلاق بنسبة الوحدة. اذن

$$\dot\psi = \dot\phi-\dot\theta = \omega-(1-s)\omega = s\omega. \qquad (12\ .\ 27)$$

لذلك فأن مصفوفة الممانعة العابرة بدلالة محاور المرجع المتزامنة تكون

$\mathbf{Z'} =$

	A	B	a	b
A	R_S+L_Sp	ωL_S	Mp	ωM
B	$-\omega L_S$	R_S+L_Sp	$-\omega M$	Mp
a	Mp	$s\omega M$	R_r+L_rp	$s\omega L_r$
b	$-s\omega M$	Mp	$-s\omega L_r$	R_r+L_rp

(12 . 28)

لايجاد التيارات المستقرة (i^A,i^B,i^a,i^b) ، دعنا نفرض ان الفولتيات الطرفية المتوازنة في المحاور (D,Q,d,q) هي

$$\begin{array}{c|c|} D & \hat{V}\cos\omega t \\ \hline Q & \hat{V}\sin\omega t \\ \hline d & 0 \\ \hline q & 0 \end{array}$$

وهكذا يمكن تحديد الزمن الصفري بأستخدام القيمة القصوى الموجبة للفولتية v_D.

لذا فأن

$$\begin{array}{c|c|} A & v_A \\ \hline B & v_B \\ \hline a & v_a \\ \hline b & v_b \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & D & Q & d & q \\ A & \cos\phi & \sin\phi & & \\ \hline B & \sin\phi & -\cos\phi & & \\ \hline a & & & \cos\phi & \sin\phi \\ \hline b & & & \sin\phi & -\cos\phi \end{array} \quad \begin{array}{c|c|} D & \hat{V}\cos\omega t \\ \hline Q & \hat{V}\sin\omega t \\ \hline d & 0 \\ \hline q & 0 \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|} A & \hat{V}(\cos\phi\cos\omega t+\sin\phi\sin\omega t) \\ \hline B & \hat{V}(\sin\phi\cos\omega t-\cos\phi\sin\omega t) \\ \hline a & 0 \\ \hline b & 0 \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|} A & \hat{V}\cos(\phi-\omega t) \\ \hline B & \hat{V}\sin(\phi-\omega t) \\ \hline a & 0 \\ \hline b & 0 \end{array} \qquad (12\ .\ 29)$$

لما كانت $\omega=\dot{\phi}$ الان، فأن (ثابت) + ωt = ϕ. ولكون المحاور غير مرتبطة بأي طرف فيزيائي عندئذ يمكننا اختيار قيمة ϕ عشوائياً بحيث تكون مساوية لقيمة الصفر عند الزمن الصفري اي ان

$\phi=\omega t$. كذلك ينطبق المحور A فيزيائياً على المحور D في الزمن الصفري. لذا فأن $\phi - \omega t=0$ وتكون مصفوفة الفولتية هي:

$$\begin{array}{c|c|} A & \hat{V} \\ \hline B & 0 \\ \hline a & 0 \\ \hline b & 0 \end{array}$$

بما ان هذه المصفوفة تكون ثابتة، لذلك يمكن التعويض عن p في مصفوفة الممانعة العابرة بصفر لتحديد تيارات الحالة المستقرة، واذا كتبنا X بدلاً من ωL و ωM،

$$\mathbf{Z}' = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & A & B & a & b \\ \hline A & R_S & X_S & & X_M \\ \hline B & -X_S & R_S & -X_M & \\ \hline a & & sX_M & R_r & sX_r \\ \hline b & -sX_M & & -sX_r & R_r \\ \hline \end{array} \qquad (12\ .\ 30)$$

التي تكون قيمة محددها هي

$$\Delta = (R_S^2+X_S^2)(R_r^2+s^2X_r^2)+2sX_M^2(R_SR_r-sX_SX_r)+s^2X_M^4 \qquad (12\ .\ 31)$$

وبتحديد العمود الاول فقط، او **A**، لمعكوس المصفوفة $\mathbf{Z}'$ يمكننا الحصول على تيارات الحالة المستقرة كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} A & I^A \\ \hline B & I^B \\ \hline a & I^a \\ \hline b & I^b \end{array} = \frac{\hat{V}}{\Delta} \begin{array}{c|c|} A & R_S(R_r^2+s^2X_r^2)+sR_rX_M^2 \\ \hline B & X_S(R_r^2+s^2X_r^2)-s^2X_rX_M^2 \\ \hline a & -sX_M(X_SR_r+sR_SX_r) \\ \hline b & sX_M\{R_SR_r-s(X_SX_r-X_M^2)\} \end{array} \qquad (12\ .\ 32)$$

من المصفوفة الاولى لـ $\mathbf{Z}'$ المبينة سابقاً في المعادلة (26 . 12) يمكن تثبيت معامل $\theta^{\cdot}$ للحصول على المصفوفة $\mathbf{G}'$

$$\mathbf{G}' = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & \text{A} & \text{B} & \text{a} & \text{b} \\ \hline \text{A} & & & & \\ \hline \text{B} & & & & \\ \hline \text{a} & & -M & & -L_r \\ \hline \text{b} & M & & L_r & \\ \hline \end{array} \qquad (12 . 33)$$

اذن

$$\mathbf{G}_t' = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & \text{A} & \text{B} & \text{a} & \text{b} \\ \hline \text{A} & & & & M \\ \hline \text{B} & & & -M & \\ \hline \text{a} & & & & L_r \\ \hline \text{b} & & & -L_r & \\ \hline \end{array} \qquad (12 . 34)$$

وكذلك

$$\mathbf{G}'+\mathbf{G}_t' = \begin{array}{c|c|c|c|c|} & \text{A} & \text{B} & \text{a} & \text{b} \\ \hline \text{A} & & & & M \\ \hline \text{B} & & & -M & \\ \hline \text{a} & & -M & & \\ \hline \text{b} & M & & & \\ \hline \end{array} \qquad (12 . 35)$$

ولذلك فأن

$$-\mathbf{i}_t'(\mathbf{G}'+\mathbf{G}_t') = - \begin{array}{|c|c|c|c|} \text{A} & \text{B} & \text{a} & \text{b} \\ \hline I^{\text{A}} & I^{\text{B}} & I^{\text{a}} & I_t^{\text{b}} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|c|c|c|} & \text{A} & \text{B} & \text{a} & \text{b} \\ \hline \text{A} & & & & M \\ \hline \text{B} & & & -M & \\ \hline \text{a} & & -M & & \\ \hline \text{b} & M & & & \\ \hline \end{array} \qquad (12 . 36)$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|c|} \text{A} & \text{B} & \text{a} & \text{b} \\ \hline -MI^{\text{b}} & MI^{\text{a}} & MI^{\text{B}} & -MI^{\text{A}} \\ \hline \end{array}$$

و

$\mathbf{G'i'} =$ (12 . 37)

	A	B	a	b
A				
B				
a		$-M$		$-L_r$
b	M		L_r	

A	I^A
B	I^B
a	I^a
b	I^b

$=$

A	
B	
a	$-MI^B - L_r I^b$
b	$MI^A + L_r I^a$

لذا فأن مصفوفة الممانعة الحركية تكون

	A	B	a	b	s
A	$R_S + L_S p$	X_S	Mp	X_M	
B	$-X_S$	$R_S + L_S p$	$-X_M$	Mp	
a	Mp	sX_M	$R_r + L_r p$	sX_r	$-MI^B - L_r I^b$
b	$-sX_M$	Mp	$-sX_r$	$R_r + L_r p$	$MI^A + L_r I^a$
s	$-MI^b$	MI^a	MI^B	$-MI^A$	$F + Jp$

اذا كانت فولتيات المصدر ثابتة في المحاور (A,B,a,b) الآن ويوجد اضطراب في العزم بتردد زاوي قدره hω، فأنه يمكن التعويض عن p في مصفوفة الممانعة الحركية بـ jhω، وتصبح المصفوفة

$\mathbf{Z} =$ (12،38)

	A	B	a	b	s
A	$R_S + jhX_S$	X_S	jhX_M	X_M	
B	$-X_S$	$R_S + jhX_S$	$-X_M$	jhX_M	
a	jhX_M	sX_M	$R_r + jhX_r$	sX_r	$-MI^B - L_r I^b$
b	$-sX_M$	jhX_M	$-sX_r$	$R_r + jhX_r$	$MI^A + L_r I^a$
s	$-MI^b$	MI^a	MI^B	$-MI^A$	$F + jh\omega J$

يبدو واضحاً بأن هذا هو ابعد حد ممكن للشخص الذي يرغب في استخدام حدود جبرية عامة لكتابة مصفوفة بشكل كامل. ومن الجدير بالاهتمام تحت الظروف المعطاة، فصل المحاور الكهربائية والالية الى معادلتين مصفوفتين اساسيتين هما:

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{Z}\Delta \mathbf{i} + \mathbf{G}\mathbf{i}\,\Delta\theta$$
$$\Delta T_s = -\mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t)\,\Delta \mathbf{i} + (F+Jp)\,\Delta\theta \qquad (12\,.\,39)$$

من المعادلة الاولى، وبما ان $\Delta \mathbf{v}$ هي مصفوفة صفرية لكون الفولتيات ثابتة، نحصل على

$$\mathbf{Z}\,\Delta \mathbf{i} = -\,\mathbf{G}\mathbf{i}\,\Delta\theta \qquad (12\,.\,40)$$

التي بضرب طرفيها ضرباً سابقاً بـ $\mathbf{Z}^{-1}$، تعطي

$$\Delta \mathbf{i} = -\,\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{i}\,\Delta\theta \qquad (12\,.\,41)$$

بتعويض قيمة $\Delta \mathbf{i}$ هذه في المعادلة الثانية نحصل على

$$\begin{aligned}\Delta T_s &= \mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t)\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{i}\,\Delta\theta + (F+Jp)\,\Delta\theta \\ &= [\mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t)\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{G}\mathbf{i} + F + Jp]\,\Delta\theta\end{aligned} \qquad (12\,.\,42)$$

عندما يستعاض عن p بـ $jh\omega$، فإن $\Delta\theta^{\cdot}$ تنتج بسهولة، حيث تكون الكمية داخل الاقواس المربعة عددية (اي غير اتجاهية). بعد ذلك تنتج قيمة $\Delta \mathbf{i}$.

من الواضح ان الاستجابات للسرعة والتيار في المحاور (A,B,a,b) ستكون ذات تردد زاوي قدره $h\omega$. وبما ان المحاور الكهربائية تدور بسرعة زاوية قدرها ω نسبة الى المحاور (D,Q,d,q)، تكون الترددات الزاوية بهذه المحاور هي $((1+h)\omega)$ و $((1-h)\omega)$ وهذه هي ترددات الاستجابة في لفائف الساكن. وبالاسلوب نفسه، لما كانت المحاور (A,B,a,b) تدور بسرعة قدرها $s\omega$ نسبة الى الدوار، فأن التيارات الفعلية للفائف الدوار في المحاور (α,β) او المحاور (a,b,c) تكون لها ترددات زاوية هي $((s+h)\omega)$ و $((s-h)\omega)$.

12 . 4 الماكنة التزامنية — Synchronous Machine

من الضروري ان نلاحظ انه عندما لايوجد اضطراب في الفولتيات الطرفية في المحاور الفعلية للفائف وتكون الفولتيات المحولة الى مجموعة جديدة من المحاور ثابتة، ولاينجم عن ذلك كون جميع قيم Δv في تلك المجموعة الجديدة للمحاور تساوي صفراً. هذا التضارب الظاهر يحصل عندما تكون حركة مجموعتي المحاور النسبية غير منتظمة. هذا لم يبرز في التحليل السابق للماكنة الحثية بسبب الفرض ان دائرة الدوار تكون مغلقة، مما جعل قيم $\mathbf{v}$ و $\Delta \mathbf{v}$ للدوار صفرا في مجاميع المحاور كلها، بينما كانت حركة المحاور بالنسبة الى الساكن منتظمة. ويمكن ان يبرز ذلك في الماكنة الحثية ثنائية

التغذية، اي الماكنة التي تكون فيها الفولتيات الطرفية للساكن والدوار كليهما لاتساوي صفراً. ويظهر ايضاً في الماكنة التزامنية التي تحصل فيها تغيّرات سرعة خلال حركة غير منتظمة لمحاور المنتج (a,b,c) نسبة الى المحاور (d,q) المستخدمة في التحليلات.

لقد بينا في المعادلة (10 . 84) في الفصل العاشر ان الفولتيات الطرفية ثلاثية الطور تكون

$$\begin{array}{c|c|}
a & -\hat{V}\sin\omega t \\
b & -\hat{V}\sin(\omega t-2\pi/3) \\
c & -\hat{V}\sin(\omega t-4\pi/3)
\end{array}$$

وفولتيات الحالة المستقرة للمحاور الثابتة تكون

$$\mathbf{v} = \begin{array}{c|c|}
d & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\sin(\omega t-\theta) \\
q & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\cos(\omega t-\theta) \\
F & V_F
\end{array} \qquad (12\ .\ 43)$$

اذن

$$\mathbf{v}+\Delta\mathbf{v} = \begin{array}{c|c|}
d & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\sin(\omega t-\theta-\Delta\theta) \\
q & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\cos(\omega t-\theta-\Delta\theta) \\
F & V_F
\end{array} \qquad (12\ .\ 44)$$

وكذلك فأن

$$\Delta\mathbf{v} = (\mathbf{v}+\Delta\mathbf{v})-\mathbf{v} = \begin{array}{c|c|}
d & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\{\sin(\omega t-\theta-\Delta\theta)-\sin(\omega t-\theta)\} \\
q & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\{\cos(\omega t-\theta-\Delta\theta)-\cos(\omega t-\theta)\} \\
F &
\end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|}
d & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\,2\cos(\omega t-\theta-\Delta\vartheta/2)\sin(-\Delta\theta/2) \\
q & -\sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\,2\sin(\omega t-\theta-\Delta\theta/2)\sin(\Delta\theta/2) \\
F &
\end{array} \qquad (12\ .\ 45)$$

ويسبب كون $\Delta\theta$ صغيرة، يمكن عدّ $\sin(\Delta\theta/2)$ مساوياً لـ $\Delta\theta/2$ وان $\omega t - \theta - \Delta\theta/2$ يمكن عدها مساوية لـ $\psi-=\theta-\omega t$. لذا فأن

$$\Delta \mathbf{v} = \begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\cos\psi\,\Delta\theta \\ \hline \mathrm{q} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi\,\Delta\theta \\ \hline \mathrm{F} & \\ \end{array} \qquad (12.46)$$

هذه القيمة لـ $\Delta\mathbf{v}$ تكون مضافة الى اية قيمة تظهر نتيجة الاضطرابات في الفولتية الطرفية ثلاثية الطور. واذا كان تردد الفولتية الطرفية ثابتاً، فأن $\Delta\theta=\Delta\psi$، لكن لاتوجد هناك فائدة كبيرة من التعويض عن $\Delta\theta$ في $\Delta\mathbf{v}$.

هذه القيمة لـ $\Delta\mathbf{v}$ تظهر بالتالي على انها مركبة للقيمة الكلية لـ $\Delta\mathbf{v}$ المثلة بالطرف الايسر للمعادلة (12 . 7). من جهة ثانية، لما كانت $\Delta\dot{\theta}$ المتغير الثاني في الطرف الايمن لهذه المعادلة، فأن هذه القيمة لـ $\Delta\mathbf{v}$ يمكن طرحها من طرفي المعادلة اذا عبر عنها في الطرف الايمن من المعادلة بدلالة $\Delta\dot{\theta}$ بدلاً من $\Delta\theta$ وكما يلي

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & \sqrt{(\tfrac{3}{2})}\,\hat{V}\cos\psi\,\dfrac{1}{p} \\ \hline \mathrm{q} & \sqrt{(\tfrac{3}{2})}\,\hat{V}\sin\psi\,\dfrac{1}{p} \\ \hline \mathrm{F} & \\ \end{array}\ \Delta\dot{\theta}$$

لذا يمكن طرح المصفوفة العمودية هذه من العمود الاخير للمصفوفة $\mathbf{Z}$.

بأسلوب آخر، يمكن ابدال $\Delta\dot{\theta}$ في كل مكان بـ $\Delta\theta$، اذا تم ضرب العمود الاخير لمصفوفة الممانعة الحركية ضرباً سابقاً بـ p. ان هذه العملية تجنبنا الحاجة الى استخدام معكوس p، لكنها تعتم التناظر بين المعادلات الالية والكهربائية.

كما هو مبين في المعادلة (86 . 10) ـ الفصل العاشر، ان تيارات الحالة المستقرة لماكنة تزامنية بارزة القطب بدون لفائف تخميد، للفولتيات الطرفية المعرفة اعلاه، تكون

$$\begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & I^{\mathrm{d}} \\ \hline \mathrm{q} & I^{\mathrm{q}} \\ \hline \mathrm{F} & I^{\mathrm{F}} \\ \end{array} = \frac{1}{\Delta}\ \begin{array}{c|c|} \mathrm{d} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}R_{\mathrm{F}}(R_{\mathrm{a}}\sin\psi + X_{\mathrm{q}}\cos\psi) - V_{\mathrm{F}}X_{\mathrm{q}}X_{\mathrm{Fd}} \\ \hline \mathrm{q} & \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}R_{\mathrm{F}}(X_{\mathrm{d}}\sin\psi - R_{\mathrm{a}}\cos\psi) + V_{\mathrm{F}}R_{\mathrm{a}}X_{\mathrm{Fd}} \\ \hline \mathrm{F} & V_{\mathrm{F}}(R_{\mathrm{a}}^2 + X_{\mathrm{d}}X_{\mathrm{q}}) \\ \end{array} \qquad (12.47)$$

التي تكون ثابتة تحت ظروف الحالة المستقرة.

وبما ان

$$\mathbf{G} = \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & F \\ \hline d & & L_q & \\ \hline q & -L_d & & -L_{Fd} \\ \hline F & & & \\ \hline \end{array} \qquad (12 . 48)$$

$$\mathbf{Gi} = \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & F \\ \hline d & & L_q & \\ \hline q & -L_d & & -L_{Fd} \\ \hline F & & & \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|} d & I^d \\ \hline q & I^q \\ \hline F & I^F \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|c|} d & L_q I^q \\ \hline q & -L_d I^d - L_{Fd} I^F \\ \hline F & \\ \hline \end{array} \qquad (12 . 49)$$

$$-\mathbf{i}_t(\mathbf{G}+\mathbf{G}_t) = - \begin{array}{|c|c|c|} d & q & F \\ \hline I^d & I^q & I^F \\ \hline \end{array} \; \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & F \\ \hline d & & L_q - L_d & \\ \hline q & L_q - L_d & & -L_{Fd} \\ \hline F & & -L_{Fd} & \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{|c|c|c|} d & q & F \\ \hline I^q(L_d - L_q) & I^d(L_d - L_q) + I^F L_{Fd} & I^q L_{Fd} \\ \hline \end{array} \qquad (12 . 50)$$

لذا تكون المصفوفة العامة للممانعة الحركية كما يلي

	d	q	F	s
d	$R_a + L_d p$	$L_q \dot{\theta}$	$L_{Fd} p$	$L_q I^q$
q	$-L_d \dot{\theta}$	$R_a + L_q p$	$-L_{Fd} \dot{\theta}$	$-L_d I^d - L_{Fd} I^F$
F	$L_{Fd} p$		$R_F + L_F p$	
s	$I^q(L_d - L_q)$	$I^d(L_d - L_q) + I^F L_{Fd}$	$I^q L_{Fd}$	$F + Jp$

حيث ان التيارات (I^d, I^q) و I^F لها القيم التي تم اعطاؤها في المعادلة (47 . 12).
ومع ذلك، اذا طرحنا الآن اضطرابات الفولتية الناجمة من التحويل، نحصل على مصفوفة الممانعة الحركية

	d	q	F	s
d	$R_a+L_d p$	$L_q\dot\theta$	$L_{Fd}p$	$L_q I^q-\sqrt{\frac{3}{2}}\,\hat V\cos\psi\,\frac{1}{p}$
q	$-L_d\dot\theta$	$R_a+L_q p$	$-L_{Fd}\theta$	$-L_d I^q-L_{Fd}I^F$ $-\sqrt{\frac{3}{2}}\,\hat V\sin\psi\,\frac{1}{p}$
F	$L_{Fd}p$		$R_F+L_F p$	
s	$I^q(L_d-L_q)$	$I^d(L_d-L_q)+I^F L_{Fd}$	$I^q L_{Fd}$	$F+Jp$

الملائمة لظروف طرفية معينة، والتي تعطي علاقة الاستجابات بالاضطرابات المسلطة قسرياً من الخارج.
ويمكن ضرب العمود الاخير من هذه المصفوفة بـ p لحذف الحد $1/p$، شريطة ان تكون مصفوفة تغيرات التيار والسرعة المبينة في ادناه

قد تم ابدالها بمصفوفة تغيرات للتيار

$$\begin{array}{c|c|}\text{d} & \Delta i_d\\ \text{q} & \Delta i_q\\ \text{F} & \Delta i_F\\ \text{s} & \Delta\dot\theta\end{array} = \begin{array}{c|c|}\text{d} & \Delta i_d\\ \text{q} & \Delta i_q\\ \text{F} & \Delta i_F\\ \text{s} & p\,\Delta\theta\end{array}$$

الموقع

$$\begin{array}{c|c|}\text{d} & \Delta i_d\\ \text{q} & \Delta i_q\\ \text{F} & \Delta i_F\\ \text{s} & \Delta\theta\end{array}$$

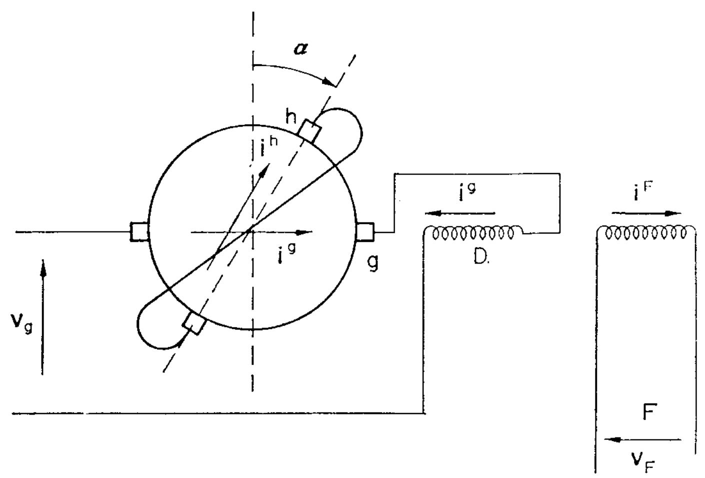
وقد يتطلب التحليل الموسع للماكنة التزامنية هذه شمول طرق جبرية كثيرة في هذا المضمار، في حين تحليل الماكنة ذات اللفائف المخمدة قد يكون اسوأ من ذلك مالم توضع فرضيات لتبسيط الحل.

الفصـــل الثــالــث عشــــر

مشاكل مكائن متنوعة
Miscellaneous Machine Problems

1 . 13 مولد الميتاداين ذو الازاحة في الفرش التعامدية
The Metadyne Generator with its Quadrature Brushes displaced

سوف نبحث تأثير الازاحة القليلة للفرش التعامدية في مولد الميتاداين. وللتبسيط* سوف نفترض ان الفجوة الهوائية منتظمة ولفائف الساكن موزعة وسوف نحصر اهتمامنا في ظرف اللاحمل للماكنة. وعلى الرغم من كون الفجوة الهوائية منتظمة، فأن المحاثات الذاتية للمنتج عموماً تكون غير متساوية على المحاور المباشرة والتعامدية. وتجهز

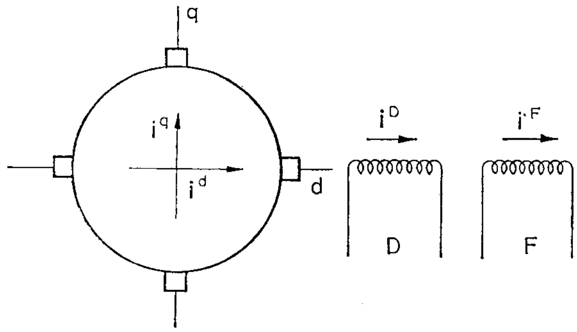


شكل (45) مولد الميتاداين ذو الفرش المتعامدة المزاحة

★ للتعامل مع الميتاداين بشكل عام بصيغة المصفوفة راجع المرجع رقم 20.

اقطاب التبديل* لفرش الدائرة الخارجية فقط وليس للفرش الاخرى. وبسبب استعمال اللفائف كما هو مشار اليه فيما يلي، تكون L_d اقل من L_q.

اذا فرضنا ان الفرش التعامدية تكون مزاحة بأتجاه معاكس لاتجاه الدوران كما في الترتيب الموضح في الشكل (45). فلذا يكون الترتيب المناظر للماكنة البدائية كما في الشكل (46).



شكل (46) الماكنة البدائية.

من الضروري الانتباه الى ان فرش الاخراج الفعلية قد اشير اليها بالحرف g وليس d على الرغم من كونها على المحور المباشر. ويكون هذا ضرورياً ذلك لان دائرة h تحتوي ايضاً على مركبة قوة دافعة مغناطيسية (m.m.f) على طول المحور d لذا فأن h و g كليهما يساهمان في تكوين d.

ان تحويل ازاحة الفرشاة يكون

$$\begin{array}{c} d \\ q \end{array}\begin{bmatrix} i^d \\ i^q \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ d \\ q \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} g & h \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & \sin\alpha \\ & \cos\alpha \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} g \\ h \end{array}\begin{bmatrix} i^g \\ i^h \end{bmatrix} \qquad (13\ .\ 1)$$

وتكون مصفوفة الارتباط:

$$\begin{array}{c} g \\ h \\ D \\ F \end{array}\begin{bmatrix} i^g \\ i^h \\ i^D \\ i^F \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ g \\ h \\ D \\ F \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} g & h & F \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ -1 & & \\ & & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} g \\ h \\ F \end{array}\begin{bmatrix} i^g \\ i^h \\ i^F \end{bmatrix} \qquad (13\ .\ 2)$$

* تأثير اقطاب التبديل غير منظور اليه هنا لكنه عومل بصورة عامة في المرجع رقم 14.

لذلك يكون التحويل الكامل كما يلي

$$
\begin{array}{c|c|}
 & \\
\hline
d & i^{d} \\
q & i^{q} \\
D & i^{D} \\
F & i^{F} \\
\hline
\end{array}
=
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & g & h & D & F \\
\hline
d & 1 & \sin\alpha & & \\
q & & \cos\alpha & & \\
D & & & 1 & \\
F & & & & 1 \\
\hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & g & h & F \\
\hline
g & 1 & & \\
h & & 1 & \\
D & -1 & & \\
F & & & 1 \\
\hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|}
 & \\
\hline
g & i^{g} \\
h & i^{h} \\
F & i^{F} \\
\hline
\end{array}
$$

$$
=
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & g & h & F \\
\hline
d & 1 & \sin\alpha & \\
q & & \cos\alpha & \\
D & -1 & & \\
F & & & 1 \\
\hline
\end{array}
\;
\begin{array}{c|c|}
 & \\
\hline
g & i^{g} \\
h & i^{h} \\
F & i^{F} \\
\hline
\end{array}
\qquad (13\ .\ 3)
$$

$$
\mathbf{C} =
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & g & h & F \\
\hline
d & 1 & \sin\alpha & \\
q & & \cos\alpha & \\
D & -1 & & \\
F & & & 1 \\
\hline
\end{array}
\qquad
\mathbf{C}_t =
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & d & q & D & F \\
\hline
g & 1 & & -1 & \\
h & \sin\alpha & \cos\alpha & & \\
F & & & & 1 \\
\hline
\end{array}
$$

ان مصفوفة الممانعة للماكنة البدائية تكون

$$
\mathbf{Z} =
\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & d & q & D & F \\
\hline
d & R_a+L_d p & L_q\dot{\theta} & M_{dD}p & M_{dF}p \\
q & -L_d\dot{\theta} & R_a+L_q p & -M_{dD}\dot{\theta} & -M_{dF}\dot{\theta} \\
D & M_{dD}p & & R_D+L_D p & M_{FD}p \\
F & M_{dF}p & & M_{FD}p & R_F+L_F p \\
\hline
\end{array}
\qquad (13\ .\ 5)
$$

ثم

$$\mathbf{ZC} = \begin{array}{c|c|c|c|} & g & h & F \\ \hline d & R_a+L_d p-M_{dD}p & (R_a+L_d p)\sin\alpha+L_q\dot{\theta}\cos\alpha & M_{dF}p \\ \hline q & -(L_d-M_{dD})\dot{\theta} & -L_d\dot{\theta}\sin\alpha+(R_a+L_q p)\cos\alpha & -M_{dF}\dot{\theta} \\ \hline D & M_{dD}p-(R_D+L_D p) & M_{dD}p\sin\alpha & M_{FD}p \\ \hline F & (M_{dF}-M_{FD})p & M_{dF}p\sin\alpha & R_F+L_F p \\ \hline \end{array} \qquad (13\ .\ 6)$$

و

$$\mathbf{C_t ZC} = \begin{array}{c|c|c|c|} & g & h & F \\ \hline g & (R_a+R_D)+(L_d+L_D-2M_{dD})p & R_a\sin\alpha+L_q\dot{\theta}\cos\alpha+(L_d-M_{dD})p\sin\alpha & (M_{dF}-M_{FD})p \\ \hline h & R_a\sin\alpha+(L_d-M_{dD})p\sin\alpha-(L_d-M_{dD})\dot{\theta}\cos\alpha & (R_a+L_d p)\sin^2\alpha+(R_a+L_q p)\cos^2\alpha+(L_q-L_d)\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha & M_{dF}p\sin\alpha-M_{dF}\dot{\theta}\cos\alpha \\ \hline F & (M_{dF}-M_{FD})p & M_{dF}p\sin\alpha & R_F+L_F p \\ \hline \end{array} \qquad (13\ .\ 7)$$

بما أن $i^g = 0$ للحالة الحاضرة، فأننا نحتاج الى تأمل معادلة الفولتية وحدها لايجاد التيارات

$$\begin{array}{c|c|} h & v_h \\ \hline F & v_F \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & h & F \\ \hline h & R_a+(L_d\sin^2\alpha+L_q\cos^2\alpha)p+(L_q-L_d)\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha & M_{dF}p\sin\alpha-M_{dF}\dot{\theta}\cos\alpha \\ \hline F & M_{dF}p\sin\alpha & R_F+L_F p \\ \hline \end{array} \begin{array}{c|c|} h & i^h \\ \hline F & i^F \end{array} \qquad (13\ .\ 8)$$

وتجدر الاشارة الى ان الفرق بين العدد واحد و $\cos\alpha$ عندما تكون قيم α صغيرة يكون قليلاً.

ان التأثير الرئيسي للازاحة للفرش التعامدية يكون بالتالي تغييرا في المقاومة الظاهرية للدائرة h من R_a الى $R_a+(L_q-L_d)\,\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha$. وهذه تمثل زيادة في قيمة المقاومة عندما تكون قيم $\dot{\theta}$ و α موجبة ذلك لأن $L_q>L_d$. وسوف تقلل هذه كلاً من التضخيم وثابت الزمن لهذه الدائرة بالطريقة نفسها فيما لو ربطت مقاومة على التوالي بالدائرة h. ان التقليل في الكسب سوف يؤثر على ظروف الحالة المستقرة والعابرة على السواء.

ان طبيعة الاستجابة العابرة يمكن تحديدها بوساطة اصفار محدد مصفوفة الممانعة. فأذا كانت $\alpha=0$، تكون قيمة المحدد هي $(R_F+L_F p)(R_a+L_q p)$ وتكون اصفاره $-R_F/L_F$ و $-R_a/L_q$ وهكذا تكون الاستجابة بعدئذٍ مستقرة وغير متذبذبة.

ومع ذلك فعندما تكون $\alpha\neq0$، يكون المحدد:

$$\begin{aligned}&[L_F(L_d \sin^2\alpha+L_q\cos^2\alpha)-M_{dF}^2\sin^2\alpha]p^2\\&\quad+[L_F\{R_a+(L_q-L_d)\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}\\&\quad+R_F(L_d\sin^2\alpha+L_q\cos^2\alpha)+M_{dF}^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha]p\\&\quad+[R_F\{R_a+(L_q-L_d)\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}]\end{aligned}$$

ان الصيغة الجبرية للاصفار لهذه المعادلة التربيعية تكون مرهقة جداً اذا ماتم التبصر فيها. واذا اعطيت المعالم يكون من السهل ايجاد القيم العددية للاصفار وطبيعة الحالة العابرة. هنا نستطيع الوصول الى بعض الاستنتاجات وكما يلي:

يكون معامل p^2 موجباً لجميع قيم α، الموجبة والسالبة كليهما ذلك لان $L_F L_d > M_{Fd}^2$.

ويكون معامل p والحد الثابت موجبين لجميع قيم $\alpha\geqslant0$. من جهة اخرى اذا كانت α تتزايد بأتجاه سالب فأن معامل p يتصاغر، حتى يكون سالب القيمة، ويتبعه الحد الثابت. ان هذه يمكن توضيحها اذا اعتنينا بالاشارة ورتبة مقدار معامل p عندما يكون الحد الثابت يساوي صفراً. بناء على ذلك فأن الاستجابة، التي تكون مبدئياً غير متذبذبة عندما $\alpha=0$، ستصبح تذبذبية مخمدة، وتذبذبية غير مخمدة، وتذبذبية غير مستقرة وأخيراً غير مستقرة احادية الاتجاه.

ان الاهمية العملية لهذا التحليل تبرز في انه عندما تكون رتب المقادير معروفة، فأنها تبين الضرورة لدقة عالية في معايرة الفرشاة. ويتحرك محور التبديل الفعلي ضمن عرض الفرشاة مع التيار التعامدي المتغير والتغييرات الاخرى للظروف، بحيث اننا سنواجه بعض التأثيرات التي تمت دراستها في هذا المضمار حتى لو كان خط مركز الفرشاة على محور التعادل بالضبط.

يمكن ايجاد فولتية الخرج من:

$$\begin{aligned}v_g &= \{R_a\sin\alpha+(L_d-M_{dD})p\sin\alpha+L_q\dot{\theta}\cos\alpha\}i^h\\&\quad+(M_{dF}-M_{FD})pi^D\end{aligned} \quad (13\ .\ 9)$$

ذلك لأن $i^g=0$.

بالطريقة نفسها يمكن تحديد التأثير عندما تكون الماكنة محملة، لكن هذه الحالة تتطلب عمليات جبرية اكثر مما ينبغي في الحالة العامة التي نتبصر بها هنا.

2 . 13 مغيّر فيراريز - ارنو الطوري

ان المحرك الحثي الثلاثي الطور الموصول بمصدر خط الى خط احادي الطور قد غطي بالتحليل المبين في البند 1 . 3 . 10 ـ الفصل العاشر حيث بينا في حينه انه عند جعل الطور ـ A مفتوح الدائرة فأن

$$\begin{array}{c|c|} P & i^P \\ N & i^N \\ O & i^O \end{array} = \begin{array}{c|c|} P & ji^B \\ N & -ji^B \\ O & 0 \end{array} \qquad (13\ .\ 10)$$

بوضع $(Z_U=0)$ في مصفوفة الممانعة المعطاة بالمعادلة (33 . 10) نحصل على معادلة فولتية الحالة المستقرة لماكنة حثية متوازنة بدلالة المحاور (P,N) وكما يلي

$$\begin{array}{c|c|} & \\ P & V_P \\ N & V_N \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & P & N \\ P & R_S+jX_S+\dfrac{sX_M^2}{R_r+jsX_r} & \\ N & & R_S+jX_S+\dfrac{(2-s)X_M^2}{R_r+j(2-s)X_r} \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ P & I^P \\ N & I^N \end{array} \qquad (13\ .11)$$

وهذه يمكن كتابتها كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} & \\ P & V_P \\ N & V_N \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & P & N \\ P & Z_{PP} & \\ N & \cdot & Z_{NN} \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ P & I^P \\ N & I^N \end{array} \qquad (13\ .\ 12)$$

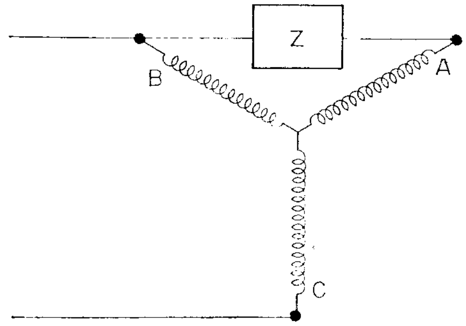
اذن

$$\frac{V_N}{V_P} = \frac{Z_{NN}I^N}{Z_{PP}I^P} = \frac{Z_{NN}(-jI^B)}{Z_{PP}(jI^B)} = -\frac{Z_{NN}}{Z_{PP}}$$

$$= -\frac{R_S+jX_S+\dfrac{(2-s)X_M^2}{R_r+j(2-s)X_r}}{R_S+jX_S+\dfrac{sX_M^2}{R_r+jsX_r}} \qquad (13\ .\ 13)$$

لايمكن ان تكون هذه النسبة صفراً الا لبعض قيم الانزلاق s التي تكون اكبر من 2، حتى عند ذلك فأنها تكون مصادفة فقط اذا كانت الثوابت بنسبة ملائمة. من جهة اخرى، تكون النسبة صغيرة عندما تتجه قيمة الانزلاق s نحو الصفر وبناءً على ذلك اذا كان المحرك يدور بحمل خفيف فستكون على اطرافه فولتية ثلاثية الطور متوازنة تقريباً حتى لو كان طرفان منها فقط مربوطين الى المصدر. لذلك يمكن استخدام الماكنة بوصفها مغيّر طور بشرط وجود بعض الوسائل لبدء التشغيل، لانتاج فولتية ثلاثية الطور متوازنة تقريباً من مصدر احادي الطور. يمكن بعدئذ بدء تشغيل المحركات ثلاثية الطور الاخرى بوساطة طرق المحرك ثلاثي الطور الاعتيادية. وعندما تكون بقية المحركات مربوطة الى اطرافه، فأن قيمة مركبة تتابع السالب للفولتية الطرفية للمغيّر تعتمد على النسبة بين ممانعة التتابع السالب المؤثرة وممانعة التتابع الموجب المؤثرة لجميع المكائن المربوطة على التوازي عند الانزلاقات المعينة التي تدور بها. وبما ان المحركات بصورة عامة محملة، لذلك يكون انزلاقها اكبر من انزلاق مغيّر الطور وبناءً على ذلك يقوم الاخير بتقليل حصة تيار التتابع السالب في المكائن الاخرى. ان من المشوق ملاحظته انه عندما يربط حمل هامد عبر المغيّر ستكون هناك زيادة محسوسة في فولتية التتابع السالب، وذلك بسبب كون ممانعات التتابع السالب والتتابع الموجب للحمل الهامد متساوية.

اذا كانت مانعة ما Z تتألف من مقاومة ومتسعة على التوالي مربوطة بين طرفي الطور A والطور B كما في الشكل 47، فأنه يمكن للمغيّر من توليد فولتية اخراج متوازنة تماماً. من ناحية اخرى، تكون قيمة Z ذات



شكل (47) لفيفة الساكن لمغير فيراريز-ارنو الطوري المحوّر.

علاقة بالاحمال، الكهربائية والآلية، المربوطة الى مستبدل التردد، وبناءً على ذلك يمكن ان نعطي توازنا تاما لحمل واحد فقط اذا استخدمت قيم ثابتة للمقاومة والمتسعة.

ان مصفوفة الممانعة للممانعة الخارجية هي تكون

	A	B	C
A	Z		
B			
C			

هذه يمكن تحويلها الى (P,N,O) بوساطة

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c|c|c|c|} & A & B & C \\ \hline P & 1 & h & h^2 \\ N & 1 & h^2 & h \\ O & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}\;\begin{array}{c|c|c|c|} & A & B & C \\ \hline A & Z & & \\ B & & & \\ C & & & \\ \hline \end{array}\;\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{array}{c|c|c|c|} & P & N & O \\ \hline A & 1 & 1 & 1 \\ B & h^2 & h & 1 \\ C & h & h^2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{array}{c|c|c|c|} & P & N & O \\ \hline P & Z & Z & Z \\ N & Z & Z & Z \\ O & Z & Z & Z \\ \hline \end{array}$$

وعند ربط هذه على التوالي بالماكنة يمكننا اهمال صف وعمود تتابع الصفري وذلك لفقد تيار التتابع الصفري. تكون بعد ذلك الممانعة* المؤثرة

$$\begin{array}{c|c|c|} & P & N \\ \hline P & Z_{PP}+Z/3 & Z/3 \\ N & Z/3 & Z_{NN}+Z/3 \\ \hline \end{array}$$

وتعرف الفولتية المجهزة الى المنظومة بدلالة فولتيات الخط فقط وفقاً لما يلي:

$$V_{AB} = 0, \quad V_{BC} = V, \quad V_{CA} = -V$$

اذا حددنا V_{AB} على انها $(V_A - V_B)$، ينتج لدينا

$$\begin{array}{c|c|} \hline AB & 0 \\ BC & V \\ CA & -V \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|} \hline AB & V_A - V_B \\ BC & V_B - V_C \\ CA & V_C - V_A \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|c|c|} & A & B & C \\ \hline AB & 1 & -1 & \\ BC & & 1 & -1 \\ CA & -1 & & 1 \\ \hline \end{array}\;\begin{array}{c|c|} \hline A & V_A \\ B & V_B \\ C & V_C \\ \hline \end{array}$$

---

* لاحظ ان الترابط البيني هنا قد انجز بالمحاور (P,N) وليس بالمحاور الفعلية للفائف. هذه مسموح بها بسبب تطبيق تحويل مماثل ((A,B,C) الى (P,N,O)) للمنظومتين المراد ربطهما.

$$
= \begin{array}{c} \\ AB \\ BC \\ CA \end{array}
\begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & C \\ \hline 1 & -1 & \\ \hline & 1 & -1 \\ \hline -1 & & 1 \\ \hline \end{array}
\ \frac{1}{\sqrt{3}}\
\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \end{array}
\begin{array}{|c|c|c|} \hline P & N & O \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline h^2 & h & 1 \\ \hline h & h^2 & 1 \\ \hline \end{array}
\begin{array}{c} P \\ N \\ O \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline V_P \\ \hline V_N \\ \hline V_0 \\ \hline \end{array}
$$

$$
= \frac{1}{\sqrt{3}}
\begin{array}{c} \\ AB \\ BC \\ CA \end{array}
\begin{array}{|c|c|c|} \hline P & N & O \\ \hline 1-h^2 & 1-h & 0 \\ \hline h^2-h & h-h^2 & 0 \\ \hline h-1 & h^2-1 & 0 \\ \hline \end{array}
\begin{array}{c} P \\ N \\ O \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline V_P \\ \hline V_N \\ \hline V_0 \\ \hline \end{array}
\qquad (13\ .\ 14)
$$

تكون مصفوفة التحويل هذه انفرادية، مناظرة للحقيقة البينة وهي عدم امكانية تحديد مركبة التتابع الصفري لفولتيات ذات طور واحد من فولتيات الخط. من ناحية اخرى، لانحتاج الى ايجاد مركبة التتابع الصفري للفولتية، في الاقل لحد الان، ويمكننا حذف العمود المناظر. هذه تتركنا مع مصفوفة 3×2 التي تكون انفرادية ايضاً، لكنها الان انفرادية لكون احدى المعادلات زائدة عن الحاجة وليس لعدم كفاية البيانات. لذا فأننا نستمر في حل المصفوفة

$$
\begin{array}{c} AB \\ BC \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline V \\ \hline \end{array}
= \frac{1}{\sqrt{3}}
\begin{array}{c} \\ AB \\ BC \end{array}
\begin{array}{|c|c|} \hline P & N \\ \hline 1-h^2 & 1-h \\ \hline h^2-h & h-h^2 \\ \hline \end{array}
\begin{array}{c} P \\ N \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline V_P \\ \hline V_N \\ \hline \end{array}
\qquad (13\ .\ 15)
$$

ان قيمة المحدد لهذه المصفوفة هي $(h - h^2)$ والمعكوس يكون

$$
\frac{1}{\sqrt{3}(h-h^2)}
\begin{array}{c} \\ P \\ N \end{array}
\begin{array}{|c|c|} \hline AB & BC \\ \hline h-h^2 & h-1 \\ \hline h-h^2 & 1-h^2 \\ \hline \end{array}
= \frac{1}{\sqrt{3}}
\begin{array}{c} \\ P \\ N \end{array}
\begin{array}{|c|c|} \hline AB & BC \\ \hline 1 & -h^2 \\ \hline 1 & -h \\ \hline \end{array}
\qquad (13\ .\ 16)
$$

اذن

$$
\begin{array}{c} P \\ N \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline V_P \\ \hline V_N \\ \hline \end{array}
= \frac{1}{\sqrt{3}}
\begin{array}{c} \\ P \\ N \end{array}
\begin{array}{|c|c|} \hline AB & BC \\ \hline 1 & -h^2 \\ \hline 1 & -h \\ \hline \end{array}
\begin{array}{c} AB \\ BC \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline V \\ \hline \end{array}
= \frac{1}{\sqrt{3}}
\begin{array}{c} P \\ N \end{array}
\begin{array}{|c|} \hline -h^2V \\ \hline -hV \\ \hline \end{array}
\qquad (13\ .\ 17)
$$

تكون معادلة الفولتية:

$$\begin{array}{c} \\ P \\ N \end{array}\begin{bmatrix} -h^2V/\sqrt{3} \\ -hV/\sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ P \\ N \end{array}\begin{array}{cc} P & N \\ \hline Z_{PP}+Z/3 & Z/3 \\ Z/3 & Z_{NN}+Z/3 \end{array} \begin{array}{c} \\ P \\ N \end{array}\begin{bmatrix} I^P \\ I^N \end{bmatrix} \qquad (13\ .\ 18)$$

للتيارات المتوازنة يكون I^N صفرا، و

$$-h^2V/\sqrt{3} = (Z_{PP}+Z/3)I^P \qquad (13\ .\ 19)$$

$$-hV/\sqrt{3} = (Z/3)I^P \qquad (13\ .\ 20)$$

وبالقسمة نحصل على

$$\begin{aligned} h &= (Z_{PP}+Z/3)/(Z/3) \\ hZ/3 &= Z_{PP}+Z/3 \\ (h-1)Z/3 &= Z_{PP} \\ Z/3 &= Z_{PP}/(h-1) \\ Z &= (h^2-1)Z_{PP} \\ &= -(\tfrac{3}{2}+j\sqrt{3}/2)Z_{PP} \end{aligned}$$

اذا امكن تمثيل Z_{PP} بواسطة $R_{PP}+jX_{PP}$ فأن:

$$\begin{aligned} Z &= -(\tfrac{3}{2}+j\sqrt{3}/2)(R_{PP}+jX_{PP}) \\ &= (-3R_{PP}/2+\sqrt{3}X_{PP}/2)-j(\sqrt{3}R_{PP}/2+3X_{PP}/2) \end{aligned} \qquad (13\ .\ 21)$$

لذلك تكون مركبة المقاومة لـ Z موجبة عندما يكون $\sqrt{3}X_{PP}/2$ اكبر من $3R_{PP}/2$ **فقط** والمركبة الاخرى تكون دائماً سعيّة. لذلك فأن هذه الطريقة للموازنة يمكن استخدامها عندما يكون عامل القدرة للمغيّر ولاي حمل مربوط اقل من 0.5فقط، والتي تجعل الطريقة غير مشجعة.

هذه النتيجة كان من الممكن الحصول عليها بصورة اكثر مباشرة، لكن باستخدام طريقة الفهم هذه يمكننا متابعة ايجاد مركبات التتابع لخرج المغيّر لاحمال غير تلك التي يكون المغيّر متوازناً عندها.

ان عكس مصفوفة الممانعة

$$\begin{array}{c|c|c|} & \text{P} & \text{N} \\ \hline \text{P} & Z_{PP}+Z/3 & Z/3 \\ \hline \text{N} & Z/3 & Z_{NN}+Z/3 \\ \hline \end{array}$$

يعطينا

$$\frac{1}{(Z_{PP}+Z/3)\,(Z_{NN}+Z/3)-(Z/3)^2}\quad \begin{array}{c|c|c|} & \text{P} & \text{N} \\ \hline \text{P} & Z_{NN}+Z/3 & -Z/3 \\ \hline \text{N} & -Z/3 & Z_{PP}+Z/3 \\ \hline \end{array}$$

اذن

$$\begin{array}{c|c|} \hline \text{P} & I^{P} \\ \hline \text{N} & I^{N} \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{1}{(Z_{PP}+Z/3)\,(Z_{NN}+Z/3)-(Z/3)^2}\quad \begin{array}{c|c|c|} & \text{P} & \text{N} \\ \hline \text{P} & Z_{NN}+Z/3 & -Z/3 \\ \hline \text{N} & -Z/3 & Z_{PP}+Z/3 \\ \hline \end{array}\quad \begin{array}{c|c|} \hline \text{P} & -h^2V/\sqrt{3} \\ \hline \text{N} & -hV/\sqrt{3} \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{-hV/\sqrt{3}}{(Z_{PP}+Z/3)\,(Z_{NN}+Z/3)-(Z/3)^2}\quad \begin{array}{c|c|} \hline \text{P} & h(Z_{NN}+Z/3)-Z/3 \\ \hline \text{N} & -hZ/3+(Z_{FP}+Z/3) \\ \hline \end{array} \qquad (13\ .\ 22)$$

ان الفولتيات الطرفية للمغيّر الطوري تعطى بما يلي

$$\begin{array}{c|c|} \hline \text{P} & V_{P} \\ \hline \text{N} & V_{N} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & \text{P} & \text{N} \\ \hline \text{P} & Z_{PP} & \\ \hline \text{N} & & Z_{NN} \\ \hline \end{array}\quad \begin{array}{c|c|} \hline \text{P} & I^{P} \\ \hline \text{N} & I^{N} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c|c|} \hline \text{P} & Z_{PP}I^{P} \\ \hline \text{N} & Z_{NN}I^{N} \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{-hV/\sqrt{3}}{(Z_{PP}+Z/3)\,(Z_{NN}+Z/3)-(Z/3)^2}\quad \begin{array}{c|c|} \hline \text{P} & Z_{PP}\{hZ_{NN}+(h-1)Z/3\} \\ \hline \text{N} & Z_{NN}\{Z_{PP}+(1-h)Z/3\} \\ \hline \end{array} \qquad (13\ .\ 23)$$

يجب ان لايغيب عن اذهاننا التعقيد النسبي للممانعتين Z_{PP} و Z_{NN}، من ناحية اخرى، لايوجد ما يستحق الاستمرار في المعادلات الجبرية اذا كانت المعالم معروفة، لان هذا التعبير الرياضي بسيط نسبياً عند اخذ النسبة بين فولتيات التتابع الموجب والتتابع السالب.

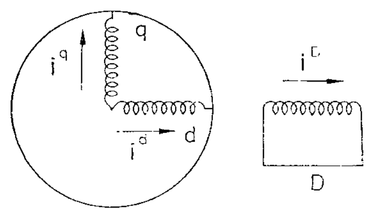
هذه المسألة هي مادة المرجع رقم 22.

3 . 13 الماكنة الحثية متعددة الاطوار ذات الدائرة الثانوية احادية الطور
The Polyphase Induction Machine with a Single - phase Secondary Circuit

من الممكن تحليل الاداء لماكنة متعددة الاطوار ذات لفيفة متعددة الاطوار غير متوازنة على الثانوي، لكن الحالة الاسهل للماكنة ذات اللفيفة الاحادية الطور على الثانوي ستعامل على انها مثال*.

بما ان لفيفة الثانوي غير متوازنة فمن الضروري اخذ محاور المرجع ثابتة نسبة الى لفيفة الثانوي. ولكي نستفيد من مصفوفة الممانعة الاعتيادية التي تكون محاور المرجع فيها ثابتة نسبة الى الساكن، سوف نفترض هنا ان الدوار هو الابتدائي. وبالطبع لاتوجد هنالك اي اختلافات في شكل المعادلات اذا عدّ الدوار ثانوياً ومحاور المرجع على انها ثابتة بالنسبة الى الدوار.

ان ترتيب اللفائف يكون كما هو موضح تخطيطياً في الشكل 48.



شكل (48) ماكنة حثية متعددة الاطوار ذات دائرة ثانوية احادية الطور.

ان مصفوفة الممانعة مكتوبة ادناه وفقا للقواعد المعتادة بدلالة محاور المرجع الثابتة تكون:

$$\mathbf{Z} = \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & D \\ \hline d & R_r + L_r p & L_r\dot{\theta} & Mp \\ \hline q & -L_r\dot{\theta} & R_r + L_r p & -M\dot{\theta} \\ \hline D & Mp & & R_S + L_S p \\ \hline \end{array} \qquad (13 . 24)$$

* لايمكن استخدام الطرق الرتيبة لتحليل محرك حثي احادي الطور ذي لفيفة ثانوي احادية الطور بدلالة محاور مرجعية ثابتة حيث ان اي عضو لايحتوي بعد ذلك على لفيفة متوازنة.

ان قيمة المحدد لهذه المصفوفة تكون:

$$\Delta = (R_S+L_Sp)\,\{(R_r+L_rp)^2+(L_r\dot{\theta})^2\}-Mp\{(R_r+L_rp)\,Mp+L_rM\dot{\theta}^2\}$$

ومعكوسها هو

$\mathbf{Z}^{-1} = \frac{1}{\Delta}$

	d	q	D
d	$(R_r+L_rp)\,(R_S+L_Sp)$	$-(R_S+L_Sp)L_r\dot{\theta}$	$-(R_r+L_rp)Mp-L_rM\dot{\theta}^2$
q	$(R_S+L_Sp)\,(L_r\dot{\theta})-M^2\dot{\theta}p$	$(R_r+L_rp)\,(R_S+L_Sp)-M^2p^2$	$(R_r+L_rp)M\dot{\theta}-L_rM\dot{\theta}p$
D	$-(R_r+L_rp)Mp$	$L_rM\dot{\theta}p$	$(R_r+L_rp)^2+(L_r\dot{\theta})^2$

(13 . 25)

ان الفولتيات الطرفية للفائف الدوار (a,b,c) تكون متوازنة ويمكن تعريفها كما يلي:

$$\begin{array}{c|c|} a & v_a \\ b & v_b \\ c & v_c \end{array} = \begin{array}{c|c|} a & \hat{V}\cos\omega t \\ b & \hat{V}\cos(\omega t-2\pi/3) \\ c & \hat{V}\cos(\omega t-4\pi/3) \end{array} \qquad (13\ .\ 26)$$

ولكون لفيفة الساكن مقصورة الدائرة، فإن $v_D=0$ ولذلك تكون الفولتيات الطرفية لمحاور الاسناد (d,q,D):

$$\begin{array}{c|c|} d & (\sqrt{3/2})\hat{V}\cos(\theta-\omega t) \\ q & (\sqrt{3/2})\hat{V}\sin(\theta-\omega t) \\ D & 0 \end{array} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V}\ \begin{array}{c|c|} d & \cos(\theta-\omega t) \\ q & \sin(\theta-\omega t) \\ D & 0 \end{array} \qquad (13\ .\ 27)$$

واذا كانت v هي السرعة بنسبة الوحدة الآن، فإن $\dot{\theta}=v\omega$، وبأخذ التكامل $\theta=v\omega t+\psi$ أو $\theta-\omega t=-(1-v)\omega t+\psi=-s\omega t+\psi$ ، حيث s هو الانزلاق بنسبة الوحدات. لذلك

$$\begin{array}{c|c|}
d & v_d \\
q & v_q \\
D & v_D
\end{array} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V} \begin{array}{c|c|}
d & \cos(-s\omega t+\psi) \\
q & \sin(-s\omega t+\psi) \\
D & 0
\end{array} \qquad (13\,.\,28)$$

$$= \sqrt{\tfrac{3}{2}}\hat{V} \begin{array}{c|c|}
d & \cos(s\omega t-\psi) \\
q & -\sin(s\omega t-\psi) \\
D & 0
\end{array}$$

وهكذا فإن الفولتيات v_d و v_q تكون جيبية وذات تردد طوري قدره $s\omega$، و v_d تتقدم على v_q بزاوية قدرها $\pi/2$، وهذا يبين ان لفيفة الدوار تدور مع عقرب الساعة بسرعة الانزلاق نسبة الى الساكن.

اذا كان اهتمامنا يتعلق بظروف الحالة المستقرة فقط وجب الانتباه الى انه بدلالة (d,q,D) تكون الدوال المثيرة هي v_d و v_q فقط ويكون لها تردد طوري قدره $s\omega$ وبناء على ذلك فأن قيمة p في مصفوفة الممانعة يمكن التعويض عنها بالقيمة $js\omega$ للحصول على مصفوفة ممانعة الحالة المستقرة. بما ان هذه المصفوفة قد عكست سابقاً لذلك يمكن استخدام التعويض نفسه مباشرة في المعكوس. ثانية، بملاحظة ان قيمة $v_D=0$، سوف لانحتاج الى تحديد عناصر العمود الاخير للمصفوفة $\mathbf{Z}^{-1}$. كتابة $\omega(1-s)$ بدلاً من $\theta^{\cdot}$، X_r بدلاً من ωL_r، X_s بدلاً من ωL_s و X_m بدلاً من ωM، ينتج:

$$\mathbf{Z}^{-1} = \frac{1}{\Delta}\; \begin{array}{c|c|c|c|}
 & d & q & D \\
\hline
d & (R_r+jsX_r)(R_S+jsX_S) & -(R_S+jsX_S)(1-s)X_r & --- \\
q & \begin{array}{c}(R_S+jsX_S)(1-s)X_r\\ -js(1-s)X_m^2\end{array} & \begin{array}{c}(R_r+jsX_r)(R_S+jsX_S)\\ +s^2X_m^2\end{array} & --- \\
D & -(R_r+jsX_r)(jsX_m) & js(1-s)X_rX_m & ---
\end{array} \qquad (13\,.\,29)$$

وتكون الفولتيات الطرفية بدلالة الحدود المركبة كما يلي:

$$\begin{array}{c|c|}
d & v_d \\
q & v_q \\
D & v_D
\end{array} = \begin{array}{c|c|}
d & V_d \\
q & jV_d \\
D & 0
\end{array} \qquad (13\,.\,30)$$

حيث ان $V_d = \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{V} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}V$

لذلك تكون التيارات كما يلي:

$$\begin{array}{c|c|} & \\ d & I^d \\ q & I^q \\ D & I^D \end{array} = \frac{1}{\Delta} \begin{array}{c|c|c|c|} & d & q & D \\ d & (R_r+jsX_r)(R_S+jsX_S) & -(R_S+jsX_S)(1-s)X_r & --- \\ q & (R_S+jsX_S)(1-s)X_r - js(1-s)X_m^2 & (R_r+jsX_r)(R_S+jsX_S) + s^2X_m^2 & --- \\ D & -(R_r+jsX_r)(jsX_m) & js(1-s)X_rX_m & --- \end{array} \begin{array}{c|c|} & \\ d & V_d \\ q & jV_d \\ D & 0 \end{array}$$

$$= \frac{V_d}{\Delta} \begin{array}{c|c|} d & (R_S+jsX_S)\{R_r+jsX_r-j(1-s)X_r\} \\ q & j(R_S+jsX_S)\{R_r+jsX_r-j(1-s)X_r\}+jX_m^2\{s^2-s(1-s)\} \\ D & X_rX_m\{s^2-s(1-s)\}-jsX_mR_r \end{array}$$

$$= \frac{V_d}{\Delta} \begin{array}{c|c|} d & (R_S+jsX_S)\{R_r+j(2s-1)X_r\} \\ q & j(R_S+jsX_S)\{R_r+j(2s-1)X_r\}+js(2s-1)X_m^2 \\ D & -jsX_m\{R_r+j(2s-1)X_r\} \end{array} \qquad (13 . 31)$$

حيث ان

$$\begin{aligned} \Delta &= (R_S+jsX_S)\{(R_r+jsX_r)^2+(1-s)^2X_r^2\} \\ &\quad -jsX_m\{(R_r+jsX_r)(jsX_m)+(1-s)^2X_rX_m\} \\ &= (R_S+jsX_S)[\{R_r^2+(1-2s)X_r^2\}+j2sR_rX_r]-jsX_m^2[(1-2s)X_r+jsR_r] \qquad (13 . 32) \\ &= [R_S\{R_r^2+(1-2s)X_r^2\}-2s^2R_rX_rX_S+s^2R_rX_m^2] \\ &\quad +j[sX_S\{R_r^2+(1-2s)X_r^2\}+2sR_rR_SX_r-s(1-2s)X_rX_m^2] \end{aligned}$$

التيارات (I^d, I^q) و I^D تكون بالطبع ذات تردد طوري قدره $s\omega$. بما ان $\theta = v\omega t+\psi = (1-s)\omega t+\psi$

عندما تكون تيارات الدوار الفعلية قدتم تحديدها سوف تكون هنالك حدود تتضمن حواصل ضرب الدوال المثلثية لـ $(1-s)\omega t$ ولـ $s\omega t$. ويتبع ذلك ان التيارات (i^a, i^b) و i^c يكون لها مركبات ذات تردد

اساسي وذات تردد طوري قدره $(1 - 2s)\omega t$. ويكون التيار في لفيفة الثانوي، I^D، كليا ذا تردد طوري قدره $s\omega$ بشرط ان تكون فولتية المصدر جيبية وذات تردد طوري قدره ω .

4 . 13 العزم Torque

من مصفوفة المانعة الموضحة في المعادلة (24 . 13) نستطيع كتابة مايلي

$$G = \begin{array}{c} \\ d \\ q \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & q & D \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} & L_r & \\ -L_r & & -M \\ & & \end{array}\right] \end{array} = \frac{1}{\omega} \begin{array}{c} \\ d \\ q \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & q & D \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} & X_r & \\ -X_r & & -X_m \\ & & \end{array}\right] \end{array} \qquad (13 . 33)$$

لذلك يكون عزم الحالة المستقرة الثنائي القطب T كما يلي

$$\mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & q & D \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} I^{d*} & I^{q*} & I^{D*} \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ d \\ q \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & q & D \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} & X_r & \\ -X_r & & -X_m \\ & & \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} \\ d \\ q \\ D \end{array} \begin{array}{c} \\ \left[\begin{array}{c} I^d \\ I^q \\ I^D \end{array}\right] \end{array}$$

$$= \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & q & D \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} I^{d*} & I^{q*} & I^{D*} \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{c} d \\ q \\ D \end{array} \left[\begin{array}{c} X_r I^q \\ -X_r I^d - X_m I^D \\ \end{array}\right]$$

$$= \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega} \{I^{d*} X_r I^q - I^{q*} X_r I^d - I^{q*} X_m I^D\} \qquad (13 . 34)$$

إن $I^{d*} X_r I^q$ و $I^{q*} X_r I^d$ الان يكونان مترافقين ولهذا السبب يكون فرقها خيالياً كلياً وتعبير العزم يختزل الى :

$$\mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\{-I^{q*}X_m I^D\}$$

لذلك يكون العزم

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\,\frac{-V_d^2X_m}{\Delta^*\Delta}\,[-j(R_S-jsX_S)\,\{R_r-j(2s-1)X_r\}\\
&\qquad\qquad -js(2s-1)X_m^2]\,[-jsX_m\{R_r+j(2s-1)X_r\}]\\
&=\mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\,\frac{sV_d^2X_m^2}{\Delta^*\Delta}\,[(R_S-jsX_S)\,\{R_r-j(2s-1)X_r\}\\
&\quad+s(2s-1)X_m^2]\,[R_r+j(2s-1)X_r]\\
&=\frac{1}{\omega}\,\frac{sV_d^2X_m^2}{\Delta^*\Delta}\,[R_S\{R_r^2+(2s-1)^2X_r^2\}+s(2s-1)X_m^2R_r]^{*}\\
&=\frac{1}{\omega}\,\frac{sV_d^2X_m^2}{\Delta^*\Delta}\,[2(2R_SX_r^2+R_rX_m^2)s^2-(4R_SX_r^2+R_rX_m^2)s+R_S(R_r^2+X_r^2)]
\end{aligned} \tag{13.35}$$

اذن يكون العزم لماكنة ثلاثية الطور ثنائية القطب كما يلي

$$\frac{1}{\omega}\,\frac{3}{2}\,\frac{sV^2X_m^2}{\Delta\Delta^*}\,[2(2R_SX_r^2+R_rX_m^2)s^2-(4R_SX_r^2+R_rX_m^2)s+R_S(R_r^2+X_r^2)]$$

حيث ان V هي (جـ.م.ت) لفولتية الطور.
يكون العزم صفراً عندما تكون قيمة s تساوي صفراً وعندما تكون

$$2(2R_SX_r^2+R_rX_m^2)s^2-(4R_SX_r^2+R_rX_m^2)s+R_S(R_r^2+X_r^2)=0 \tag{13 . 36}$$

حل هذه المعادلة التربيعية لايجاد قيمة s نحصل على

$$s=\frac{4R_SX_r^2+R_rX_m^2\pm R_r\sqrt{(X_m^4-8R_rR_SX_m^2-16R_S^2X_r^2)}}{4(2R_SX_r^2+R_rX_m^2)} \tag{13 . 37}$$

على الرغم من عدم وجود قيمة جبرية دقيقة للجذر التربيعي، يمكن ايجاد قيمته، بالطبع، في الحالة العددية. في الوقت الحاضر يمكننا الحصول على حل تقريبي وذلك بفرض $X_m \gg R_r$ او $X_m \gg R_s$، في هذه الحالة تكون قيمة الجذر التربيعي اقل بكثير من قيمة X_m^2، ولتكن $X_m^2 - \delta$. بعدها تكون قيم s كما يلي:

★ ملاحظة: حاصل ضرب $\Delta^*\Delta$ يكون حقيقيا.

$$\frac{4R_S X_r^2 + R_r X_m^2 \pm R_r(X_m^2 - \delta)}{4(2R_S X_r^2 + R_r X_m^2)}$$

$$= \frac{4R_S X_r^2 + 2R_r X_m^2 - R_r\delta}{4(2R_S X_r^2 + R_r X_m^2)}$$

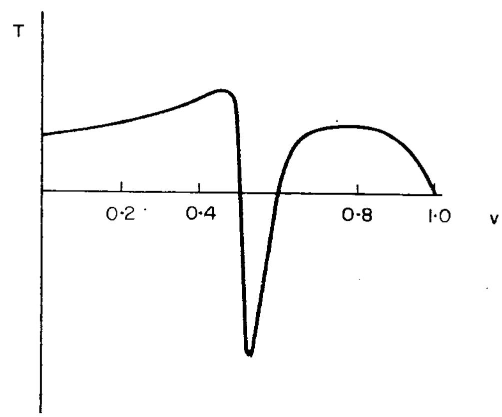
او

$$\frac{4R_S X_r^2 + R_r\delta}{4(2R_S X_r^2 + R_r X_m^2)}$$

ان قيمة الجذر الاول هي اقل بقليل من ½. اما قيمة الجذر الثاني فيمكن تقديرها كما يلي. تكون R_s و R_r لهما رتبة المقدار نفسها عند اسنادهما الى العدد نفسه من اللفائف، وكذلك يكون X_r و X_m اللذان يختلفان بمقدار مفاعلة التسرب للدوار.

اذن $R_sX_r^2$ و $R_rX_m^2$ يكون لهما رتبة المقدار نفسها وبذلك تكون قيمة الجذر الثاني حوالي ⅓. من السهل التأكد من ان العزم يكون موجباً عندما s=1 وكذلك عندما تكون قيم s صغيرة لكنها موجبة. لذلك يكون الشكل العام للعلاقة بين العزم والسرعة كما في الشكل 49.

هذه المسألة قد تم علاجها نظرياً وعملياً في المرجع 23.

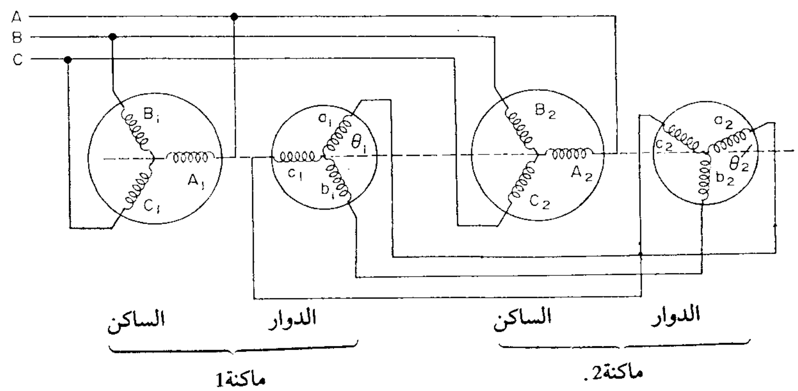


شكل (49). منحني العلاقة بين العزم والسرعة لماكنة حثية ذات دائرة ثانوي احادية الطور.

5 . 13 مكائن القدرة ذاتية التزامن (السلسن) Power Selsyns

ان ماكنة القدرة ذاتية التزامن هي نوع من المكائن الحثية ذات الحلقات المنزلقة وتستخدم بشكل زوجي. كلتا اللفيفتين الابتدائيتين مجهزتان من المصدر نفسه واللفائف الثانوية تكون مربوطة على

شكل توالي متضاد كما هو موضح في الشكل 50. التجهيز الابتدائي يكون متعدد الاطوار متوازناً للمكائن الكبيرة ولكن يمكن استخدام طور واحد للمكائن الصغيرة. ان ميزة النظام هو ان العزوم تعارض اي اختلاف في تحاذي المحاور. لذلك فأن الترتيب هذا يستعمل



شكل (50) ماكنة ذاتية التزامن ثلاثية الطور

للحصول على التزامن (عدا مايخص زاوية الحمل) بين ماكنتين تكونان في غير ذلك مستقلتين، وبدون اي ربط آلـي.

ان النظام المستخدم هنا هو لتوضيح تقنية الربط البيني للمكائن. ومن الضروري التعبير عن الربط البيني للمكائن بدلالة محاور اللفائف الفعلية او بدلالة اللفائف التي تكون ساكنة نسبة الى محاور اللفائف الفعلية. اذن، في الحالة الحاضرة، واذا فرض ان الاجزاء الدوارة ملفوفة بثلاثة اطوار، يمكن التعبير عن الربط البيني بدلالة المحاور (a,b,c) او المحاور (α,β) ولكن ليس بدلالة المحاور (d,q). هذه بسبب عدم تساوي زاوية الدوار θ للماكنتين، ولهذا السبب، على الرغم من كون التحويلات من المحاور(a,b,c) الى المحاور(α,β) متماثلة تماماً غير ان التحويل الى المحاور (d,q) يكون غير متماثل.

اذا رمزنا الى المكائن 1 و 2 من المصفوفة الموضحة في المعادلة 9 . 5 (الفصل الخامس) تكون مصفوفة الممانعة **Z** لمجموعة مؤتلفة قبل الربط البيني بدلالة المحاور ثنائية الطور كما اعطيت في المعادلة (13 . 39).

اذا ربطت اللفائف (α_1,β_1) باللفائف (α_2,β_2) على التوالي، تكون مصفوفة الربط البيني كما يلي:

$C_1 =$ (13 . 38)

	D_1	Q_1	α_1	β_1	D_2	Q_2
D_1	1					
Q_1		1				
α_1			1			
β_1				1		
D_2					1	
Q_2						1
α_2			-1			
β_2				-1		

لقد رمز الى المصفوفة بالرقم 1 وذلك بسبب كونها الاولى لمصفوفات متعددة وليس بسبب ان لها اية علاقة خاصة بالماكنة رقم 1، على الرغم من التعبير عنها بدلالة تيارات الماكنة رقم 1 المفضلة على تيارات الماكنة رقم 2.

$Z =$

	$D_1(A_1')$	$Q_1(B_1')$	α_1	β_1	$D_2(A_2')$	$Q_2(B_2')$	α_2	β_2
$D_1(A_1')$	R_S+L_Sp		$Mp\cos\theta_1$	$Mp\sin\theta_1$				
$Q_1(B_1')$		R_S+L_Sp	$Mp\sin\theta_1$	$-Mp\cos\theta_1$				
α_1	$Mp\cos\theta_1$	$Mp\sin\theta_1$	R_r+L_rp					
β_1	$Mp\sin\theta_1$	$-Mp\cos\theta_1$		R_r+L_rp				
$D_2(A_2')$					R_S+L_Sp		$Mp\cos\theta_2$	$Mp\sin\theta_2$
$Q_2(B_2')$						R_S+L_Sp	$Mp\sin\theta_2$	$-Mp\cos\theta_2$
α_2					$Mp\cos\theta_2$	$Mp\sin\theta_2$	R_r+L_rp	
β_2					$Mp\sin\theta_2$	$-Mp\cos\theta_2$		R_r+L_rp

(13 . 39)

لذلك تكون مصفوفة الممانعة للنظام بعد الربط:

$\mathbf{Z'} = \mathbf{C_{1t}ZC_1} =$

	D_1	Q_1	α_1	β_1	D_2	Q_2
D_1	R_S+L_Sp		$Mp\cos\theta_1$	$Mp\sin\theta_1$		
Q_1		R_S+L_Sp	$Mp\sin\theta_1$	$-Mp\cos\theta_1$		
α_1	$Mp\cos\theta_1$	$Mp\sin\theta_1$	$2(R_r+L_rp)$		$-Mp\cos\theta_2$	$-Mp\sin\theta_2$
β_1	$Mp\sin\theta_1$	$-Mp\cos\theta_1$		$2(R_r+L_rp)$	$-Mp\sin\theta_2$	$Mp\cos\theta_2$
D_2			$-Mp\cos\theta_2$	$-Mp\sin\theta_2$	R_S+L_Sp	
Q_2			$-Mp\sin\theta_2$	$Mp\cos\theta_2$		R_S+L_Sp

(13 . 40)

هذه المصفوفة تحتوي على دوال متغيرة مع الزمن θ_1 و θ_2 ويجب تحويل النظام الى اطار مرجع ثابت اذا استخدمت تحويلات لابلاس للحصول على حل المعادلات التفاضيلة بطريقة رتيبة. بما ان المحاور (D_1,Q_1) و (D_2,Q_2) تكون ثابتة نسبة الى بعضها، فأنه يبدو من الملائم تحويل (α,β) الى (d,q) بدلالة احدى الماكنتين (لنقل الاولى). لذلك يكون التحويل كما يلي

$\mathbf{C_2} =$

	D_1	Q_1	d_1	q_1	D_2	Q_2
D_1	1					
Q_1		1				
α_1			$\cos\theta_1$	$\sin\theta_1$		
β_1			$\sin\theta_1$	$-\cos\theta_1$		
D_2					1	
Q_2						1

(13 . 41)

بما ان $\mathbf{C_2}$ تحتوي ايضاً على دوال متغيرة مع الزمن، فمن الضروري اجراء حاصل الضرب للمصفوفات $\mathbf{Z'C_2i'}$، وانجاز التفاضلات ثم ضربها ضرباً سابقاً بالمصفوفة $\mathbf{C_{2t}}$. من الناحية العملية يمكن كتابة حاصل الضرب $\mathbf{Z'C_2}$ فقط، ومن ناحية اخرى فإن الحضور الضمني لمصفوفة التيار سوف ينظر اليه عند التفاضل. يمكن الحصول على التحويل الكامل عن طريق ضرب المصفوفة الاخيرة هذه $\mathbf{Z'C_2}$ ضرباً سابقاً بالمصفوفة $\mathbf{C_{2t}}$ وبذلك يكون $\mathbf{C_{2t}Z'C_2} = \mathbf{Z''}$ وكما هو معطى في المعادلة (13 . 44). لكي تمثل هذه المصفوفة معادلة تفاضلية ذات معاملات ثابتة، من الواضح ان $(\theta_1 - \theta_2)$ يجب ان تكون كمية ثابتة، هذا يعني ان الزاوية بين الدوارين يجب ان تكون ثابتة. ويتبع ذلك ان

$(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2) = 0$.وبمعنى اخر، يكون التحليل الحاضر تحديدا ملازما للحالة التي تكون فيها سرعة دوران المحاور متساوية وبناءً عليه تكون الزاوية ثابتة بينها. وهذه بالطبع تمثل ظرف الحالة الآلية المستقرة.افرض ان $\alpha = (\theta_1-\theta_2)$ و $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}$ فعند ذلك تكون مصفوفة الممانعة التي تكون التحديدات المذكورة اعلاه مكتوبة فيها كما يلي

$\mathbf{Z''} =$

	D_1	Q_1	d_1	q_1	D_2	Q_2
D_1	R_S+L_Sp		Mp			
Q_1		R_S+L_Sp		Mp		
d_1	Mp	$M\dot{\theta}$	$2(R_r+L_rp)$	$2L_r\dot{\theta}$	$-M\cos\alpha.p$ $-M\sin\alpha.\dot{\theta}$	$M\sin\alpha.p$ $-M\cos\alpha.\dot{\theta}$
q_1	$-M\dot{\theta}$	Mp	$-2L_r\dot{\theta}$	$2(R_r+L_rp)$	$-M\sin\alpha.p$ $+M\cos\alpha.\dot{\theta}$	$-M\cos\alpha.p$ $-M\sin\alpha.\dot{\theta}$
D_2			$-M\cos\alpha.p$	$-M\sin\alpha.p$	R_S+L_Sp	
Q_2			$M\sin\alpha.p$	$-M\cos\alpha.p$		R_S+L_Sp

(13 . 42)

$\mathbf{Z'C_2} =$

	D_1	Q_1	d_1	q_1	D_2	Q_2
D_1	R_S+L_Sp		Mp			
Q_1		R_S+L_Sp		Mp		
α_1	$Mp\cos\theta_1$	$Mp\sin\theta_1$	$2(R_r+L_rp)\cos\theta_1$	$2(R_r+L_rp)\sin\theta_1$	$-Mp\cos\theta_2$	$-Mp\sin\theta_2$
β_1	$Mp\sin\theta_1$	$-Mp\cos\theta_1$	$2(R_r+L_rp)\sin\theta_1$	$-2(R_r+L_rp)\cos\theta_1$	$-Mp\sin\theta_2$	$Mp\cos\theta_2$
D_2			$-Mp\cos(\theta_1-\theta_2)$	$-Mp\sin(\theta_1-\theta_2)$	R_S+L_Sp	
Q_2			$Mp\sin(\theta_1-\theta_2)$	$-Mp\cos(\theta_1-\theta_2)$		R_S+L_Sp

	D_1	Q_1	d_1	q_1	D_2	Q_2
D_1	R_S+L_Sp		Mp			
Q_1		R_S+L_Sp		Mp		
α_1	$M\cos\theta_1p$ $-M\sin\theta_1\theta_1$	$M\sin\theta_1p$ $+M\cos\theta_1\dot{\theta}_1$	$2\cos\theta_1(R_r+L_rp)$ $-2L_r\sin\theta_1\theta_1$	$2\sin\theta_1(R_r+L_rp)$ $+2L_r\cos\theta_1\dot{\theta}_1$	$-M\cos\theta_2p$ $+M\sin\theta_2\theta_2$	$-M\sin\theta_2p$ $-M\cos\theta_2\dot{\theta}_2$
β_1	$M\sin\theta_1p$ $+M\cos\theta_1\dot{\theta}_1$	$-M\cos\theta_1p$ $+M\sin\theta_1\dot{\theta}_1$	$2\sin\theta_1(R_r+L_rp)$ $+2L_r\cos\theta_1\dot{\theta}_1$	$-2\cos\theta_1(R_r+L_rp)$ $+2L_r\sin\theta_1\dot{\theta}_1$	$-M\sin\theta_2p$ $-M\cos\theta_2\dot{\theta}_2$	$M\cos\theta_2p$ $-M\sin\theta_2\dot{\theta}_2$
D_2			$-M\cos(\theta_1-\theta_2)p$ $+M\sin(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$	$-M\sin(\theta_1-\theta_2)p$ $-M\cos(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$	R_S+L_Sp	
Q_2			$M\sin(\theta_1-\theta_2)p$ $+M\cos(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$	$-M\cos(\theta_1-\theta_2)p$ $+M\sin(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$		R_S+L_Sp

(13 . 43)

$\mathbf{Z}'' =$

	D_1	Q_1	d_1	q_1	D_2	Q_2
D_1	$R_S + L_S p$		Mp			
Q_1		$R_S + L_S p$		Mp		
d_1	Mp	$M\dot{\theta}_1$	$2(R_r+L_r p)$	$2L_r\dot{\theta}_1$	$-M\cos(\theta_1-\theta_2)p$ $-M\sin(\theta_1-\theta_2)\dot{\theta}_2$	$M\sin(\theta_1-\theta_2)p$ $-M(\cos(\theta_1-\theta_2)\dot{\theta}_2$
q_1	$-M\dot{\theta}_1$	Mp	$-2L_r\dot{\theta}_1$	$2(R_r+L_r p)$	$-M\sin(\theta_1-\theta_2)p$ $+M\cos(\theta_1-\theta_2)\dot{\theta}_2$	$-M\cos(\theta_1-\theta_2)p$ $-M\sin(\theta_1-\theta_2)\dot{\theta}_2$
D_2			$-M\cos(\theta_1-\theta_2)p$ $+M\sin(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$	$-M\sin(\theta_1-\theta_2)p$ $-M\cos(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$	$R_S+L_S p$	
Q_2			$M\sin(\theta_1-\theta_2)p$ $+M\cos(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$	$-M\cos(\theta_1-\theta_2)p$ $+M\sin(\theta_1-\theta_2)(\dot{\theta}_1-\dot{\theta}_2)$		$R_S+L_S p$

(13 . 44)

بما ان الاثارة على المحاور ($D_1(A'_1)$ و $Q_1(B'_1)$)و ($D_2(A'_2)$, $Q_2(B'_2)$) تكون جميعها ذات تردد زاوي ω،يمكن التعبير عن الحالةالكهربائية المستقرة بأستبدال p بوساطة $j\omega$ واذا وضعنا $\theta^{\cdot}=v\omega$ كذلك وعبرنا عن النتائج بدلالة المفاعلة ينتج لنا:

$\mathbf{Z}'' =$

	D_1	Q_1	d_1	q_1	D_2	Q_2
D_1	R_S+jX_S		jX_M			
Q_1		R_S+jX_S		jX_M		
d_1	jX_M	vX_M	$2(R_r+jX_r)$	$2vX_r$	$-jX_M\cos\alpha$ $-vX_M\sin\alpha$	$jX_M\sin\alpha$ $-vX_M\cos\alpha$
q_1	$-vX_M$	jX_M	$-2vX_r$	$2(R_r+jX_r)$	$-jX_M\sin\alpha$ $+vX_M\cos\alpha$	$-jX_M\cos\alpha$ $-vX_M\sin\alpha$
D_2			$-jX_M\cos\alpha$	$-jX_M\sin\alpha$	R_S+jX_S	
Q_2			$jX_M\sin\alpha$	$-jX_M\cos\alpha$		R_S+jX_S

(13 . 45)

من الواضح انه لايمكن متابعة الحل بدون اختصار هذه المصفوفة المعقدة الى شكل يسهل التعامل معه والخبرة السابقة الحاصلة من المحرك الحثي تقترح التحويل الى المحاور (P,N,f,b). ان مصفوفة التحويل لهذه تكون:

		P_1	N_1	f	b	P_2	N_2
	$D_1(A'_1)$	1	1				
	$Q_1(B'_1)$	$-j$	j				
	d_1			1	1		
$C_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	q_1			$-j$	$-j$		
	$D_2(A'_2)$					1	1
	$Q_2(B'_2)$					$-j$	j

(13 . 46)

وكذلك

		$D_1(A'_1)$	$Q_1(B'_1)$	d_1	q_1	$D_2(A'_2)$	$Q_2(B'_2)$
	P_1	1	j				
	N_1	1	$-j$				
$C^*_{3t} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	f			1	j		
	b			1	$-j$		
	P_2					1	j
	N_2					1	$-j$

(13 . 47)

ومصفوفة الممانعة المحولة $\mathbf{Z}'''$ تكون كما هي معطاة في المعادلة (50 . 13).

ان الفائدة من هذا التحويل يمكن تحقيقها بأعادة ترتيب نسق الصفوف والاعمدة. وفي الوقت نفسه يعوض عن (v - 1) و (1+v) بالمقدار s و (s - 2) على التوالي للحصول على مصفوفة الممانعة المعطاة في المعادلة (51 . 13).

اذا كانت فولتيات المصدر متوازنة فإن هذا يتطلب المتابعة بأستخدام المحاور (P_1,f,P_2) فقط ذلك لانها تكون نظاماً غير معتمد على المحاور (N_1,b,N_2) وان جميع الفولتيات الطرفية للنظام الاخير تكون صفراً.

وبعكس المصفوفة الثانوية (P_1,f,P_2) يمكن الحصول على تيارات التتابع الموجب من المعادلة التالية

$$
\begin{array}{c|c|}
 & \\
P_1 & I^{P_1} \\
f & I^{f} \\
P_2 & I^{P_2}
\end{array}
= \frac{1}{\Delta}
\begin{array}{c|c|c|c|}
 & P_1 & f & P_2 \\
P_1 & 2(R_S+jX_S)(R_r+jsX_r)+sX_M^2 & - & sX_M^2 e^{j\alpha} \\
f & -jsX_M(R_S+jX_S) & - & jsX_M(R_S+jX_S)e^{j\alpha} \\
P_2 & sX_M^2 e^{-j\alpha} & - & 2(R_S+jX_S)(R_r+jsX_r)+sX_m^2
\end{array}
\begin{array}{c|c|}
 & \\
P_1 & V_P \\
f & 0 \\
P_2 & V_P
\end{array}
\qquad (13\ .\ 48)
$$

التي يكون فيه العمود f لمصفوفة المسامحة، الذي ليس له علاقة بالموضوع، غير محسوب وحيث ان

$$
\begin{aligned}
\Delta &= (R_S+jX_S)\{2(R_S+jX_S)(R_r+jsX_r)+sX_M^2\}-jX_M(jsX_M)(R_S+jX_S) \\
&= 2(R_S+jX_S)\{(R_S+jX_S)(R_r+jsX_r)+sX_M^2\}
\end{aligned}
\qquad (13\ .\ 49)
$$

$Z''' = C_{3t}Z''C_3 =$

	P_1	N_1	f	b	P_2	N_2
P_1	R_S+jX_S		jX_M			
N_1		R_S+jX_S		jX_M		
f	$j(1-v)X_M$		$2\{R_r+j(1-v)X_r\}$		$-j(1-v)X_M e^{j\alpha}$	
b		$j(1+v)X_M$		$2\{R_r+j(1+v)X_r\}$		$-jX_M(1+v)e^{-j\alpha}$
P_2			$-jX_M e^{-j\alpha}$		R_S+jX_S	
N_2				$-jX_M e^{j\alpha}$		R_S+jX_S

(13 . 50)

$Z''' =$

	P_1	f	P_2	N_1	b	N_2
P_1	R_S+jX_S	jX_M				
f	jsX_M	$2\{R_r+jsX_r\}$	$-jsX_M e^{j\alpha}$			
P_2		$-jX_M e^{-j\alpha}$	R_S+jX_S			
N_1				R_S+jX_S	jX_M	
b				$j(2-s)X_M$	$2\{R_r+j(2-s)X_r\}$	$-j(2-s)X_M e^{-j\alpha}$
N_2					$-jX_M e^{j\alpha}$	R_S+jX_S

(13 . 51)

من البند 3 . 1. 10 ـ الفصل العاشر، يكون العزم ثنائي القطب للماكنة 1 كما يلي:

$$
\begin{aligned}
T_1 &= \mathrm{Re}\,\frac{1}{\omega}\{-jX_M I^{P_1} I^{f*}\} \\
&= \mathrm{Re}\,\frac{V_P^2}{\omega}(-jX_M)\,\frac{\{2(R_S+jX_S)(R_r+jsX_r)+sX_M^2(1+e^{j\alpha})\}\{jsX_M(R_S-jX_S)(1-e^{-j\alpha})\}}{\Delta\Delta^*} \\
&= \mathrm{Re}\,\frac{V_P^2}{\omega\Delta\Delta^*}\,sX_M^2\{2(R_S+jX_S)(R_S-jX_S)(R_r+jsX_r)(1-e^{-j\alpha}) \\
&\quad +sX_M^2(R_S-jX_S)(e^{j\alpha}-e^{-j\alpha})\} \\
&= \frac{V_P^2}{\omega\Delta\Delta^*}\,sX_M^2\{2(R_S^2+X_S^2)[R_r(1-\cos\alpha)-sX_r\sin\alpha]+sX_M^2(2X_S\sin\alpha)\} \\
&= \frac{2V_P^2}{\omega\Delta\Delta^*}\,sX_M^2\{(R_S^2+X_S^2)R_r(1-\cos\alpha)-sX_r(R_S^2+X_S^2-X_SX_M^2/X_r)\sin\alpha\} \qquad (13\ .\ 52)
\end{aligned}
$$

حيث يكون فيه $V_P=\sqrt{2}V$ لماكنة ذات طورين و $V_P=\sqrt{3}V$ لماكنة ذات ثلاثة اطوار.

ان العزم للماكنة الثانية يمكن حسابه بالطريقة نفسها مع التذكر ان قيمة التيار I^f اعلاه هي القيمة السالبة للتيار المناظر في الماكنة الثانية. وبأسلوب آخر يمكن استخراجها مباشرة من التعبير الرياضي الذي تم حسابه تواً اذا ابدلت α بـ $-\alpha$.

اذا كانت قيمة α موجبة ولكنها غير كبيرة، كان الحد الثاني في الاقواس المزدوجة هو الاكبر، بغض النظر عن اشارة s، ويكون العزم T_1 سالباً ومع اتجاه عقرب الساعة. واذا كانت قيمة s اقل من 1$(s<1)$ كان دوران المكائن عكس عقرب الساعة، وبما ان قيمة θ_1 اكبر من قيمة $\theta_2(\theta_1>\theta_2)$ يكون T_1 عزماً معوقاً للماكنة المتقدمة 1. واذا كانت قيمة s اكبر من 1$(s>1)$ يكون دوران المكائن مع عقرب الساعة، وبما ان قيمة θ_1 اكبر من قيمة $\theta_2(\theta_1>\theta_2)$ يكون T_1 عزماً معجلاً للماكنة المتخلفة 1. وكذلك العزم T_2 يُعجِّل الماكنة 2 بأتجاه الدوران عندما تكون متخلفة عن الماكنة 1 ويعوقها عندما تكون متقدمة على الماكنة 1. لذلك تحاول العزوم المحافظة على التزامن.

اذا كانت $s=0$ فأن العزوم لكلتا الماكنتين تكون صفراً بغض النظر عن اشارة او قيمة α. لايمكن استخدام النظام للمحافظة على التزامن عند السرعة التزامنية او خلالها مالم يكن الدوران مع اتجاه عقرب الساعة اي عكس مجالات الساكن عندما تكون قيمة s تساوي 2$(s=2)$.

ان تحليل الماكنة ذاتية التزامن ذات الطور الواحد يكون مطابقاً لذلك الخاص بالنظام متعدد الاطوار قدر مايتعلق بأشتقاق مصفوفة الممانعة بدلالة المحاور (P_1, f, P_2, N_1, b, N_2). عند هذه النقطة من الضروري كتابة التقييدات الخاصة بالماكنة ذاتية التزامن ذات الطور الواحد التي هي $I^{N_1}=-I^{P_1}$

و $I^{P_2} = -I^{N_2}$ بصيغة مصفوفة تحويل اضافية تختزل مصفوفة الممانعة الى مصفوفة 4×4 بدلالة المحاور (P_1,f,P_2,b). وبعكس مصفوفة الممانعة هذه يمكننا الحصول على قيم جميع التيارات ووضع هذه القيم في تعبير العزم المعطى في البند 3 . 1 . 10 من الفصل العاشر.

6 . 13 اداء الطور الواحد للمولد التزامني ذي الفجوة الهوائية المنتظمة وبدون دوائر تخميد
The Single - Phase Performance of the Synchronous Generator with a Uniform Air - gap and no Damping Circuits

بما ان ظرف الطور الواحد يكون حالة خاصة للعمل غير المتوازن، لذلك يمكن تحليل اداء الطور الواحد لمولد متوازن متعدد الاطوار، والاداء لمولد ذي طور واحد ايضاً، بطريقة محاور المركبات المتماثلة.

وقد وضح سابقاً ان ممانعة التتابع السالب لماكنة تزامنية تعتمد على شكل موجة التيار وقد يعني هذا احتمال اهمال مركبة توافقية مهمة عند التحليل بدلالة هذه الصيغ. وسوف تحصل هذه ايضاً بالتحليل مباشرة بدلالة طور واحد او ظروف غير متوازنة اخرى. وعلى سبيل المثال اذا فرضنا ان تيار الحمل هو تيار جيبي ذو طور واحد وثم استنتاج فولتية الطرف فأن هذه الفولتية تحتوى على مركبات توافقية. ومن غير الممكن ان يكون التيار للحمل الاعتيادي تياراً جيبياً عندما تكون الفولتية الطرفية تحتوي على مركبة توافقية. وعملياً ان كلاً من التيار والفولتية يحتوي على مركبات توافقية. وفي بعض الحالات يمكن تعليل اهمال هذه التوافقيات، لكن عند عدم اهمالها، فأن ذلك يتطلب حلاً كثير الدقة.

اذا عومل الحمل على انه ممانعة ومصفوفته موحدة مع مصفوفة الممانعة العابرة للمنوّب، كما اجريت حالة الحمل المتوازن والموضحة في الفصل العاشر (البند 3 . 5 . 10)، فإن المعادلات الناجمة لايمكن تحويلها الى مجموعة ذات معاملات ثابتة بأستخدام المصفوفات الموضحة في الفصل السابع ـ الفقرة 8 . 7 او بأستخدام اي شكل للتحويل. ولذلك لايمكن حل المسألة بالاستخدام الرتيب لتحويلات لابلاس. والحل الكامل يتطلب عمليات جبرية ليست بالقليلة وقد تمت الاشارة الى التقنية المستعملة هنا فقط. وللسهولة، سوف نتبصر في المكائن عديمة التخميد. وبما انه لاتوجد ميزات بأستخدام اي شيء عدا محاور اللفائف الفعلية، لذلك سوف نرجع الى معادلات الفولتية الموضحة في المعادلة (7 . 5) ونحذف احدى لفائف الساكن Q واحدى لفائف المنتج. وتبين الخبرة ان الحل يكون اكثر ملائمة اذا كان بصيغ الطورين في حالة اخذ $i^{\alpha}=0$، ولكن يمكن ان يكون الحل محققاً على التساوي في حالة اخذ $i^{\beta}=0$. وتكون معادلة الفولتية بالصيغة المصفوفية كما يلي

$$\begin{array}{c|c|} \beta & v_\beta \\ \mathrm{F} & v_\mathrm{F} \end{array} = \begin{array}{c|c|c|} & \beta & \mathrm{F} \\ \hline \beta & R_a+L_d p & Mp\sin\theta \\ \mathrm{F} & Mp\sin\theta & R_\mathrm{F}+L_\mathrm{F}p \end{array} \begin{array}{c|c|} \beta & i^\beta \\ \mathrm{F} & i^\mathrm{F} \end{array} \qquad (13 . 53)$$

حيث ان F تمثل لفيفة المجال. وفي هذه المعادلة المصفوفية فإن المعاملات p للعناصر $Mp \sin\theta$ لمصفوفة الممانعة تعمل على حاصل الضرب بين $\sin\theta$ والتيار المناسب. لذلك تكون الفائدة قليلة عند استخدام المصفوفات ويمكن كتابة الفولتيات بالشكل الاتي

$$\begin{aligned} v_\beta &= (R_a+L_d p)i^\beta + Mp(\sin\theta i^F) \\ v_F &= Mp(\sin\theta i^\beta) + (R_F+L_F p)i^F \end{aligned} \qquad (13\ .\ 54)$$

لايمكننا عد التيار i^F تياراً مستمراً حتى لو كان اهتمامنا بظروف الحالة المستقرة فقط لان i^F في الحقيقة غير مستمر. ولايمكننا "عكس" اي مصفوفة ذلك لأن هذا لايكون ملائماً الا لحل المسائل التي تكون فيها المعادلات ذات معاملات ثابتة. من ناحية ثانية، يمكننا تطبيق تحويلات لابلاس بعد اعتبارات تمهيدية قليلة:

$$\sin\theta i = \frac{\varepsilon^{j\theta}-\varepsilon^{-j\theta}}{j2}\, i = -\frac{j}{2}\{\varepsilon^{j(\omega t+\psi)}-\varepsilon^{-j(\omega t+\psi)}\}i$$
$$= -\frac{j}{2}\{\varepsilon^{j\psi}\varepsilon^{j\omega t}i - \varepsilon^{-j\psi}\varepsilon^{-j\omega t}i\}$$

اذا كانت $\theta = \omega t+\psi$.

بما ان ψ تكون ثابتة وتحويل لابلاس لـ $e^{j\omega t}i$ يكون $\bar{i}(s-j\omega)$ لذلك فأن تحويل $\sin\theta i$ يكون:

$$-\frac{j}{2}\{\varepsilon^{j\psi}\bar{i}(s-j\omega)-\varepsilon^{-j\psi}\bar{i}(s+j\omega)\}$$

وتحويل $p(\sin\theta i)$ هو:

$$-\frac{j}{2}s\{\varepsilon^{j\psi}\bar{i}(s-j\omega)-\varepsilon^{-j\psi}\bar{i}(s+j\omega)\}+\frac{j}{2}\{\varepsilon^{j\psi}-\varepsilon^{-j\psi}\}i_o$$

حيث ان i_o هي قيمة التيار i عند الزمن صفر.

واذا تضمنت R_a و L_d اية ممانعة خارجية في دائرة المنتج، فأن معادلات تحويل الفولتية ذات فولتية لفيفة مجال ثابتة V_F تكون بالشكل الاتي:

$$\begin{aligned} 0 &= (R_a+L_d s)\,\bar{i}^\beta(s) \\ &\quad + M\left[-\frac{j}{2}s\{\varepsilon^{j\psi}\bar{i}^F(s-j\omega)-\varepsilon^{-j\psi}\bar{i}^F(s+j\omega)\}+\frac{j}{2}\{\varepsilon^{j\psi}-\varepsilon^{-j\psi}\}V_F/R_F\right] \\ \frac{V_F}{s} &= M\left[-\frac{j}{2}s\{\varepsilon^{j\psi}\bar{i}^\beta(s-j\omega)-\varepsilon^{-j\psi}\bar{i}^\beta(s+j\omega)\}\right]+(R_F+L_F s)\,\bar{i}^F(s) \end{aligned}$$

انه عند الزمن صفر يكون $i_o^F = V_F/R_F$ و $i_o^\beta=0$.

من المعادلة الاولى:

$$\bar{\imath}^\beta(s) = -\frac{M}{R_a + L_d s} \times \left[-\frac{j}{2} s\{\varepsilon^{j\varphi}\bar{\imath}^F(s-j\omega) - \varepsilon^{-j\varphi}\bar{\imath}^F(s+j\omega)\} + \frac{j}{2}\{\varepsilon^{j\varphi} - \varepsilon^{-j\varphi}\} V_F/R_F \right] \quad (13\ .\ 55)$$

ومن المعادلة الثانية:

$$\bar{\imath}^F(s) = \frac{V_F}{s(R_F + L_F s)} - \frac{M}{R_F + L_F s} \times \left[-\frac{j}{2} s\{\varepsilon^{j\varphi}\bar{\imath}^\beta(s-j\omega) - \varepsilon^{-j\varphi}\bar{\imath}^\beta(s+j\omega)\} \right] \quad (13\ .\ 56)$$

يمكننا لذلك التعويض عن $\bar{\imath}^\beta$ في المعادلة الثانية او عن $\bar{\imath}^F$ في المعادلة الاولى بأستخدام $(s - j\omega)$ او $(s+j\omega)$ بدلاً من s حيث كان ذلك ضرورياً، وهكذا فأن

$$\bar{\imath}^F(s-j\omega) = \frac{V_F}{(s-j\omega)\{R_F + L_F(s-j\omega)\}} - \frac{M}{R_F + L_F(s-j\omega)} \cdot \times \left[-\frac{j}{2}(s-j\omega)\{\varepsilon^{j\varphi}\bar{\imath}^\beta(s-j2\omega) - \varepsilon^{-j\varphi}\bar{\imath}^\beta(s)\} \right] \quad (13\ .\ 57)$$

وكذلك

$$\bar{\imath}^F(s+j\omega) = \frac{V_F}{(s+j\omega)\{R_F + L_F(s+j\omega)\}} - \frac{M}{R_F + L_F(s+j\omega)} \times \left[-\frac{j}{2}(s+j\omega)\{\varepsilon^{j\varphi}\bar{\imath}^\beta(s) - \varepsilon^{-j\varphi}\bar{\imath}^\beta(s+j2\omega)\} \right] \quad (13\ .\ 58)$$

وبذلك تصبح معادلة تحويل الفولتية الاولى كما يلي

$$
\begin{aligned}
0 = {} & (R_a + L_d s)\,\bar{i}^{\beta}(s) \\
& - \frac{jMs\varepsilon^{j\varphi}}{2\{R_F + L_F(s-j\omega)\}} \\
& \times \left[\frac{V_F}{s-j\omega} + \frac{jM(s-j\omega)}{2} \{\varepsilon^{j\varphi}\bar{i}^{\beta}(s-j2\omega) - \varepsilon^{-j\varphi}\bar{i}^{\beta}(s)\} \right] \\
& + \frac{jMs\varepsilon^{-j\varphi}}{2\{R_F + L_F(s+j\omega)\}} \\
& \times \left[\frac{V_F}{s+j\omega} + \frac{jM(s+j\omega)}{2} \{\varepsilon^{j\varphi}\bar{i}^{\beta}(s) - \varepsilon^{-j\varphi}\bar{i}^{\beta}(s+j2\omega)\} \right] \\
& + \frac{jM}{2} \{\varepsilon^{j\varphi} - \varepsilon^{-j\varphi}\} \frac{V_F}{R_F}
\end{aligned}
$$

ان حدود هذه المعادلة تكون جميعها معلومة في الظرف المعطى عدا الدوال $\bar{i}^{\beta}(s),\ \bar{i}^{\beta}(s-j2\omega)$ و $\bar{i}^{\beta}(s+j2\omega)$ التي تكون دوال متماثلة للمتغيرات الثلاث $s,\ s-j2\omega,\ s+j2\omega$. مثل هذه المعادلة تكون معادلة فرقية وتكون عرضة لحل اما تقريبي او عددي. عندما يكون $\bar{i}^{\beta}(s)$ معلوما، فأن i^{β} يتبعه وكذلك ايضا بالنسبة لـ i^{F}. ولمعرفة الحل كاملا على القارىء الرجوع الى المرجعين 12 و 24.

من الملاحظ ان المصفوفات الجبرية لم تسهم بأي شيء في حل هذه المسألة التي تم شمولها، في مثل هذه الحالة، تبين ان تكوين هذه المعادلات قد يكون سهلاً، ولكن التقنيات الرتيبة في الحل قد فشلت، على الرغم من عدم ضرورة قطع كل الامال.

الفصل الرابع عشر

الاستنتاج Conclusion

يعد هذا الفصل مهماً لوضع التحليل المصفوفي للمكائن الكهربائية بالشكل المنظور.

اولاً، ان المكائن الكهربائية تشكل مجموعة ضمن نسق اوسع يمكن وصفه بأنه أجهزة آلية كهربائية وتتضمن اشياء اخرى ايضاً مثل اجهزة القياس ومفاتيح التلامس. وان المعادلات الاساسية لجميع هذه الاجهزة تكون متشابهة. إنّ المكائن الدوارة وحدها قد عولجت هنا بالتفصيل حيث انها تشكل مجموعة مهمة تستحق اهتماماً تفصيلياً وكذلك بسبب امتلاكها لشيء واحد مشترك، والذي يفتقر اليه معظم البقية، الا وهو ظرف السرعة الثابتة للحالة المستقرة. وهذا مما يجعلها تمهيداً جيداً للانظمة الآليــة الكهربائية من الاجهزة التي تبدو بسيطة والتي لها حركة محدودة فقط.

ثانيا، لايوجد كتاب متكامل حول التحليل المصفوفي للمكائن الكهربائية بدون الاستناد الى تحليلات الكميات الممتدة. ان تحليل الكمية الممتدة هو تحليل اساسي اكثر عمقاً من التحليل المصفوفي، حيث يستخدم ترميزاً متوافقاً جداً وفعالاً ويكون مقترناً الى حد بعيد بدراسة الهندسة وعلم الحركة. وان طريقة فهم تحليل الكمية الممتدة للمكائن الكهربائية تستند اعتيادياً على معادلة لاجرانج للحالة الحركية (الديناميكية)، ولكي نتمكن من استعمال هذه المعادلة من الضروري معرفة التعبير الخاص بالطاقة المخزونة في المجال الكهربائي. وهكذا فأن طريقة الفهم هذه تكون معتمدة على معادلة الدائرة مثلما تمت معاملتها في هذا الكتاب. وعلاوة على ذلك، عند تطبيق هذه الطريقة على ماكنة كهربائية معينة، فأنها تكون غير مميزة عن طريقة التحليل المصفوفي في هذا الكتاب، ذلك لان الصفيفة المصفوفية تكون الترتيب الاكثر ملائمة للمعالم والمتغيرات

قد تعطي المباشرة في تحليل الكمية الممتدة للانظمة الالية (الميكانيكية) اولاً خبرة تجريبية كبيرة ذلك لانه، اضافة الى جبر المصفوفات، يكون من الضروري دراسة الحالة الحركية (الديناميكية) بصيغة الكمية الممتدة (Tensor) قبل اجراء اي تطبيق. ولذلك من المفضل دراسة تحليلات المصفوفة وبعض تطبيقاتها على مكائن فعلية قبل دراسة تحليل الكمية الممتدة. والاخير (تحليل الكمية الممتدة) لايعطي الفلسفة الرياضية للتحليلات المصفوفية بعدها الحقيقي، ولكن يمكن الفرد من تعدي حدود منظور هذا الكتاب بثقة قد تكون في ماعدا ذلك غير معللة تماماً.

الملاحق

الملحق م . 1 التحديد على لفائف الدوّار Restriction on Rotor Windings

سوف نبين انه من الضروري للفائف الدوار ان تكون متوازنة وان كانت الفجوة الهوائية منتظمة، اذا كان المطلوب هو التحويل الى لفائف ثابتة للحصول على معادلات لها معاملات ثابتة. لنفترض الكميات التالية، بالرموز نفسها المستخدمة في الفصل الرابع (الفقرة 5 . 4).

$$\begin{aligned} L_{\alpha D} &= M_{\alpha D}\cos\theta \qquad & L_{\beta D} &= M_{\beta D}\sin\theta \\ L_{\alpha Q} &= M_{\alpha Q}\sin\theta \qquad & L_{\beta Q} &= -M_{\beta Q}\cos\theta \end{aligned} \qquad [\text{م } 1 . 1]$$

حيث ان $M_{\alpha D}, M_{\beta D}, M_{\alpha Q}$ و $M_{\beta Q}$ يكونان ثابتين ولكن ليس من الضروري ان يكونا متساويين. ان المعادلات الثالثة والرابعة للفولتية المعطاة في الفصل الخامس (الفقرة 3 . 5) ستصبح الان كما يلي

$$\begin{aligned} v_D &= p(M_{\alpha D}\cos\theta i^{\alpha} + M_{\beta D}\sin\theta i^{\beta}) + R_{DD}i^D + L_{DD}pi^D \\ v_Q &= p(M_{\alpha Q}\sin\theta i^{\alpha} - M_{\beta Q}\cos\theta i^{\beta}) + R_{QQ}i^Q + L_{QQ}pi^Q \end{aligned} \qquad [\text{م } 1 . 2]$$

لذلك يكون التحويل المطلوب هو

$$\begin{aligned} M_{dD}i^d &= M_{\alpha D}\cos\theta i^{\alpha} + M_{\beta D}\sin\theta i^{\beta} \\ M_{qQ}i^q &= M_{\alpha Q}\sin\theta i^{\alpha} - M_{\beta Q}\cos\theta i^{\beta} \end{aligned} \qquad [\text{م } 1 . 3]$$

حيث ان M_{dD} و M_{qQ} محاثات ثابتة تكون ضرورية للمحافظة على توافق الابعاد . وبصيغة المصفوفة يكون التحويل:

$$\begin{array}{c|c|} d & i^d \\ \hline q & i^q \end{array} = \begin{array}{c} \\ d \\ q \end{array}\begin{array}{|c|c|} \multicolumn{1}{c}{\alpha} & \multicolumn{1}{c}{\beta} \\ \hline \dfrac{M_{\alpha D}}{M_{dD}}\cos\theta & \dfrac{M_{\beta D}}{M_{dD}}\sin\theta \\ \hline \dfrac{M_{\alpha Q}}{M_{qQ}}\sin\theta & -\dfrac{M_{\beta Q}}{M_{qQ}}\cos\theta \\ \hline \end{array}\begin{array}{c|c|} \alpha & i^{\alpha} \\ \hline \beta & i^{\beta} \end{array} \qquad [\text{م } 1 . 4]$$

ان المعادلة التي تعبر عن i^α و i^β بدلالة i^d و i^q هي

$$\begin{array}{c|c|}\alpha & i^\alpha \\ \hline \beta & i^\beta\end{array} = \frac{1}{\Delta}\;\begin{array}{c} \\ \alpha \\ \beta\end{array}\begin{array}{|c|c|}\multicolumn{1}{c}{d} & \multicolumn{1}{c}{q} \\ \hline -\dfrac{M_{\beta Q}}{M_{qQ}}\cos\theta & -\dfrac{M_{\beta D}}{M_{dD}}\sin\theta \\ \hline -\dfrac{M_{\alpha Q}}{M_{qQ}}\sin\theta & \dfrac{M_{\alpha D}}{M_{dD}}\cos\theta \\ \hline\end{array}\;\begin{array}{c|c|}d & i^d \\ \hline q & i^q\end{array} \qquad \text{[م 1 . 5]}$$

وتكون قيمة المحدد:

$$\Delta = -\frac{M_{\alpha D}M_{\beta Q}}{M_{dD}M_{qQ}}\cos^2\theta - \frac{M_{\alpha Q}M_{\beta D}}{M_{dD}M_{qQ}}\sin^2\theta$$

وهذا يظهر في مقام كل من i^α و i^β معبراً عنه بدلالة i^d و i^q.

وبما ان المعادلتين الاوليين للفولتية تحتويان على تفاضلات زمنية لـ i^α و i^β، ستكون هذه المعادلات حتماً دوال معقدة بالنسبة لـ θ مالم تكن Δ غير معتمدة على θ، اي انه مالم تكن

$$\frac{M_{\alpha D}M_{\beta Q}}{M_{dD}M_{qQ}} = \frac{M_{\alpha Q}M_{\beta D}}{M_{dD}M_{qQ}} = -\Delta$$

ولذلك يجب ان نفترض $M_{\alpha D}M_{\beta Q} = M_{\alpha Q}M_{\beta D}$.

ومرة اخرى فأن (v_d, v_q) بدلالة (v_α, v_β) تكون كما يلي

$$\begin{array}{c|c|}d & v_d \\ \hline q & v_q\end{array} = \frac{1}{\Delta}\;\begin{array}{c} \\ d \\ q\end{array}\begin{array}{|c|c|}\multicolumn{1}{c}{\alpha} & \multicolumn{1}{c}{\beta} \\ \hline -\dfrac{M_{\beta Q}}{M_{qQ}}\cos\theta & -\dfrac{M_{\alpha Q}}{M_{qQ}}\sin\theta \\ \hline -\dfrac{M_{\beta D}}{M_{dD}}\sin\theta & \dfrac{M_{\alpha D}}{M_{dD}}\cos\theta \\ \hline\end{array}\;\begin{array}{c|c|}\alpha & v_\alpha \\ \hline \beta & v_\beta\end{array} \qquad \text{[م 1 . 6]}$$

لذلك

$$v_d = \frac{1}{\Delta}\left[-\frac{M_{\beta Q}}{M_{qQ}}\cos\theta v_\alpha - \frac{M_{\alpha Q}}{M_{qQ}}\sin\theta v_\beta\right] \qquad \text{[م 1 . 7]}$$

ليس من الضروري توسيع هذا التعبير الرياضي كله وسوف نعتني بهبوط الفولتيات على المقاومة فقط والتي تكون:

$$\frac{1}{\Delta}\left[-\frac{M_{\beta Q}}{M_{qQ}}\cos\theta R_{\alpha\alpha}i^{\alpha}-\frac{M_{\alpha Q}}{M_{qQ}}\sin\theta R_{\beta\beta}i^{\beta}\right]$$

$$=\frac{1}{\Delta}\left[-\frac{M_{\beta Q}}{M_{qQ}}\cos\theta R_{\alpha\alpha}\frac{1}{\Delta}\left\{-\frac{M_{\beta Q}}{M_{qQ}}\cos\theta i^{d}-\frac{M_{\beta D}}{M_{dD}}\sin\theta i^{q}\right\}\right.$$
$$\left.-\frac{M_{\alpha Q}}{M_{qQ}}\sin\theta R_{\beta\beta}\frac{1}{\Delta}\left\{-\frac{M_{\alpha Q}}{M_{qQ}}\sin\theta i^{d}+\frac{M_{\alpha D}}{M_{dD}}\cos\theta i^{q}\right\}\right]$$

$$=\frac{1}{\Delta^2}\left[\left\{\frac{M_{\beta Q}^2}{M_{qQ}^2}R_{\alpha\alpha}\cos^2\theta+\frac{M_{\alpha Q}^2}{M_{qQ}^2}R_{\beta\beta}\sin^2\theta\right\}i^{d}\right.$$
$$\left.+\left\{\frac{M_{\beta Q}M_{\beta D}}{M_{qQ}M_{dD}}R_{\alpha\alpha}-\frac{M_{\alpha Q}M_{\alpha D}}{M_{qQ}M_{dD}}R_{\beta\beta}\right\}\sin\theta\cos\theta i^{q}\right]$$

ولكي تكون هذه غير معتمدة على θ فأن من الضروري ان تكون:

$$\frac{M_{\beta Q}^2}{M_{qQ}^2}R_{\alpha\alpha}=\frac{M_{\alpha Q}^2}{M_{qQ}^2}R_{\beta\beta} \quad \text{و} \quad \frac{M_{\beta Q}M_{\beta D}}{M_{qQ}M_{dD}}R_{\alpha\alpha}=\frac{M_{\alpha Q}M_{\alpha D}}{M_{qQ}M_{dD}}R_{\beta\beta}$$

من الشرط الاول تكون $M_{\beta Q}^2R_{\alpha\alpha}=M_{\alpha Q}^2R_{\beta\beta}$ ومن الشرط الثاني $M_{\beta Q}M_{\beta D}R_{\alpha\alpha}=M_{\alpha Q}M_{\alpha D}R_{\beta\beta}$
مجموعة واحدة من العلاقات التي يمكن ان تتوافق مع هذه ومع المطلب الاولي هو أن:

$$R_{\alpha\alpha}=R_{\beta\beta},\quad M_{\alpha Q}=M_{\beta Q},\quad M_{\alpha D}=M_{\beta D}$$

والتي تكون صحيحة اذا كانت اللفائف α و β متوازنة.

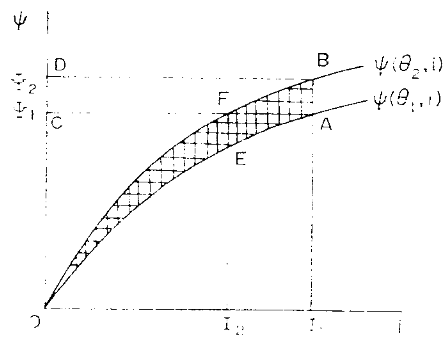
المجموعة الثانية من العلاقات الاكثر عموماً تكون

$$R_{\alpha\alpha}=n^2R_{\beta\beta},\quad M_{\alpha Q}=nM_{\beta Q},\quad M_{\alpha D}=nM_{\beta D}$$

التي تفي بالظرف السابق ايضاً.

انه من الواضح ان تكون المجموعة الثانية من العلاقات تشابه المجموعة الاولى عدا كون نسبة اللفات هي n بدلاً من واحد. وهذه تزيد $M_{\alpha Q}$ و $M_{\alpha D}$ بمقدار نسبة اللفات وتزيد المقاومة بمقدار مربع نسبة اللفات، بفرض كون الحجم الكلي للموصل ثابتا، بمعنى آخر ان يكون عامل الحيز كما هو. توجد هنالك تطبيقات عملية قليلة للظرف الواسع، لذلك من الضروري ان تكون لفائف الدوار متوازنة فعلياً. ويمكن الحصول على نتيجة مشابهة اذا استخدمت حدود الفولتية المحتثة بدلاً من فروق الجهد على المقاومة.

اذا اهملت المغناطيسية المتخلفة في جهاز ذي ملف واحد فأن الفيض المتشابك لذلك الملف يكون دالة للتيار فيه وللموضع النسبي للعنصر المتحرك نسبة الى العنصر الثابت. ولذلك يمكن كتابتها بالصيغة $\psi(\theta,i)$. ان الرسم البياني OEA في الشكل 51 يمثل الفيض المتشابك ψ بوصفه دالةً للتيار i لموضع نسبي ثابت θ_1، والرسم البياني OFB يمثل الفيض المتشابك لموضع ثابت θ_2.



شكل 51. الرسوم البيانية للفيض المتشابك

في الموضع θ_1، **اذا** ازداد التيار i من صفر الى I_1 بزمن قدره τ_1، فأن القدرة المخزونة تساوي حاصل ضرب التيار في معدل التغير للفيض المتشابك، اي $i\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t$. اذن تكون الطاقة النهائية المخزونة:

$$\int_0^{\tau_1} i(\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t)\,\mathrm{d}t = \int_0^{\Psi_1} i(\theta_1)\,\mathrm{d}\psi = \quad \text{المساحة } OEAFCO \quad \ldots [\text{م } 1 \,.\, 2]$$

حيث ان Ψ هي الفيض المتشابك النهائي عند الزمن τ_1 وبالتيار I_1.

والآن اذا تغير الموضع من θ_1 الى θ_2 بزمن قدره τ_2، بينما احتفظ التيار بقيمة ثابتة تساوي I_1، فأن القدرة الداخلة هي $I_1\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t$ وتكون الطاقة الاضافية الداخلة هي

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} I_1(\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t)\,\mathrm{d}t = \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} I_1\,\mathrm{d}\psi = I_1(\Psi_2-\Psi_1) \quad \ldots\ldots [م 2 . 2]$$

المساحة $ABDC$=

وتكون الطاقة الكلية الداخلة للنظام الآن هي

$$\int_0^{\Psi_1} i(\theta_1)\,\mathrm{d}\psi + I_1(\Psi_2-\Psi_1) = OEABDO \text{ المساحة} \quad \ldots\ldots [م 2 . 3]$$

ولكن الطاقة المخزونة في الموضع θ_2 وبتيار I_1 تكون كما يلي

$$\int_0^{\Psi_2} i(\theta_2)\,\mathrm{d}\psi = OFBDO \text{ المساحة} \quad \ldots\ldots [م 2 . 4]$$

ان الكمية التي تتجاوز بها الطاقة الكلية الداخلة على الطاقة النهائية المخزونة في الموضع θ_2 كانت قد حولت الى طاقة آليـــة خارجة.
اذن تكون الطاقة الآليـــة الخارجة كما يلي

$$\int_0^{\Psi_1} i(\theta_1)\,\mathrm{d}\psi + I_1(\Psi_2-\Psi_1) - \int_0^{\Psi_2} i(\theta_2)\,\mathrm{d}\psi = OEABFO \text{ المساحة} \quad \ldots\ldots [م 2 . 5]$$

يعطينا التكامل بالتجزئة الآن:

$$\int_0^{\Psi_1} i(\theta_1)\,\mathrm{d}\psi = I_1\Psi_1 - \int_0^{I_1} \psi(\theta_1)\,\mathrm{d}i \quad [م 2 . 6]$$

و

$$\int_0^{\Psi_2} i(\theta_2)\,\mathrm{d}\psi = I_1\Psi_2 - \int_0^{I_1} \psi(\theta_2)\,\mathrm{d}i$$

تعويض هذه القيم يعطي الطاقة الآليـــة الخارجـة كما يلي

$$\int_0^{I_1} \psi(\theta_2)\,\mathrm{d}i - \int_0^{I_1} \psi(\theta_1)\,\mathrm{d}i = \int_0^{I_1} \{\psi(\theta_2)-\psi(\theta_1)\}\,\mathrm{d}i \quad \ldots\ldots [م 2 . 7]$$

والآن نفرض ان $\theta_1 = \theta$ و $\theta_2 = \theta + \Delta\theta$، فأن الطاقة الآلية الخارجة تكون بعد ذلك:

$$\int_0^{I_1} \{\psi(\theta+\Delta\theta)-\psi(\theta)\}\, \mathrm{d}i \qquad \ldots\ldots [2 \cdot 8\ \text{م}]$$

ويكون متوسط العزم هو

$$\frac{1}{\Delta\theta}\int_0^{I_1} \{\psi(\theta+\Delta\theta)-\psi(\theta)\}\, \mathrm{d}i = \int_0^{I_1} \frac{\psi(\theta+\Delta\theta)-\psi(\theta)}{\Delta\theta}\, \mathrm{d}i \quad \ldots [2 \cdot 9\ \text{م}]$$

والذي يصبح في النهاية عندما تكون $\Delta\theta \to 0$ كما يلي

$$\int_0^{I_1} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\, \mathrm{d}i$$

نفترض، خياراً آخر، ان حركة $\Delta\theta$ قد حدثت بفيض متشابك ثابت بدلاً من كونها بتيار ثابت، اي ان الحركة تكون من A الى F بدلاً من ان تكون من A الى B كما في الشكل 51. ولكن الفيض المتشابك الثابت يدل على معدل تغيّر صفري للفيض المتشابك وبذلك لاتكون هنالك قدرة كهربائية داخلة او خارجة (عدا I^2R) خلال الحركة. والطاقة الآلـية الخارجة، ببساطة، هي الطاقة المخزونة في الموضع θ_1 وبالتيار I_1 ناقصا الطاقة المخزونة في الموضع θ_2 مع التيار المناظر I_2. والاخير يكون كما يلي

$$\int_0^{\Psi_1} i(\theta_2)\, \mathrm{d}\psi$$

وبذلك تكون الطاقة الآليـة الخارجة

$$\int_0^{\Psi_1} i(\theta_1)\, \mathrm{d}\psi - \int_0^{\Psi_1} i(\theta_2)\, \mathrm{d}\psi$$
$$= \int_0^{\Psi_1} \{i(\theta_1)-i(\theta_2)\}\, \mathrm{d}\psi \qquad \ldots\ldots [2 \cdot 10\ \text{م}]$$

كذلك اذا كانت $\theta_1=\theta$ و $\theta_2=\theta+\Delta\theta$، فأن متوسط العزم يكون

$$\frac{1}{\Delta\theta}\int_0^{\Psi_1} \{i(\theta)-i(\theta+\Delta\theta)\}\, \mathrm{d}\psi$$

$$= -\int_0^{\Psi_1} \frac{i(\theta+\Delta\theta)-i(\theta)}{\Delta\theta}\,d\psi \qquad \text{.......[م 2 . 11]}$$

والذي يصبح في النهاية عندما تقترب $\Delta\theta \rightarrow 0$ كما يلي

$$-\int_0^{\Psi_1} \frac{\partial i}{\partial\theta}\,d\psi$$

وعلى الرغم من كون هذا التعبير يختلف عن المستحصل سابقاً، فأن التعبيرين كليهما متساويان وهذا سيوضح لاحقاً بمعالجة رياضية مختلفة قليلاً.

في التحليل اللاحق I و Ψ تمثلان قيم التيار والفيض المتشابك الذي يحدد عندهما العزم، بينما i و ψ ترمز الى القيم خلال المدة التي يتزايد فيها التيار والفيض المتشابك من الصفر الى I و Ψ. وعلى كل حال، الآن لايشترط ان يكون التيار I او الفيض المتشابك Ψ ثابتين خلال الحركة $\Delta\theta$. وهذا يعني ان الحدود الناشئة $\partial\Psi/\partial\theta$ و $\partial I/\partial\theta$ ليست بالضرورة صفراً.

عندما تكون الفولتية الطرفية V والتيار I فأن الطاقة الداخلة بزمن قدره Δt تساوي $VI\Delta t$. منها $RI^2\Delta t$ تمثل الطاقة المبدّدة في المقاومات، ΔW هي الطاقة المخزونة، و $T\Delta\theta$ هي الطاقة المحولة الى طاقة آليـة. بما ان $V=RI+d\Psi/dt$، فأن

$$VI\,\Delta t = RI^2\,\Delta t + I(d\Psi/dt)\,\Delta t$$

ومن ثم

$$T\,\Delta\theta + \Delta W = I(d\Psi/dt)\,\Delta t = I\,\Delta\Psi$$

و

$$T = I(\Delta\Psi/\Delta\theta) - \Delta W/\Delta\theta \qquad \text{.....[م 2 . 12]}$$

وهذا يصبح في النهاية عندما تقترب $\Delta\theta \rightarrow 0$ كما يلي

$$T = I\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} - \frac{\partial W}{\partial\theta} \qquad \text{......[م 2 . 13]}$$

الان الطاقة المخزونة هي

$$W = \int_0^{\Psi} i\,d\psi$$

اذن

$$T = I\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} - \frac{\partial}{\partial\theta}\int_0^{\Psi} i\,d\psi \qquad \text{......[م 2 . 14]}$$

بوساطة قواعد التفاضل تحت علامة التكامل *

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\int_0^{\Psi} i\, d\psi = \int_0^{\Psi} \frac{\partial i}{\partial\theta}\, d\psi + i(\Psi)\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}$$

$$= \int_0^{\Psi} \frac{\partial i}{\partial\theta}\, d\psi + I\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} \qquad \text{........[م 2 . 15]}$$

ومن ثم

$$T = I\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} - \int_0^{\Psi} \frac{\partial i}{\partial\theta}\, d\psi - I\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}$$

$$= -\int_0^{\Psi} \frac{\partial i}{\partial\theta}\, d\psi \qquad \text{[م 2 . 16]}$$

ويمكن بدلاً من ذلك، تكامل المقدار $\int_0^{\Psi} i\, d\psi$ بالتجزئة للحصول على

$$\int_0^{\Psi} i\, d\psi = I\Psi - \int_0^{I} \psi\, di \qquad \text{.....[م 2 . 17]}$$

وكذلك، بقواعد التفاضل تحت علامة التكامل،

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\int_0^{I} \psi\, di = \int_0^{I} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\, di + \psi(I)\frac{\partial I}{\partial\theta}$$

$$= \int_0^{I} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\, di + \Psi\frac{\partial I}{\partial\theta} \qquad \text{.......[م 2 . 18]}$$

وبعد ذلك فأن

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\int_0^{\Psi} i\, d\psi = \frac{\partial}{\partial\theta}(I\Psi) - \frac{\partial}{\partial\theta}\int_0^{I} \psi\, di$$

$$= I\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} + \Psi\frac{\partial I}{\partial\theta} - \int_0^{I} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\, di - \Psi\frac{\partial I}{\partial\theta}$$

$$= I\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} - \int_0^{I} \frac{\partial\psi}{\partial\theta}\, di \qquad \text{.......[م 2 . 19]}$$

---

* انظر على سبيل المثال "التطبيقات الرياضية للمهندسين والفيزيائيين" تأليف "بيبس" ص 320.

اذن

$$T = I\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial \theta}\int_0^{\Psi} i\,\mathrm{d}\psi$$
$$= I\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} - I\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + \int_0^{I}\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\,\mathrm{d}i$$
$$= \int_0^{I}\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\,\mathrm{d}i \qquad [م\ 2\ .\ 20]$$

وهكذا فأن التعبيرين $\int_0^{I}\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\,\mathrm{d}i$ و $-\int_0^{\Psi}\frac{\partial i}{\partial \theta}\,\mathrm{d}\psi$ كليهما متساويان ويعطيان عزماً بغض النظر عن كيفية اعتبار تصرف i و Ψ خلال الحركة المتناهية الصغر التي قدرها $\Delta\theta$.

مثلما $\int_0^{\Psi} i\,\mathrm{d}\psi$ يمثل طاقة، كذلك يكون $\int_0^{I}\psi\,\mathrm{d}i$، التي تدعى بالطاقة المساعدة. وبالتالي فأن العزم يمكن التعبير عنه بدلالة المشتقة الجزئية بالنسبة الى θ لأي من الطاقة المغناطيسية المخزونة او الطاقة المساعدة.

الملحق م . 3 العزم في جهاز متعدد الدوائر Troque in a Multi - Circuit Device

في جهاز يشتمل على عدد من الدوائر، يعتمد الفيض المتشابك لكل دائرة على الموضع النسبي لـ θ وعلى جميع التيارات. بالاستدلال نفسه يمكن ان نبين ان العزم لمثل هذا الجهاز الذي يشتمل على عدد n من الدوائر يكون كما هو معطى ادناه.

$$\sum_{x=1,2,\ldots,n}\int_0^{I_x}\frac{\partial \psi_x(\theta, i^1, i^2, \ldots i^n)}{\partial \theta}\,\mathrm{d}i_x$$

من الضروري في هذه الحالة التفكير في امكانية التكامل للتعبير $i^1\,\mathrm{d}\psi_1 + i^2\,\mathrm{d}\psi_2 + \ldots + i^n\,\mathrm{d}\psi_n$. ومن الممتع ملاحظته ان مبدأ حفظ الطاقة معبراعنه بصيغ مناسبة لهذه الحالة يلائم الظرف الرياضي لامكانية التكامل. وهذه تبين بصيغة رياضية ما يكون واضحا من الاعتبارات الفيزيائية، بالتحديد، اي انه لايمكننا استخدام التقنية السالف ذكرها لتحديد العزم ناظرين الى التخلف المغناطيسي. اذا اهملت المغناطيسية المتخلفة، ففي هذه الحالة يطبق مبدأ حفظ الطاقة وان الطاقة المخزونة والعزم يكونان دوال حالة يعتمدان على حالة الجهاز فقط وغير معتمدين على كيفية وصول الجهاز الى تلك الحالة.

واذا كانت المغناطيسية المتخلفة موجودة، فأن الفيض المتشابك لتيار معين يعتمد على كون التيار يزداد او ينقص عن قيمته المعينة المعطاة. لذلك فأن الطاقة المخزونة والعزم لايعتمدان كلياً على حالة الجهاز، ولكن ايضاً على كيفية الوصول لتلك الحالة. وبدون هذه المعلومات المفصلة لايمكن تحديد العزم بأية وسيلة كانت.

الملحق م . 4 حساب العزم Calculation of Torque

يمكن في بعض حالات جهاز ذي دائرة واحدة، حيث يمكن التعبير عن الفيض المتشابك بطريقة ملائمة، انجاز العمليات الرياضية المطلوبة للحصول على تعبير عام للعزم. من ناحية ثانية فأنه وبصورة عامة لايمكن استعمال غير الحلول العددية. وعندما يتضمن الحل عدداً من الدوائر فأنه على الرغم من ان كمية المعلومات المطلوبة ليست بالقليلة، لكنه ليس من الضروري معرفة جميع قيم الفيض المتشابك بوصفها دوال للموقع لكل المجموعات المؤتلفة الممكنة للتيارات. بما ان العزم يمثل دالة حالة، يمكننا عد جميع التيارات على انها تزداد من الصفر الى القيم المعينة بالوقت نفسه او ، بدلاً من ذلك، يكون تزايد التيار بالتعاقب، بحيث انه عندما يتزايد كل تيار تكون بقية التيارات ثابتة عند القيمة المعينة او الصفر.

في الظروف الاستثنائية وحدها يمكن تطبيق هذه التقنية للمكائن الكهربائية. ولحسن الحظ ان التغير في منافذة الدوائر المغناطيسية في معظم المكائن يعتمد بصورة رئيسية على تغيّر الطول لجزء الدائرة في الهواء، ومع انعدام التغيرات او وجود تغيرات طفيفة في الظرف في الحديد. ويمكن معاملة المنظومة بدون اخطاء كبيرة فيها لو كانت خطية. ويكون هذا مكافئاً لعدّ جزء الدائرة الذي في الحديد وكأنه ابدل بوساطة مسار مكافىء في الهواء، عملياً، هذا يعني ان المحاثات المستخدمة في التعابير الرياضية للعزم المشتقة في الفصل السادس يجب ان لاتمثل القيم المتشبعة ولكن يجب ان تكون قابلة للتعديل للسماح بالتشبع.*

لقد ترك للقارىء التعبير عن الفيض المتشابك بدلالة Li في التعابير الرياضية الخاصة بالعزم المستنتجة في هذا الملحق وعليه ان يبين ان هذه تقود الى التعبير الرياضي نفسه كما جاء في الفصل السادس.

* انظر المرجع 25.

ان تضمن هذا الملحق هو في امل مساعدة القارىء للاستمرار بدراسة مواد اخرى على الموضوع .

اي قارىء لم يقتنع لحد الآن بأن يكون تعريف مجموعتي المحاور (α,β) و (d,q)، والعلاقة بينهما، كيفياً، سوف يقتنع بالتأكيد بدراسة موجزة جداً للشكل 52.

ادناه قائمة بأسماء الكتّاب الذين استخدموا انظمة المحاور المختلفة الموضحة في الشكل 52.

(1) Kron, G., Non-Riemannian Dynamics of Rotating Electrical Machinery (*Journal of Mathematics and Physics*) 1934. and subsequent writings.
Gibbs, W. J., *Tensors in Electrical Machine Theory*, 1952.
Lynn, J. W., *Tensors in Electrical Engineering*, 1963.
Jones, C. V., *The Unified Theory of Electrical Machines*, 1967.

(2) Gibbs, W. J., The Modern Approach to Electrical Machine Analysis (*The Engineer*) 1951.
White, D. C. and Woodson, H. H., *Electromechanical Energy Conversion*, 1959.

(3) Gibbs, W. J., *Electric Machine Analysis using Matrices* 1962.
Hancock, N. N., *Matrix Analysis of Electrical Machinery*, 1964.
Gibbs, W. J., *Electric Machine Analysis using Tensors*, 1967.

(4) Messerle, H. K., *Dynamic Circuit Theory*, 1965.

(5) Jevons, M., *Electrical Machine Theory*, 1966.

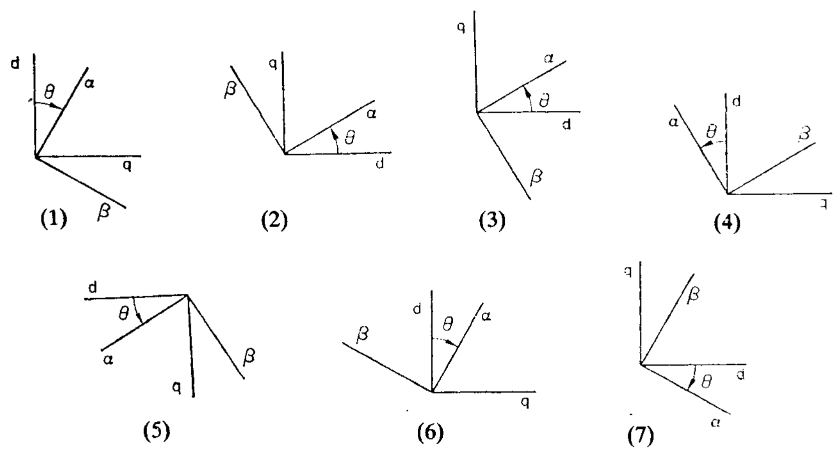
(6) Jones, C. V., *The Unified Theory of Electrical Machines*, 1967.

(7) O'Kelly, D. and Simmons, S., *Introduction to Generalized Electrical Machine Theory*, 1968.

من الملاحظ ان عددا من الكتّاب وبضمنهم المؤلف الحالي لم يكترثوا لاتباع كرون بجعل الزاوية θ موجبة بأتجاه عقرب الساعة، ولكن، بصرف النظر عن هذه، من الصعوبة رؤية اي قواعد عامة للاختيارات الخاصة. ان الانظمة الموضحة في (2) و (5) ذات علاقة بتلك الموضحة في (1) بوساطة

الانعكاس والتدوير خلال π/2، ووفقاً لذلك فإنها تقود الى مصفوفة التحويل نفسها وكذلك المانعات كما يكون نظام كرون في (1). وبالتشابه فالنظام المبين في (7) ينجم من انعكاس وتدوير الشكل المبين في (4) وبناءً على ذلك فإن لها مصفوفة التحويل نفسها التي تختلف من ناحية اخرى عن تلك التي لكرون بأمتلاكها اشارة مضادة للزاوية θ. ونتيجة لذلك تكون عناصر مصفوفة المانعة المتصاحبة مع الفولتيات الدوارة ذات اشارة معاكسة لعناصر كرون.

اما الانظمة المبينة في (3) و (6) فتكون هي ايضا ذات علاقة مع بعضها بوساطة الانعكاس والتدوير ولها مصفوفة التحويل نفسها، التي، على رغم اختلافها عن كل الاخريات، تقود الى مصفوفات المانعة نفسها التي اوجدها كرون. وهذا الانقلاب في الاتجاهات للمحور q والزاوية θ قد اوضحه كرون (تحليل الكمية الممتدة للمهندسين الكهربائيين، 1942).



شكل 52 العلاقات بين المحاور (α, β) و (d,q)

لقد تبنى الدكتور دبل يو. جي. جبس والمؤلف في المرة الاولى النظام المبين في (3) للحصول على v_α تتقدم على v_β عندما تشتغل الماكنة بصفة ماكنة تزامنية ذات منتج دوار مع θ˙ موجبة. ونتيجة ذلك، عندما تعمل الماكنة بوصفها حثية مع اعتبار الساكن على انه ابتدائي، واذا كانت v_D تتقدم v_Q، فعند ذلك، على الرغم من ان i^α يتقدم على i^β في السرع فوق التزامنية، سيتخلف عن i^β في السرع تحت التزامنية الاكثر اهمية. لايوجد اي نظام مفرد خالٍ من جميع الاعتراضات فيما يتعلق بتعاقب اطوار الدوار. وجونز Jones تجنب هذا الاعتراض المعين بأستخدام تعاريف مختلفة بمصفوفات تحويل مختلفة للمكائن التزامنية والمكائن الحثية. ويفضل المؤلف حالياً استخدام نظام واحد في كل مكان على اساس ان تتابع الاطوار للتيارات في لفيفة الثانوي لماكنة حثية نادراً مايكون له اية اهمية، وفي جميع الانظمة ينعكس هذا التتابع عندما تمر الماكنة خلال السرعة التزامنية. إن الفائدة

العظيمة للانظمة المبينة في (3) و (6) هي ان مصفوفة التحويل تكون متعامدة ومتماثلة، بينما البقية تكون متعامدة فقط. وهكذا فأن صيغة الابدال والعكس كلتيهما متماثلتان مع تلك العائدة للمصفوفة ذاتها، لذلك لايتطلب الامر تفكيراً لمعرفة اين تكون الاشارة السالبة. وقد بين الدكتور جبس Gibbs في كتابه (تحليل المكائن الكهربائية بأستخدام الكميات الممتدة، ص 35) انه بينما تكون (α,β) في الانظمة الاخرى ذات علاقة مع (d,q) بوساطة دوران بسيط او "مناسب" خلال زاوية θ، الا انه في هذا النظام يوجد الدوران والانعكاس كلاهما او دوران "غير مناسب". ان هذه العملية المزدوجة هي التي تتسبب في أن تكون المصفوفة معكوسها نفسه.

ان العلاقة بين المحاور ثلاثية الطور (a,b,c) والمحاور ثنائية الطور (α,β) تكون كيفية ايضاً. على الرغم من ان جميع الكتاب يبدون متفقين على ان التحويل الذي يسمح بالمقارنة المباشرة للاطوار α و a يكون هو المفضل، الا ان بعضهم يحذف العامل $\sqrt{(3/2)}$. هذه تقود الى ان $(v_\alpha=v_a)$ و $(i^\alpha=i^a)$، لكن لايقود هذا بالطبع الى قدرة كلية لامتغيرة. بينما يحتمل ان تكون هذه شيئاً ملائماً للحسابات، الا انها تكون مناقضة لفلسفة تحليل الكميات الممتدة كلها التي تشكل اساس التحليل المصفوفي.

وبطريقة مشابهة فأن عدة كتّاب يحتفظون بتعريف فورتسكو Fortescue الاساسي للمركبات المتماثلة المعطاة في الفصل السابع ـ الفقرة 5 . 7 بأفضلية على العلاقات المتعامدة المستخدمة في هذا الكتاب. ان هذه تسبب ثانية، تغير القدرة الكلية تحت التحويل وتكون غير مقبولة مبدئياً ايضاً، على الرغم من انها يمكن ان تكون اكثر ملائمة من غيرها في بعض الاغراض الخاصة.

$$\sin A \cos B = \tfrac{1}{2}\{\sin(A+B)+\sin(A-B)\}$$

$$\sin A \sin B = \tfrac{1}{2}\{-\cos(A+B)+\cos(A-B)\}$$

$$\cos A \cos B = \tfrac{1}{2}\{\cos(A+B)+\cos(A-B)\}$$

$$\sin A+\sin B = 2\sin\frac{(A+B)}{2}\cos\frac{(A-B)}{2}$$

$$\sin A-\sin B = 2\cos\frac{(A+B)}{2}\sin\frac{(A-B)}{2}$$

$$\cos A+\cos B = 2\cos\frac{(A+B)}{2}\cos\frac{(A-B)}{2}$$

$$\cos A-\cos B = -2\sin\frac{(A+B)}{2}\sin\frac{(A-B)}{2}$$

$$\sin(A+B) = \sin A\cos B+\cos A\sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A\cos B-\cos A\sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A\cos B-\sin A\sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A\cos B+\sin A\sin B$$

$$\cos^2 A = \tfrac{1}{2}(1+\cos 2A)$$

$$\sin^2 A = \tfrac{1}{2}(1-\cos 2A)$$

$$\sin A\cos A = \tfrac{1}{2}\sin 2A$$

الدالة الزمنية	التحويل
A	A/s
$\varepsilon^{-\alpha t}$	$1/(s+\alpha)$
$\sin \omega t$	$\omega/(s^2+\omega^2)$
$\cos \omega t$	$s/(s^2+\omega^2)$
$\sin (\omega t+\phi)$	$(s \sin \phi+\omega \cos \phi)/(s^2+\omega^2)$
$\varepsilon^{-\alpha t} \sin \omega t$	$\omega/\{(s+\alpha)^2+\omega^2\}$
$\varepsilon^{-\alpha t} \cos \omega t$	$(s+\alpha)/\{(s+\alpha)^2+\omega^2\}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mathrm{f}(t)$	$s\,\mathrm{f}(s)-\mathrm{f}(t)_{t\to 0}$
$\int_{-\infty}^{t} \mathrm{f}(t)\,\mathrm{d}t$	$\frac{1}{s}\mathrm{f}(s)+\frac{1}{s}\int_{-\infty}^{0+} \mathrm{f}(t)\,\mathrm{d}t$

التمــاريـن

التمارين **Exercises**

1 - اضرب (أ)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(ب)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

2 - اضرب (أ)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(ب)

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

3 - اعكس $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ واحفظ النتيجة

4 - اعكس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 8 & 9 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

(أ)بالطريقة الرتيبة

(ب)بالتجزئة

5 - اعكس $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

(أ) بالطريقة الرتيبة

(ب) بالتحويل الى الصيغة القطرية، بأستخدام C المبين في الفصل الثالث ـ المعادلة (20 . 3).

6 - اعكس النتائج للمسألة 2 وقارن المعكوسات بحاصل الضرب (بترتيب معكوس) لنتائج المسألتين 4 و 5.

7 - مصفوفة متماثلة 2×2 مضروبة ضرباً سابقاً بمصفوفة متماثلة تخالفياً وضربت ضرباً لاحقاً بمصفوفة اخرى متماثلة تخالفياً. ماذا يكون شكل حاصل الضرب؟ هل النتيجة تكون هي نفسها التي لمصفوفات 3×2؟

8 - ثلاث ممانعات (Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}) مع ممانعات تبادلية ($X_{12}=X_{21}$)، ($X_{13}=X_{31}$)، ($X_{23}=X_{32}$)، ربطت بحيث تكون ممانعة 1 على التوالي مع المجموعة المؤتلفة المتوازية للممانعات 2 و 3. الفولتية الطرفية للشبكة هي V. اوجد التيارات خلال الممانعات 1 و 2.

9 - اذا كانت مصفوفة الممانعة لماكنة ذات اربعة ـ اطوار (اي ماكنة ذات زاوية قدرها $\pi/2$ بين لفائف الاطوار المتجاورة) هي مصفوفة استدارية 4×4، فما شكل مصفوفة الممانعة لماكنة ذات طورين متكونة من ربط الاطوار المتعاكسة للماكنة ذات الاربعة الاطوار بشكل توالٍ متضاد.

10 - شبكة تحتوي كلياً على عدد من الفروع المتوازية ذات محاثات تبادلية فيما بينها. إذا كانت $\mathbf{v}=\mathbf{Zi}$ تعبر عن فولتيات الفروع بدلالة تيارات الفروع و $\mathbf{v}'=\mathbf{Z}'\mathbf{i}'$ تعبر عن الفولتية الطرفية للشبكة بدلالة تيارها، اوجد قيمة $\mathbf{Z}'$.

11 - محولة فيها نسبة لفات الابتدائي الى الثانوي (1/ 10). عندما تكون لفيفة الثانوي دائرة مفتوحة، تكون ممانعة لفيفة الابتدائي $1+j110$ أوم. وعندما تكون لفيفة الابتدائي دائرة مفتوحة، تكون ممانعة لفيفة الثانوي $0.01+j1.1$ اوم. المحاثة التبادلية بين اللفيفتين تناظر مفاعلة قدرها $j10$ أوم. إن خرج لفيفة الثانوي هو 9.9 فولتاً، 10 أمبيرات بمعامل قدرة واحد. افرض ان تيار الخرج يكون "حقيقياً"، اوجد تيار وفولتية الابتدائي بالصيغة المركبة، (أ) من الدائرة المكافئة بدلالة القيم الحقيقية، و (ب) من الدائرة المكافئة التي فيها جميع القيم منسوبة الى لفيفة الابتدائي.

12 - حوّل الممانعة المصفوفية الموضحة في المعادلة (23 . 5) ـ الفصل الخامس الى محاور ثابتة نسبة الى الدوار.

13 - حوّل الممانعة المصفوفية الموضحة في المعادلة (9 . 5) ـ الفصل الخامس الى محاور ثابتة نسبة الى الدوار.

14 - ممانعة مصفوفية $\mathbf{Z}$ هي 2×2 قد حولت الى $\mathbf{Z}'$ بأستخدام المصفوفة $\mathbf{C}$ المعطاة في المعادلة (33 . 7) ـ الفصل السابع. ما شكل $\mathbf{Z}'$ عندما تكون $\mathbf{Z}$ (أ) عددية، (ب) قطرية، (جـ) متماثلة، (د) متماثلة تخالفياً، و (هـ) هرميتية (المرافق لنفسه).

15 - الاطوار الثلاثة لتحويل مركبات متماثلة (المعادلة 26 . 7 ـ الفصل السابع) تجعل المصفوفة الاستدارية قطرية (المعادلة 28 . 7 ـ الفصل السابع). هل توجد اية صيغة اكثر عموماً لمصفوفة 3×2 التي يجعلها هذا التحويل متماثلة.

16 - ان صيغة الممانعة المصفوفية بدلالة المحاور الثنائية الطور هي

	α	β	o
α	$Z_{\alpha\alpha}$	$Z_{\alpha\beta}$	
β	$Z_{\beta\alpha}$	$Z_{\beta\beta}$	
o			Z_{oo}

حيث ان ($Z_{\alpha\beta} \neq Z_{\beta\alpha}$). اوجد الممانعة المصفوفية بدلالة الاطوار الثلاثة (a,b,c). ماذا يكون شكل هذه المصفوفة اذا كانت ($Z_{\alpha\alpha}=Z_{\beta\beta}$) و ($Z_{\beta\alpha}= - Z_{\alpha\beta}$)؟

17 - الظروف الطرفية لشبكة ذات ممانعة مصفوفية معلومة هي بشكل فولتيات طرفية لبعض الفروع، وتيارات بعض الفروع، وفولتيات وتيارات بعض الفروع وبدون فولتية او تيار في الفروع الباقية. افرض ان لدينا من البيانات مايكاد يكفي ولايزيد، اوجد طريقة لايجاد كل الفولتيات والتيارات المجهولة.

18 - ميتاداين (شكل 11) ذو فجوة هوائية منتظمة تم تشغيله بسرعة ثابتة مع فولتية مستمرة ثابتة مجهزة للفرش d، وتم ربط مقاومة متغيرة عبر طرفي الفرش q. لفيفة الساكن غير مثارة. حدد تيارات الحالة المستقرة في الدائرتين والفولتية بين الفرش q. ما قيمة العزم المطلوب للتشغيل؟ علق على مقدار تيار q اذا كانت مقاومة لفيفة المنتج مهملة.

19 - ماكنة ذات فجوة هوائية منتظمة ليست لها لفائف ساكن ولكن ربطت لفيفة منتج من نوع المبدل الى حلقات انزلاق لتكوين لفيفة ثلاثية الطور متوازنة وكذلك الى مبدل، جعلت المباعدة بين فرشه بحيث انها تكون نظاماً ثلاثي الطور متوازناً. حدد التردد وقيمة الفولتية الطرفية للفرش الاخرى عندما يعمل المنتج بسرعة زاوية $\dot{\theta}$ و (أ) فرش حلقات الانزلاق، او (ب) فرش المبدِّل، تكون مجهزة بفولتية متوازنة V بتردد زاوي قدره ω.

اذا كانت فرش المبدِّل مربوطة الى حمل متوازن عندما يكون المصدر مربوطاً الى فرش حلقات الانزلاق، حدد عزم التشغيل المطلوب.

20 - ماكنة تيار مستمر ذات فجوة هوائية منتظمة ولها لفيفتا مجال على المحور المباشر وتوجد فرش على كلا المحورين d و q(ميتادادين). تكون الفرش على المحور q دائرة قصيرة، بينما تكون الفرش على المحور d مربوطة بشكل توالٍ متضاد مع لفيفة المجال 1 لتكوين دائرة الاخراج. حدد (أ) فولتية الحالة المستقرة الخارجة بدلالة التيار الخارج عند تسليط فولتية ثابتة V_2 الى لفيفة المجال 2، و (ب) القوة الدافعة الكهربائية العابرة في دائرة الاخراج بدلالة الفولتية الطرفية اللحظية للفيفة المجال 2 (دالة التحويل).

افرض ان التوزيعات تكون جيبية وأن $L_d=M_{d1}$ و $M_{12}=M_{d2}$.

21 - محرك تيار مستمر توالٍ يشتغل بتيار I_o عندما تحصل دائرة قصيرة مفاجئة على طرفيه. حدد القيمة اللحظية لتيار المحرك بعد حصول الدائرة القصيرة. اهمل تغيرات التشبع.

22 - محرك تيار مستمر مركب ذو لفيفة توالٍ تجمعي محمل ذو تيار منتج I^a وتيار مجال توازٍ I^z، عندما تكون هناك دائرة قصيرة على طرفيه. افرض ان السرعة تبقى فعلياً ثابتة خلال اضمحلال التيارات، حدد التيار العابر للمنتج.

23 - حدد شكل الممانعة المصفوفية الناجمة عن تجزئة الممانعة المصفوفية المعطاة في الفصل العاشر ـ المعادلة (1 . 10) وبالغاء محاور الدوار (d,q).

24 - بيّن ان الماكنة الحثية المتوازنة المربوطة الى منظومة تجهيز متوازنة يمكن ان تولد قدرة فعالة فقط.

25 - اذا كانت الماكنة في المسألة 19 تحتوي ايضاً على لفيفة ساكن، فماذا ستكون قمية تردد ومقدار فولتية دائرتها المفتوحة تحت الظرفين (a) و (b)؟

26 - ماكنة ذات مبدِّل وذات فجوة هوائية منتظمة لها لفائف ساكن D و Q متوازنة ومجموعتان من الفرش المبدِّلة وبزوايا قائمة بعضها الى بعض. كل لفيفة ساكن مربوطة على التوالي بمجموعة واحدة من الفرش الى طور واحد لمصدر ذي طورين متوازن. حدد عزم الحالة المستقرة بدلالة السرعة وازاحة الفرش من وضع التعادل.

27 - ماكنة ذات مبدِّل وذات فجوة هوائية منتظمة لها لفائف ساكن ثلاثية الطور مربوطة الى مصدر متوازن. تكون الفرش الثلاث ذات الابعاد المتماثلة موصَّلة الى المصدر نفسه خلال محولة خافضة ذات نسبة $(n/1)$. حدد عزم الحالة المستقرة عندما تكون الفرش مراحة عن موضع التعادل.

28 - ماكنة حثية ثلاثية الطور مربوطة نجمياً متوازنة فيها $(X_s=X_r=110)$، $(R_s=R_r=1)$ و $(X_M=100)$. ارسم منحني السرعة ـ العزم لـ (أ) مصدر فولتية متوازن قدره 400 فولت (خط)، وتردد قدره 50 هيرتز، و (ب) فولتية مصدر احادية الطور قدرها 400 فولت (خط ـ الى ـ خط).

29 - مقاومة قيمتها R_x مربوطة على التوالي الى احد اطوار لفيفة الابتدائي لماكنة حثية ثلاثية الطور متوازنة ذات ربط نجمي. حدد الممانعة المصفوفية للنظام بدلالة محاور المركبات المتماثلة وبعد ذلك استنتج تعبيراً رياضياً لعزم البدء بدلالة فولتية المصدر المتوازنة. احسب العزم للماكنة في المسألة 28 عندما تكون $R_x=30$.

30 - اذا اخذنا المحاور لمحرك حثي ثلاثي الطور"معكوس" على انها ثابتة نسبة الى الثانوي (الساكن)، فأستنتج تعبيراً رياضياً للعزم بدلالة الفولتية المسلطة على الابتدائي (الدوار).

31 - ماكنة حثية متعددة الاطوار متوازنة لها هيكلان قفصيان منفصلان على الدوار، يوجد بينهما تقارن تبادلي. حدد (أ) ممانعتها المصفوفية، و (ب) العزم مع فولتية مصدر متوازنة.

32 - استنتج تعبيراً للعزم اللحظي لمحرك حثي احادي الطور ومنه احسب ايكون العزم موجباً خلال الدورة الكاملة او يكون سالباً في بعض الاوقات.

33 - ماكنة حثية ثلاثية الاطوار متوازنة مربوطة نجمياً فيها طرفان مربوطة بمصدر احادي الطور ذي فولتية V والطرف الثالث يكون مربوطاً بأحد الطورين الاخرين خلال متسعة. اشتق تعبيراً رياضياً لعزم البدء.

34 - ماكنة حثية ثلاثية الاطوار متوازنة فيها لفائف الساكن والدوار مجهزة من مصادر ثلاثية الاطوار

متوازنة، والترددات الزاوية تكون ω_s و ω_r على التوالي. استنتج تعبيراً رياضياً لعزم الحالة المستقرة عندما تشتغل الماكنة بسرعة تزامنية $\dot{\theta}=\omega_s+\omega_r$.

35 - ماكنة بارزة القطب لها لفائف منتج ثلاثية الطور متوازنة مربوطة الى مصدر تيار متناوب متوازن. ولاتوجد لفيفة على العضو البارز (وهو محرك ذو معاوقة مغناطيسية). حدد العزم عند السرعة التزامنية. قارن النتيجة بالتعبير المبين في الفصل العاشر ـ المعادلة (87 . 10) عندما $E=0$. هل يمكن لهذه الماكنة ان تعمل بصفة مولد واذا كانت كذلك فهل هناك اية تحديدات على عملها؟

36 - اوجد قيمة v_b المناظرة للفولتية v_a المبينة في المعادلة (45 . 10) ـ الفصل العاشر.

37 - حدد العزم اللازم لادارة ماكنة تزامنية ذات اقطاب بارزة في حالة دائرة قصيرة للحالة المستقرة.

38 - لفيفة المجال لماكنة تزامنية ثلاثية الطور ذات اقطاب بارزة ليس لها لفائف تخميد فتحت دائرتها وتم تسليط فولتية طور واحد على لفيفة المنتج النجمية الربط عندما كانت الماكنة في حالة سكون، حيث سلطت: (أ) بين الطرفين B و C والطرف A غير مربوط، (ب) بين الطرف A والطرفين B و C وهما مربوطان سوية، (جـ) بين الطرف A ونقطة التفرع النجمي. حدد نسبة الفولتية الى التيار لكل الحالات عندما (1) تكون $\theta=0$، و (2) تكون $\theta=\pi/2$.

39 - حدد نسب الفولتية الى التيار للماكنة المذكورة في المسألة 38 تحت ظروف المنتج نفسها ولكن لفيفة المجال في هذه الحالة مقصورة الدائرة.

40 - ماكنة حثية لها لفائف ثلاثية الطور متوازنة الساكن والدوار. استخدمت على انها ماكنة تزامنية ربطت فيها لفيفة الساكن الى مصدر تيار مستمر. حدد الاختلاف، ان وجد، في مصفوفات الممانعات العابرة عندما يجهز مصدر التيار المستمر (أ) الى الطرفين B و C عندما يكون الطرف A غير مربوط، و (ب) الى الطرف A والطرفان B و C مربوطان بعضهما ببعض.

41 - اشتق تعبيراً رياضياً للعزم اللحظي لمحرك معاوقة مغناطيسية ثلاثي الطور تحت ظروف الحالة المستقرة مع كون $0<\dot{\theta}<\omega$.

42 - ماكنة تزامنية بارزة القطب وبدون لفائف تخميد ربطت الى مصدر تيار متناوب متوازن لكنها تدور بسرعة زاوية $\dot{\theta}<\omega$. حدد تيار الحالة المستقرة ومتوسط العزم (أ) عندما تكون لفيفة المجال مقصورة الدائرة، و (ب) عندما تكون لفيفة المجال مزودة بفولتية ثابتة V_F.

43 - الدوائر المكافئة لماكنة حثية (كما هي مبينة في الفصل العاشر في الاشكال 35و 37 و 38) مشتقة لظروف تيار الحالة المستقرة المتناوب. لاية ظروف عابرة، اذا كانت موجودة، تكون الدوائر المكافئة سارية المفعول.

44 - ماكنة حثية ثنائية الطور متوازنة مربوطة الى متسعتين متساويتين، واحدة عبر كل طور من اطوار الساكن، ولكن لم تربط الى اي مصدر. حدد التأثيرات الناجمة عن تدوير الماكنة بسرعة زاوية $\dot{\theta}$.

45 - احسب التيار i^b المناظر للتيار i^a المعطى في المعادلة (39 . 11) ـ الفصل الحادي عشر.

46 - احسب الفولتية v_b المناظرة للفولتية v_a المبينة في الفصل الحادي عشر ـ المعادلة (49 . 11)،

وقارن قيمة ممانعة تتابع السالب الناجمة من ذلك بتلك المبينة في الفصل الحادي عشر ـ البند 6 . 2 . 11.

47 - احسب التيار i^b المناظر للتيار i^a المعطى في المعادلة (59 . 11) ـ الفصل الحادي عشر، وقارن قيمة ممانعة تتابع السالب الناجمة من ذلك بتلك المبينة في آخر البند 6 . 2 . 11 في الفصل الحادي عشر.

48 - ماكنة تزامنية بدون لفائف تخميد فيها $R_a=1$ ، و $R_F=0.1$، و $X_d=110$، و $X_q=80$، و $X_F=125$ و $X_{Fd}=100$. حدد جذور المعادلة $\Delta=0$ وقارن قيمها بالقيم المستحصل عليها من التعابير الرياضية التقريبية المبينة في الفقرة 2 . 11 من الفصل الحادي عشر.

49 - تحقق من استقرارية محرك تيار مستمر توالٍ ناجمة عن عزم دفعي. اهمل الاحتكاك.

50 - تحقق من احتمالية الحصول على حل عام للاستقرارية لمحرك تيار مستمر مركب. اهمل الاحتكاك.

51 - بأهمال المقاومات والاحتكاك، حدد قيمة تقريبية لتردد الذبذبة الطبيعي لمحرك ذي معاوقة مغناطيسية غير محمل.

52 - استنتج مصفوفات الممانعة الحركية لماكنة حثية للربطين المبينين في المسألة 40.

53 - تحقق من استقرارية محرك تيار مستمر ذي اثارة منفصلة، لفيفة المجال فيه مزودة بفولتية ثابتة ولفيفة المنتج مجهزة من مولد يشتغل بسرعة ثابتة.

54 - مولد تيار مستمر يحتوي على لفائف معوضة موزعة له استثارة منفصلة للفيفة المجال وفجوة هوائية منتظمة. والفرش مزاحة قليلاً عن وضع التعادل. حدد تيارات الحالة المستقرة وتيارات الدائرة القصيرة المفاجئة.

55 - ارسم منحني السرعة ـ العزم للماكنة في المسألة 28 عندما يكون الساكن مجهزاً بفولتية متوازنة 400 فولت (خط) وذات 50 هيرتز لكن مع بقاء احد اطوار لفيفة الثانوي مفتوحاً.

56 - ربطت ممانعة (R_X+jX_X) على التوالي مع طور واحد للفيفة الثانوي لمحرك ثلاثي الطور نجمي الربط. حدد العزم في الحالة المستقرة بدلالة فولتية المصدر المتوازنة.

ايضاحات وحلول للتمارين
Hints and Answers to Exercises

1 . (أ) $\begin{bmatrix} 13 \\ 43 \\ 35 \end{bmatrix}$ (ب) $[38 \quad 38 \quad 26]$

2 . (أ) $\begin{bmatrix} 13 & 13 & 10 \\ 43 & 37 & 46 \\ 35 & 35 & 38 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 38 & 38 & 26 \\ 25 & 27 & 23 \\ 33 & 37 & 23 \end{bmatrix}$

3 . $\dfrac{1}{(AD-BC)}\begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix}$

4 . $\frac{1}{48}\begin{bmatrix} -21 & -8 & 19 \\ 12 & 16 & -20 \\ 15 & -8 & 7 \end{bmatrix}$

5 . $\frac{1}{18}\begin{bmatrix} -5 & 7 & 1 \\ 1 & -5 & 7 \\ 7 & 1 & -5 \end{bmatrix}$

6 . (أ) $\dfrac{1}{144}\begin{bmatrix} 34 & 24 & -38 \\ 4 & -24 & 28 \\ -35 & 0 & 13 \end{bmatrix}$ (ب) $\dfrac{1}{432}\begin{bmatrix} 115 & -44 & -86 \\ -92 & -8 & 112 \\ -17 & 76 & -38 \end{bmatrix}$

7 . (أ) متماثل (ب) ليس لها صيغة مميزة

8 .
$$i^1 = V(Z_{22}-2X_{23}+Z_{33})/\Delta,$$
$$i^2 = V(Z_{33}+X_{13}-X_{12}-X_{23})/\Delta,$$

حيث ان
$$\Delta = (Z_{11}+2X_{13}+Z_{33})(Z_{33}-2X_{23}+Z_{22}) - (X_{12}+X_{23}-X_{13}-Z_{33})^2.$$

9

A	B
−B	A

اي انه عددي زائداً متماثلة تخالفياً

10 . ايضاح: عرف مصفوفة الربط بـ $\mathbf{v} = \mathbf{K}\mathbf{v}'$ حيث $\mathbf{v}$ تمثل فولتيات الفروع و $\mathbf{v}'$ هي مصفوفة واحد × واحد وعنصرها الوحيد هو الفولتية الطرفية. استنتج التحويل اللازم لحالة تيار لامتغير ومن ثم اوجد Z' بوساطة تعويض في $\mathbf{i} = \mathbf{Z}^{-1}\mathbf{v}$. $\mathbf{Z}' = [\mathbf{K}_t\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{K}]^{-1}$ ، اي معكوس حاصل جمع مساحات الفروع.

11 . $I^{P} = 1{\cdot}1 - j1 \qquad V_{P} = 111{\cdot}1 + j20$

12 . ايضا: لاتَنْسَ التفاضلات قبل الضرب السابق بـ C_t.

	α	β	A′	B′
α	$R_r + L_r p$		Mp	
β		$R_r + L_r p$		Mp
A′	Mp	$M\dot{\theta}$	$R_S + L_S p$	$L_S\dot{\theta}$
B′	$-M\dot{\theta}$	Mp	$-L_S\dot{\theta}$	$R_S + L_S p$

13 . كما في 12.

14 .

Z	عددي	قطري	متماثل	متماثل تخالفياً	هرميتي
Z′	عددي	متماثل	هرميتي	قطري	هرميتي

15 . ايضاح: حوِّل مصفوفة عامة 3×3 وساوي العناصر الملائمة للمصفوفة المحولة او استخدم التحويل المعكوس الى مصفوفة متماثلة 3×3.

A	B	C
C	D	E
B	F	D

التي تكون

P		
		Q
	R	

زائداً اي مصفوفة أستدارية.

16 .

$\frac{2}{3}$ ×

	a	b	c
a	$Z_{\alpha\alpha}+\frac{1}{2}Z_{oo}$	$-\frac{1}{2}Z_{\alpha\alpha}+\frac{\sqrt{3}}{2}Z_{\alpha\beta}+\frac{1}{2}Z_{oo}$	$-\frac{1}{2}Z_{\alpha\alpha}-\frac{\sqrt{3}}{2}Z_{\alpha\beta}+\frac{1}{2}Z_{oo}$
b	$-\frac{1}{2}Z_{\alpha\alpha}+\frac{\sqrt{3}}{2}Z_{\beta\alpha}+\frac{1}{2}Z_{oo}$	$\frac{1}{4}Z_{\alpha\alpha}-\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\alpha\beta}-\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\beta\alpha}+\frac{3}{4}Z_{\beta\beta}+\frac{1}{2}Z_{oo}$	$\frac{1}{4}Z_{\alpha\alpha}+\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\alpha\beta}-\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\beta\alpha}-\frac{3}{4}Z_{\beta\beta}+\frac{1}{2}Z_{oo}$
c	$-\frac{1}{2}Z_{\alpha\alpha}-\frac{\sqrt{3}}{2}Z_{\beta\alpha}+\frac{1}{2}Z_{oo}$	$\frac{1}{4}Z_{\alpha\alpha}-\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\alpha\beta}+\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\beta\alpha}-\frac{3}{4}Z_{\beta\beta}+\frac{1}{2}Z_{oo}$	$\frac{1}{4}Z_{\alpha\alpha}+\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\alpha\beta}+\frac{\sqrt{3}}{4}Z_{\beta\alpha}+\frac{3}{4}Z_{\beta\beta}+\frac{1}{2}Z_{oo}$

التي تكون استدارية، اذا كانت $Z_{\alpha\alpha}=Z_{\beta\beta}$ و $Z_{\beta\alpha}=-Z_{\alpha\beta}$.

17 . عبر عن المصفوفات على انها مصفوفات مركبة تكون فيها المصفوفات الثانوية كما يأتي: 1 فيها الفولتية والتيار كلاهما معلومان، 2 فيها التيارات وحدها معلومة، 3 فيها الفولتيات وحدها معلومة، 4 فيها الفولتية والتيار كلاهما غير معلومين. من معادلات فولتية 1 و 3، وبنقل الفولتيات نتيجة لتيارات 1 و 2 الى الطرف الايسر، يمكننا ايجاد تيارات 3 و 4. ويمكن معرفة الفولتيات المجهولة، من المعادلة **v=Zi**.

18 .

$$I^d = V(R+R_a)/\{R_a(R+R_a)+L_a^2\dot{\theta}^2\},$$
$$I^q = VL_a\dot{\theta}/\{R_a(R+R_a)+L_a^2\dot{\theta}^2\}$$

الفولتية بين الفرش q تكون $VRL_a\dot{\theta}/\{R_a(R+R_a)+L_a^2\dot{\theta}^2\}$. اذا كانت مقاومة لفائف المنتج مهملة، يكون التيار I^q ثابتا بغض النظر عن قيمة R.

19 . (أ) و (ب) التردد: $\dot{\theta}\pm\omega$. المقدار: نفسه. لايوجد عزم.

20 . (أ) $V_o = (R_a+R_1)I^o+(L_aM_{d2}\dot{\theta}^2/R_a)(V_2/R_2)$.

(ب) $V_2L_aM_{d2}\dot{\theta}^2/\{(R_a+L_ap)(R_2+L_2p)\}$.

21 . $I_o \exp\{-(R_a+R_F-M_{dF}\dot{\theta})/(L_q+L_F)\}t$.

22 . $i^a = I^a\left\{\frac{\alpha-\gamma}{\alpha-\beta}\varepsilon^{-\alpha t}-\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta}\varepsilon^{-\beta t}\right\}$ ، حيث ان

$$\alpha, \beta = \frac{-\{R_a L_Z + R_Z L_a - L_Z M_{dY}\dot{\theta} + M_{YZ} M_{dZ}\dot{\theta}\} \pm \sqrt{[(R_a L_Z + R_Z L_a - L_Z M_{dY}\dot{\theta} + M_{YZ} M_{dZ}\dot{\theta})^2 - 4R_Z(L_Z L_a - M_{YZ}^2)(R_a - M_{dY}\dot{\theta})]}}{2(L_Z L_a - M_{YZ}^2)}$$

و

$$\gamma = \frac{R_Z L_a + M_{YZ} M_{dZ}\dot{\theta} + (R_Z M_{YZ} + L_Z M_{dZ}\dot{\theta})(R_a - M_{dY}\dot{\theta})/(R_Z + M_{dZ}\dot{\theta})}{(L_Z L_a - M_{YZ}^2)}$$

حيث ان a ترمز الى دائرة المنتج، Y ترمز الى لفائف المجال المتوالية و Z ترمز الى لفائف المجال المتوازية.

23 . عددي زائداً متماثلة تخالفياً.
24 . ايضاح: عبر عن I^A بدلالة V_A.

في حالة كون المقام حقيقياً،فأن الجزء الخيالي لبسط التيار I^A يكون $-s^2X_r(X_rX_S - X_M^2) - R_r^2X_S$. بما ان $X_rX_S > X_M^2$ ، فأن هذه الكمية تكون سالبة دائماً، اي عندما تعمل بصفة محرك فالتيار متأخر دائماً، وعندما تعمل بصفة مولد فالتيار يتقدم دائماً.

ولايمكن ان تكون الماكنة مصدر قدرة متفاعلة.

25 . (أ) التردد: $(\dot{\theta} - \omega)$، المقدار: $\frac{VM(\dot{\theta} - \omega)}{\sqrt{\{R_r^2 + \omega^2 L_r^2\}}}$.

(ب) التردد: ω، المقدار: $\frac{VM\omega}{\sqrt{\{R_r^2 + (\dot{\theta} - \omega)^2 L_r^2\}}}$.

. 26

$$-\frac{2V^2X_M}{\omega} \frac{\sin\alpha}{\{R_S + R_r - (1-s)X_M \sin\alpha\}^2 + \{X_S + sX_r + (1+s)X_M \cos\alpha\}^2}$$

. 27

$$-\frac{3V^2X_M}{\omega} \frac{[\{R_SR_r + s(X_SX_r - X_M^2)\}\sin\alpha + \{R_rX_S - sR_SX_r\}\cos\alpha]/n + (R_S/n^2 - sR_r)X_M}{\{R_SR_r - s(X_SX_r - X_M^2)\}^2 + \{R_rX_S + sR_SX_r\}^2}$$

28 .

السرعة	العزم(أ)	العزم(ب)
0	1·1434	0
0·1	1·2690	0·0577
0·2	1·4255	0·1190
0·3	1·6257	0·1882
0·4	1·8909	0·2716
0·5	2·2583	0·3795
0·6	2·7997	0·5319
0·7	3·6720	0·7736
0·8	5·2781	1·2313
0·9	8·7325	2·4274
0·95	10·5417	4·6978
1·0	0	−0·01262

29 . ايضاح: حوّل المقاومة الخارجية من المحاور (A,B,C) الى المحاور (P,N) ثم اضفها الى ممانعة الماكنة المصفوفية في المحاور (P,N).

$$\frac{V_P^2 X_M^2 R_r}{\omega}\;\frac{(R_S R_r + R_X R_r/3 - X_S X_r + X_M^2)^2 + (R_r X_S + R_S X_r + R_X X_r/3)^2 - (R_r^2 + X_r^2)(R_X/3)^2}{[(R_S R_r + 2R_X R_r/3 - X_S X_r + X_M^2)^2 + (R_r X_S + R_S X_r + 2R_X X_r/3)^2] \times [(R_S R_r - X_S X_r + X_M^2)^2 + (R_r X_S + R_S X_r)^2]}$$

عزم البدء : 0.55.

30 . $$\frac{1}{\omega}\;\frac{3V^2 X_M^2 s R_S}{(R_S R_r - sX_S X_r + sX_M^2)^2 + (R_S X_r + sR_r X_S)^2}$$

ايضاح: يوجد هناك عامل مشترك معقد كبير للبسط والمقام للتعبير الرياضي الاولي.

31 . تكون المصفوفة الجزئية لممانعة التتابع الموجب هي:

	P	f_1	f_2
P	$R_S + jX_S$	jX_{M1}	jX_{M2}
f_1	jsX_{M1}	$R_{r1} + jsX_{r1}$	jsX_{M3}
f_2	jsX_{M2}	jsX_{M3}	$R_{r2} + jsX_{r2}$

حيث ان (r_1, r_2) ترمزان الى مقاومتي لفيفتي الدوار، M_1 و M_2 و M_3 تمثل التقارنات التبادلية للساكن ولفيفة الدوّار 1، والساكن ولفيفة الدوّار2، ولفيفتي الدوّار، بالتعاقب

$$\frac{sV_P^2}{\omega}\frac{\begin{bmatrix} s^2(R_{r1}X_{r2}+R_{r2}X_{r1})(X_{M1}^2X_{r2}-2X_{M1}X_{M2}X_{M3}+X_{M2}^2X_{r1}) \\ +(R_{r2}X_{M1}^2+R_{r1}X_{M2}^2)(R_{r1}R_{r2}-s^2X_{r1}X_{r2}+s^2X_{M3}^2) \end{bmatrix}}{\begin{matrix}\{R_S(R_{r1}R_{r2}-s^2X_{r1}X_{r2}+s^2X_{M3}^2)-sX_S(R_{r1}X_{r2}+R_{r2}X_{r1}) \\ +sX_{M1}^2R_{r2}+sX_{M2}^2R_{r1}\}^2 \\ +\{X_S(R_{r1}R_{r2}-s^2X_{r1}X_{r2}+s^2X_{M3}^2)+sR_S(R_{r1}X_{r2}+R_{r2}X_{r1}) \\ +s^2(X_{M1}^2X_{r2}+X_{M2}^2X_{r1}-2X_{M1}X_{M2}X_{M3})\}^2\end{matrix}}$$

32 .

$$\frac{V^2X_M^2R_r(1-s)}{\omega} \times \frac{\{R_r^2-s(2-s)X_r^2\}+\sqrt{[\{R_r^2-s(2-s)X_r^2\}^2+\{2R_rX_r\}^2]}\sin(2\omega t+\psi)}{\begin{matrix}[R_SR_r^2-s(2-s)R_SX_r^2-R_r(2X_SX_r-X_M^2)]^2 \\ +[2R_SR_rX_r+R_r^2X_S-s(2-s)X_r(X_SX_r-X_M^2)]^2\end{matrix}}$$

حيث ان ψ هي زاوية معتمدة على s وثوابت الماكنة. ان مقدار المركبة المتناوبة يتجاوز مقدار المركبة المعَدَل ولذلك فأن العزم ينعكس خلال جزء من الدورة.

33 . ايضاح: يمكن ايجاد المانعة المصفوفية في المحاور (P,N) كما في المسألة 29. ولأن فولتيات الخط تكون معلومة، يمكن ايجاد مركباتها المتماثلة ومن ثم يمكن ايجاد مركبات الفولتية الطورية (اهمال التتابع الصفري).

$$\frac{2V^2X_M^2X_CR_r}{3\sqrt{3}}\quad\frac{R_r(R_SR_r+X_M^2)+R_SX_r^2}{\begin{matrix}[(R_SR_r-X_SX_r+X_M^2)^2+(R_SX_r+R_rX_S)^2]^2 \\ +[(R_rR_S-X_SX_r+X_M^2)^2+(R_SX_r+R_rX_S)^2] \\ \times[(2X_C/3)^2(R_r^2+X_r^2)-4(X_C/3)\{X_S(R_r^2+X_r^2-X_rX_M^2)\}]\end{matrix}}$$

34 . ايضاح: استخدم المحاور التزامنية وبذلك تكون الاثارات كلها مستمرة.

$$\frac{3X_M}{\omega}\quad\frac{\begin{matrix}V_S^2sX_MR_r-V_r^2X_MR_S-V_SV_r[(R_rX_S-sR_SX_r)\cos\delta \\ +\{R_rR_S+s(X_SX_r-X_M^2)\}\sin\delta]\end{matrix}}{\{R_rR_S-s(X_SX_r-X_M^2)\}^2+\{R_rX_S+sR_SX_r\}^2}$$

35 .

$$-\frac{3V^2}{2\omega}\,\frac{(R_a^2+X_d^2)^{1/2}\,(R_a^2+X_q^2)^{1/2}\,(X_d-X_q)}{(R_a^2+X_dX_q)^2}\,[\sin(2\psi-\alpha-\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

حيث $\psi=\theta-\omega t$، $\alpha=$ مقابل الظل R_a/X_q، و β = مقابل الظل R_a/X_d.
عندما $v_a=\hat{V}\sin\omega t$،

$$i^a=\frac{\hat{V}}{R_a^2+X_dX_q}\left[\left\{R_a-\frac{1}{2}(X_q-X_q)\sin 2\psi\right\}\sin\omega t-\{X_d\sin^2\psi+X_q\cos^2\psi\}\cos\omega t\right]$$

لذلك فأن المركبة الجيبية للتيار (بالطور نفسه) تتغير اشارتها مع ψ، لكن المركبة المتعامدة تتخلف دائماً بزاوية قدرها $\pi/2$ عندما تكون تيار محرك وتتقدم بزاوية $\pi/2$ عندما تكون تيار مولد. لذلك بغض النظر عن اشارة ψ، فأن الماكنة لايمكنها ان تكون مصدر قدرة متفاعلة.

36 .

$$v_b=\sqrt{\tfrac{2}{3}}\,[R_a\sqrt{\{(I^d)^2+(I^q)^2\}}\sin(\theta-2\pi/3+\psi)+X_d\sqrt{\{(I^d)^2+(I^q)^2\}}\cos(\theta-2\pi/3+\psi)-X_{Fd}I^F\sin(\theta-2\pi/3)]$$

37 .

$$-\frac{1}{\omega}\,\frac{R_aV_F^2X_{Fd}^2[R_a^2+X_q^2]}{R_F^2(R_a^2+X_dX_q)^2}$$

38 . (أ) (1) $2(R_a+L_qp)$ (2) $2(R_a+L_dp)$

(ب) (1) $\frac{3}{2}(R_a+L_dp)$ (2) $\frac{3}{2}(R_a+L_qp)$

(جـ) (1) $R_a+\{(2L_d+L_o)/3\}p$ (2) $R_a+\{(2L_q+L_o)/3\}p$

39 . (أ) (1) $2(R_a+L_qp)$ (2) $2[R_a+\{L_d-L_{Fd}^2p/(R_F+L_Fp)\}p]$

(ب) (1) $\frac{3}{2}[R_a+\{L_d-L_{Fd}^2p/(R_F+L_Fp)\}p]$ (2) $\frac{3}{2}(R_a+L_qp)$

(جـ) (1) $R_a+[\frac{2}{3}\{L_d-L_{Fd}^2p/(R_F+L_Fp)\}+\frac{1}{3}L_o]p$ (2) $R_a+\{(2L_q+L_o)/3\}p$

40 . (أ)

	d	q	S
d	R_r+L_rp	$L_r\dot{\theta}$	$\sqrt{2}M\dot{\theta}$
q	$-L_r\dot{\theta}$	R_r+L_rp	$\sqrt{2}Mp$
S		$\sqrt{2}Mp$	$2(R_S+L_Sp)$

(ب)

	d	q	S
d	R_r+L_rp	$\{L_r-M^2p/(R_S+L_Sp)\}\dot{\theta}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}\,Mp$
q	$-L_r\dot{\theta}$	$R_r+\{L_r-M^2p/(R_S+L_Sp)\}p$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}\,M\dot{\theta}$
S	$\sqrt{\frac{3}{2}}Mp$		$\frac{3}{2}(R_S+L_Sp)$

41 .

$$\frac{3}{2}\,\frac{V^2(X_d-X_q)}{\omega}\,\frac{(2s-1)\,R_a(X_d-X_q)-[\{(2s-1)\,R_a(X_d+X_q)\}^2+\{R_a^2-(2s-1)^2X_dX_q\}^2]^{1/2}\sin(2s\omega t+\psi)}{\{R_a^2-(2s-1)X_dX_q\}^2+\{sR_a(X_d+X_q)\}^2}$$

42 . ايضاح: ان المركبات لمتوسط العزم نتيجة لفولتيات المنتج والمجال يمكن ايجادها بصورة منفصلة.

$$\frac{3V^2}{2\omega}\,\frac{(2s-1)\,R_a(R_F^2+s^2X_F^2)\,(X_d-X_q)^2+sR_FX_{Fd}^2\{R_a^2+(2s-1)^2X_q^2\}+s^2(2s-1)\,R_aX_{Fd}^2\{X_{Fd}^2-2X_F(X_d-X_q)\}}{(R_F^2+s^2X_F^2)\,[\{R_a^2-(2s-1)X_dX_q\}^2+s^2R_a^2(X_d+X_q)^2]+s^2X_{Fd}^2[\{s^2R_a^2+(2s-1)^2X_q^2\}\{X_{Fd}^2-2X_FX_d\}-2R_aR_F\{R_a^2+(2s-1)X_q^2\}+2R_a^2(s-1)^2X_qX_F]}$$

$$-\frac{V_F^2}{\omega}\,\frac{(1-s)\,R_aX_{Fd}^2\{R_a^2+(1-s)^2X_q^2\}}{R_F^2\{R_a^2+(1-s)^2X_dX_q\}^2}$$

43 . ايضاح: قارن قيمة محدد الممانعة المصفوفية للدائرة المكافئة بتلك المعطاة للماكنة المبينة في الفصل الحادي عشر ـ المعادلة (11. 3).
عندما تكون $\dot{\theta}=0$، اي عندما تكون الماكنة في حالة سكون.

44 . اما ان تفرض ظروف تيار متناوب في حالة مستقرة واستقصاء التحديدات على $\theta^{\cdot}$ اوعلى C او عليهما او تعتني بمحدد مصفوفة المانعة العابرة. ان قيمة المحدد للمصفوفة الفرعية (P,f) ستكون من الدرجة الثالثة في p. واهمال جميع المقاومات يعطي قيماً تقريبية للترددات (الاجزاء التخيلية للجذور). اختزال الجذور بأسهل هذه الطرق يقود الى قيم تقريبية للجزء الحقيقي المناظر. وبالقسمة على المعامل المناظر نحصل على معادلة من الدرجة الثانية (ذات معاملات مركبة)، حيث يمكن كتابة جذورها للحصول على حل تقريبي كامل.

ستكون اثارة الماكنة ذاتية عند تردد زاوي يساوي $\theta^{\cdot}$ تقريباً، لقيم $\theta^{\cdot}$ بين $1/\sqrt{(L_S C)}$ و $1/\sqrt{\{(L_S - M^2/L_r)C\}}$

45 .

$$-\sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{V_F}{R_F}\,\frac{L_{Fd}\omega^2}{L_F L_q L'_d}\begin{bmatrix} F\cos(\omega t-2\pi/3+\psi)-K\sin(\omega t-2\pi/3+\psi) \\ +\{G\cos(\omega t-2\pi/3+\psi)-N\sin(\omega t-2\pi/3+\psi)\}\varepsilon^{-\alpha t} \\ +\{H/2[\cos(2\omega t+\psi-2\pi/3)+\cos(\psi-2\pi/3)] \\ +J/2[\sin(2\omega t+\psi-2\pi/3)-\sin(\psi-2\pi/3)] \\ -P/2[\sin(2\omega t+\psi-2\pi/3)+\sin(\psi-2\pi/3)] \\ -Q/2[-\cos(2\omega t+\psi-2\pi/3)+\cos(\psi-2\pi/3)]\}\varepsilon^{-\beta t}\end{bmatrix}$$

46 .

$$R_a\hat{I}\sin(\omega t+2\pi/3)+\frac{X'_d+X_q}{2}\,\hat{I}\cos(\omega t+2\pi/3)$$
$$+3\,\frac{X'_d-X_q}{2}\,\hat{I}\cos\left(3\omega t+2\psi-\frac{2\pi}{3}\right)$$

نفسه .

47 .

$$\frac{\hat{V}}{2X'_d}\{\cos(2\omega t+2\psi-2\pi/3)+\cos(2\pi/3)$$
$$-\cos(3\omega t+2\psi-2\pi/3)-\cos(\omega t+2\pi/3)\}$$
$$+\frac{\hat{V}}{2X'_q}\{-\cos(2\omega t+2\psi-2\pi/3)+\cos(2\pi/3)$$
$$+\cos(3\omega t+2\psi-2\pi/3)-\cos(\omega t+2\pi/3)\}$$

نفسه

48 . ايضاح: استخدم تقريب نيوتن مبتدىءً بالقيم المعطاة في الفصل الحادي عشر ـ المعادلتين (11 . 18) و (11 . 19).

القيم التقريبية: $\alpha/\omega = 0.00293$، $\beta/\omega = 0.022916$، $\gamma/\omega = 1$

القيم المضبوطة: 0.0029326532   0.022917007   0.99991019

الخطأ : 0.0232%   0.0015%   0.00898%

49 - ايضاح: دقق اشارة $\dot{\theta}$، اي لعزم الحالة المستقرة. تكون اصفار المحدد لمصفوفة الممانعة الحركية هي

$$\frac{-(R-M\dot{\theta})J \pm \sqrt{[(R-M\dot{\theta})^2 J^2 - 8LJV^2M^2/(R-M\dot{\theta})^2]}}{2LJ}$$

بما ان $\dot{\theta}$ تكون سالبة و $M\dot{\theta} > R$، وبما ان $8LJV^2M^2/(R-M\dot{\theta})^2$ تكون موجبة بالضرورة فأن مقدار الجذر التربيعي يكون اقل من مقدار $(R - M\dot{\theta})J$ والجزء الحقيقي لاصفار Δ يكون سالباً دائماً. لذلك تكون المنظومة موجبة التخميد لكنها ستكون متذبذبة اذا كان $J < 8LM^2V^2/(R-M\dot{\theta})^4$.

50 . ان المحدد لمصفوفة الممانعة الحركية لايتحلل الى العوامل، وبدون معرفة المقادير النسبية للمعالم، لايمكن وضع فرضيات يمكن تسويغها. ويمكن استقصاء حالات عددية معينة بصورة موثوق بها فقط.

51 .

$$\frac{\sqrt{3}V}{2\pi}\sqrt{\left\{\frac{(X_d - X_q)}{JX_dX_q\omega}\right\}}.$$

52 .

	d	q	S	s
d	$R_r + L_r p$	$L_r\dot{\theta}$	$\sqrt{2}M\dot{\theta}$	$L_r I^q + \sqrt{2}MI^S - \sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\cos\psi/p$
q	$-L_r\dot{\theta}$	$R_r + L_r p$	$\sqrt{2}Mp$	$-L_r I^d - \sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi/p$
S		$\sqrt{2}Mp$	$2(R_S + L_S p)$	
s	$-\sqrt{2}MI^S$		$-\sqrt{2}MI^d$	$F + Jp$

	d	p	S	s
d	$R_r+L_r p$	$\left(L_r-\dfrac{M^2p}{R_S+L_Sp}\right)\dot{\theta}$	$\sqrt{\frac{3}{2}}\,Mp$	$\left(L_r-\dfrac{M^2p}{R_S+L_Sp}\right)I^q$ $-\sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\cos\psi/p$
q	$-L_r\dot{\theta}$	$R_r+\left(L_r-\dfrac{M^2p}{R_S+L_Sp}\right)p$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}\,M\dot{\theta}$	$-L_rI^d-\sqrt{\frac{3}{2}}\,MI^S$ $-\sqrt{\frac{3}{2}}\hat{V}\sin\psi/p$
S	$\sqrt{\frac{3}{2}}Mp$		$\frac{3}{2}(R_S+L_Sp)$	
s	$-\dfrac{M^2p}{R_S+L_Sp}I^q$	$-\dfrac{M^2p}{R_S+L_Sp}I^d-\sqrt{\frac{3}{2}}\,MI^S$	$-\sqrt{\frac{3}{2}}\,MI^q$	$F+Jp$

53 . تتذبذب المنظومة اذا كان $J < 4LG_2^2(I^{F2})^2/(G_1\theta_1-R)^2$ ، حيث ان R و L تمثلان مقاومة ومحاثة دائرة المنتج الكلية، والدليل 1 ينسب الى المولدِ و 2 ينسب الى المحرك.

ملاحظة :ـ ان المنظومة تتذبذب اعتيادياً، لكن الاتساع يزداد بصورة سريعة جدا لذلك تصبح التذبذبات غير خطية وتشابه تلك التي لمذبذب تراخٍ.

54 .

الحالة المستقرة : $I^o = \dfrac{V_F M_{Fd}\cos\alpha\,\theta}{R_F(R_a+R_K+M_{Kq}\sin\alpha\,\theta)}$.

الحالة العابرة : $i^o = \dfrac{V_F M_{Fd}\cos\alpha\,\theta}{R_F R_a'}\left[1-\dfrac{R_a'/L_a''-\gamma}{\beta-\gamma}\varepsilon^{-\beta t}-\dfrac{R_a'/L_a''-\beta}{\beta-\gamma}\varepsilon^{-\gamma t}\right]$ ،

حيث ان

$$R_a' = R_a+R_K+M_{Kq}\sin\alpha\,\theta$$
$$L_a' = L_a+L_K-2M_{Kq}\cos\alpha$$
$$L_a'' = L_a'-M_{Fd}^2\sin^2\alpha/L_F$$

و β و γ هي الجذور لـ

$s^2+\dfrac{R_a'L_F'}{L_FL_a''}s+\dfrac{R_FR_a'}{L_FL_a''}=0$ ، حيث ان

$$L'_F = L_F + R_F L'_a / R'_a - (M^2_{Fd}/R'_a) \sin\alpha \cos\alpha\, \dot{\theta}$$

. 55

السرعة	العزم
0	1·0441
0·1	1·2227
0·2	1·4920
0·3	1·9670
0·4	3·1621
0·5	0·1009
0·6	−0·9262
0·7	0·7158
0·8	1·9683
0·9	4·0775
0·95	5·2631
1·0	0

. 56

$$\frac{sX_M^2V^2}{\omega} \times \frac{\begin{bmatrix} \{R_r^2+(2-s1)^2X_r^2\}\{R_D(R_Q^2+s^2X_Q^2)+R_Q(R_D^2+s^2X_D^2)\} \\ +s(2s-1)X_M^2\{R_r(R_D+R_Q)^2-2s(2s-1)X_r(R_DX_Q+R_QX_D) \\ +s^2R_r(X_D-X_Q)^2\}+s^2(2s-1)^2X_M^4(R_D+R_Q) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \{R_r^2-(2s-1)X_r^2\}(R_DR_Q-s^2X_DX_Q)-2s^2R_rX_r(R_DX_Q+R_DX_Q) \\ +s^2R_rX_M^2(R_D+R_Q)-s^2(2s-1)X_rX_M^2(X_D+X_Q)+s^2(2s-1)X_M^4 \end{bmatrix}^2 + \begin{bmatrix} s\{R_r^2-(2s-1)X_r^2\}(R_DX_Q+R_QX_D)+2sR_rX_r(R_DR_Q-s^2X_DX_Q) \\ +s^3R_rX_M^2(X_D+X_Q)+s(2s-1)X_rX_M^2(R_D+R_Q) \end{bmatrix}^2}$$

References

المراجع

1. Kron, G., Non-Riemannian dynamics of rotating electrical machinery, *J. Math. Phys.* **13,** 103–94 (1934).
2. Kron, G., The application of tensors to the analysis of rotating electrical machinery, *General Electric Review*, 1935–8. Largely reprinted in book form (1938).
3. Hindmarsh, J., *Electrical Machines and their Applications*, 2nd edition, Pergamon, 1970.
4. Kron, G., Tensor analysis of networks, *Orthogonal Networks*, Wiley, pp. 407–35.
5. Slemon, G. R., Equivalent circuits for transformers and machines including non-linear effects, Monograph No. 68, *Proc. IEE* **100,** Part IV, 129–43 (1953).
6. Wieseman, R. W., Graphical determination of magnetic fields: Practical application to salient-pole synchronous-machine design, *Trans. AIEE* **46,** 141–54 (1927).
7. Jones, C. V., *The Unified Theory of Electrical Machines*, Butterworth.
8. Gibbs, W. J., *Electric Machine Analysis using Tensors*, Pitman.
9. Morrill, W. J., The revolving field theory of the capacitor motor, *Trans. AIEE* **48,** 614–29 (1929).
10. Concordia, C., *Synchronous Machines*, Wiley.
11. Kilgore, L. A., Calculation of synchronous machine constants, *Trans. AIEE* **50,** 1201–14 (1931).
12. Ching, Y. K. and Adkins, B., Transient theory of synchronous generators under unbalanced conditions, Monograph No. 85, *Proc. IEE* **101,** Part IV, 166–82 (1954).
13. Routh, E. J., *Dynamics of a System of Rigid Bodies*, Part II, 6th edition, Macmillan, 1905, Ch. VI. (Reprinted as a paperback by Dover, 1961.)
14. Jones, C. V., An analysis of commutation for the unified-machine theory, Monograph No. 302, *Proc. IEE* **105,** Part C, 476–88 (1958).
15. Prescott, J. C. and El-Kharashi, A. K., A method of measuring self-inductances applicable to large electrical machines, *Proc. IEE* **106,** Part A, 169–73 (1959).
16. Hancock, N. N., *Electric Power Utilization*, Pitman.
17. Brown, J. E. and Butler, O. I. The zero-sequence parameters and performance of three-phase induction motors, Monograph No. 92, *Proc. IEE* **101,** Part IV, 219–24 (1954).
18. Wright, S. H., Determination of synchronous-machine constants by test, *Trans. AIEE* **50,** 1331–50 (1931).
19. Gibbs, W. J., *Electric Machine Analysis using Matrices*, Pitman.

20. Riaz, M., Transient analysis of the metadyne generator, *Trans. AIEE* **72,** Part III, 52–62 (1953).
21. Adkins, B., Rotating amplifiers, Section 1, *Theory of Cross-field Generators,* (ed. by M. G. Say), Newnes, p. 25.
22. Brown, J. E. and Russell, R. L., Symmetrical component analysis applied to phase convertors of the Ferraris–Arno type, *Proc. IEE* **105,** Part A, 538–44 (1958).
23. Barton, T. H. and Doxey, B. C., The operation of three-phase induction motors with unsymmetrical impedance in the secondary circuit, *Proc. IEE* **102,** Part A, 71–79 (1955).
24. Shenton, J. C. and Shenton, L. R., *Harmonics in Synchronous Machines, RAE (Farnborough) Technical Memoranda: Single-phase Line-to-line Resistive Load*, No. EL 1843, June 1960; *Three-phase Short Circuit* $R_a > 0$, $R_b = R_c = 0$, No. EL 1847, November 1960; *Three-phase Short Circuit* $R_a > 0$, $R_b = R_c \neq 0$, No. EL 1855, September 1961.
25. Doherty, R. E. and Park, R. H., Mechanical force between electric circuits, *Trans. AIEE* **45,** 240–52 (1926).

المصطلحات - انكليزي / عربي

Active	فعال
Admittance	مساحة، مسايرة
Air - core	قلب هوائي
Air - gap	فجوة هوائية
Air leakage path	مسار التسرب الهوائي
Alternating voltage	فولتية متناوبة
Alternator	منوّب (مولد متزامن)
Ampere turn	امبير لفة
Amplidyne	امبلداين
Amplifier	مضخم
Amplitude	اتساع
Angular	زاويّ
Aperiodic	لادوري
Apparent	ظاهري
Armture	منتج (عضو الانتاج)
Armature core	قلب المنتج
Armature current	تيار المنتج
Armature reaction	رد فعل المنتج
Armature resistance	مقاومة المنتج
Armature winding	لفيفة المنتج
Array	صفيفة
Asymmetrical	غير متماثل
Asynchronus	لا متزامن
Attraction	جذب، تجاذب
Automatic	ذاتي، طوعي، تلقائي
Average value	قيمة متوسطة
Axis	محور
Back e.m.f	ق.د.ك مضادة (خلفية)
Balanced	متزن، متوازن
Base	قاعدة، اساس.

Block diagram	مخطط كتلي (رسم تخطيطي)
Booster	معزز
Branch	فرع
Brush	فرشاة
Brush shift	ازاحة الفرش
Burden	عبء
Bus - bar	قضيب توزيع
Capactive	سعي
Capacitive reactance	مفاعلة سعيّة
Cascade	تعاقبي
Center tap	مأخذ مركزي (وسطي)
Characteristic	خاصية (مميز)
Chorded	موتر
Circulating current	تيار دوار
Circulant Matrix	مصفوفة استدارية
Close coupling	تقارن محكم (دقيق)
Co - factor	العامل القرين
Coil	ملف
Column	عمود
Commutator	مبدل (معدل)
Commutation process	عملية التبديل
Commutator machine	ماكنة ذات مبدل
Component	مركبة
Compound	مركب
Complex	معقد
Conditions	ظروف (حالات)
Conductance	مواصلة
Conductor	موصل (ناقل)
Conjugate	مترافق (مرافق)
Construction	تركيب (بنية)
Configuration	هيئة، شكل عام
Core	قلب (لب)
Core - less	عديم القلب
Copper loss	فقد النحاس

Counter e.m.f	ق. د. ك. معاكسة(مضادة)
Coupling	تقارن
Critical	حرج
Cross	متعامد (مستعرض)
Current wave	موجة التيار
Cycle	دورة
Data	بيانات
Determinant	محدد
Diagonal Matrix	مصفوفة قطرية
Diagonalization	استقطار
Differential	فرقي (تفاضلي)
Direct axis	المحور المباشر
Direct current (d.c.)	تيار مستمر
Double - winding	لفيفة مزدوجة
Dynamic	حركي (الحالة الحركية)
Eddy current	تيار دوامي
Eigen vector	متجهات ذاتية
Electro magnetic	كهرومغناطيسي
Electromotive force (e.m.f)	القوة الدافعة الكهربائية
Element	عنصر
Equipment	معدات (اجهزة)
Equivalent circuit	دائرة مكافئة
Excessive	مفرط (زائد)
Excitation	اثارة
Exciter	مثير
Expansion	مفكوك
Factor	عامل
Falut	عطل
Feadback	تغذية خلفية
Field	مجال
Flux	فيض
Flux density	كثافة الفيض
Flux linkage	تشابك الفيض
Form	صيغة، شكل، هيأة

Frequency	تردد
Fractional	كسري
Full load	حمل كلي (تام)
Gap	فجوة
Generator	مولد
Harmonics	توافقيات
Hermitian Matrix	مصفوفة هرميتية
High voltage	فولتية عالية
Hunting	تشطط
Hysteresis	تخلف مغناطيسي
Identity Matrix	مصفوفة تطابقية
Imaginary	خيالي
Impedance	ممانعة
Incoming	وارد، داخل، قادم
Index	دليل
Inductive	حثي
Inertial torque	عزم التعطل (القصور الذاتي)
Inherent	متلازم، متأصل
Initial conditions	ظروف ابتدائية
In - phase	منطبق الطور(متحد الطور)
Interaction	تفاعل بيني
Interconnected	مترابطة بينياً
Interlock	تواشج
Internal	داخلي
Interpole	قطب بيني
Invarient power	قدرة لامتغيرة
Iron core	قلب حديد
Iron loss	فقدالحديد
Lagging	متخلف، متأخر
Lamination	رقيقة
Leading	متقدم
Leakage	تسرب
Limb	ذراع
Limit	حافة، حد

Loop	دارة
Machine	ماكنة
Magnetomotive force (m.m.f)	قوة دافعة مغناطيسية(ق. د. مغ)
Margin	حد
Matching	توفيق، موافقة
Matrix Equation	معادلة مصفوفية
Maximum	اقصى، اعظم
Mean value	قيمة متوسطة
Mechincal	آلي (ميكانيكي)
Metadyne	ميتاداين
Motional impedance	ممانعة حركية
Motor	محرك
Mutual	متبادل
Negative sequence	تتابع سالب
Network	شبكة
Neutral	محايد
Node	عقدة
No load	اللاحمل
Nominal	اسمي
Non - linear	لاخطي
Notation	ترميز
Null Matrix	مصفوفة صفرية
Open Circuit	دائرة مفتوحة
Operation	تشغيل
Orthogonal Matrix	مصفوفة متعامدة
Oscillation	تذبذب
Output	اخراج، خرج
Over current	تيار مفرط
Over load	حمل مفرط
Over voltage	فولتية مفرطة
Parameters	معالم
Pattern	نمط، نموذج
Peak	ذروة
Periodic	دوري

Performance	اداء(تصرف)
Permeance	منافذة
Permeability	انفاذية
Per - unit	نسبة الوحدة (النسبة الوحدية)
Phase	طور
Phase angle	زاوية الطور
Phase shift	الازاحة الطورية
Phasor	مطاور
pole	قطب
Poly phase	متعدد الاطوار
positive sequence	تتابع موجب
power factor	عامل القدرة
primary	ابتدائي
prime mover	المحرك الاساسي (المدور الابتدائي)
primitive machice	ماكنة بدائية
pure	صافي، بحت
Quadrature	تعامدي
Quadrature axis	المحور التعامدي
Rated	مقنن
Raw	سطر
Reactance	مفاعلة
Reactive power	قدرة متفاعلة
Reference	مرجع (اسناد)
Ragulation	انتظام (تنظيم)
Reluctance	معاوقة مغناطيسية
Remanence	استبقائية
Residual	المتبقي، متبقٍ
Ring	حلقة
Root mean sqaure (r.m.s)	جذر متوسط التربيع (ج.م.ت)
Rotor	دوار
Salient	بارز
Saturation	تشبع
Scalar matrix	مصفوفة عددية
Secondary winding	لفيفة ثانوية

Self inductance	محاثة ذاتية
Selsyns	ماكنة ذاتية التزامن
Seperately excited	مثاربصورةمنفصلة(منفصل الاثارة)
Series coils	ملفات متوالية
Shell - type transformer	محول مغلف الملفات
Short circuit	دائرة مقيدة
Shunt	توازٍ
Shunt machince	ماكنة توازٍ
Skew symmetrical matrix	مصفوفة متماثلة تخالفيا
Slip	انزلاق
Slip rings	حلقات منزلقة
Slot leakage	تسرب الشقب
Single phase	احادي الطور
Singular matrix	مصفوفة انفرادية
Speed	سرعة
Sqaure matrix	مصفوفة مربعة
Stable	مستقر
Standerd	قياسي
Star connection	توصيل نجمي
Star point	نقطة الترفع النجمي
Starter	بادىء
Static	ساكن
Stator	الساكن
Steady state	الحالة المستقرة
Symmetrical components	مركبات متماثلة
Symmetrical Matrix	مصفوفة متماثلة
Symmetrical windings	لفائف متماثلة
Synchronous	تزامني
Synchronus impedance	ممانعة تزامنية
Tap changer	مغير مأخذ
Tensor	كمية ممتدة
Three - phase	ثلاثي الطور
Torque	عزم (عزم دائري)
Transformer	محول

Transformation ratio	نسبة التحويل
Transient state	الحالة العابرة
Transient performance	الاداء العابر
Tranpose	منقولة
Turn	لفة
Unbalanced	غير متوازن
Under excitation	اثارة منخفضة
Unit	وحدة، وحدية
Unsymmetrical	غير متماثل
Vector	متجه
Voltage	فولتية
Volt - ampere	فولت ـ امبير
Watt	واط
Wave	موجة
Winding	لفيفة
Zero sequence	تتابع صفري

المصطلحات العلمية ـ عربي / انكليزي

Primary	ابتدائي
Amplitude	اتساع
Directional	اتجاهي
Excitation	اثارة
Over excitation	اثارة مفرطة
Under excitation	اثارة منخفضة
Single - phase	احادي الطور
Process	اجراء (طريقة)
Minimum	ادنى
Performance	اداء
Shift	ازاحة
Phase shift	ازاحة الطور
Brush shift	ازاحة الفرش
Remanance	استبقائية
Stability	استقرارية
Nominal	اسمي
Exponential	اسي
Maximum	اقصى
Switch	اقليد (مفتاح)
Interoples	اقطاب بينية
Ampere - trun	امبير ـ لفة
Absorbtion	امتصاص
Regulation	انتظام
Slip	انزلاق
permeability	انقاذية
Vibration	اهتزاز
Mechinical	الي
Starter	باديء
Primitive	بدائي (اساسي)
Construction	بنية(تركيب)

Data	بيانات
Mutual	تبادلي
Commutation	تبديل
Negative Sequence	تتابع سالب
positive Sequence	تتابع موجب
Zero sequence	تتابع صفري
Damping	تخميد
Oscillation	تذبذب
Frequency	تردد
Notation	ترميز
Leakage	تسرب
Hunting	تشطط
Attenuantion	تضاءل
Cascade	تعاقبي
Feedback	تغذية خلفية
Tap chaning	تغيير المأخذ
Discharge	تفريغ
Coupling	تقارن
Blocking	تقييد
Automatic	تلقائي (ذاتي)
Parallel, Shunt	توازٍ
Interlock	تواشج
Connection	توصيل
Matching	توفيق (موافقة)
Direct Current	تيار مستمر
Circulating Current	تيار دوار
Eddy current	تيار دوامي
Over current	تيار مفرط (زائد)
Rated Current	تيار مقنن
Under current	تيار منخفض
Time Constant	ثابت الزمن
Secondary	ثانوي
Three - phase	ثلاثي الطور
Attraction	جذب

Apparatus	جهاز
Converter	جهاز تحويل
Transient state	حالة عابرة
Steady State	حالة مستقرة
Limit, Margin	حد
Critical	حرج
Dynmaic	حركي
Ring	حلقة
Load	حمل
Base load	حمل اساسي
Full load	حمل كلي
Over load	حمل مفرط
Domian	حيز
Outgoing	خارج
Characteristic	خاصية (مميز)
Output	خرج
Line	خط
Error	خطأ
Imaginary	خيالي
Loop	دارة
Circuit	دائرة
Rotor	دوار
Cycle	دورة
periodic	دوري
Automatic	ذاتي
peak	ذروة
Double - Winding	ذو لفيفتين
Armature reaction	رد فعل المنتج
Block diagram	رسم تخطيطي (كتلي)
Lamination	رقيقة
Angular	زاوي
phase - angle	زاوية الطور
Time	زمن
Network	شبكة

Mesh	شبيكة
Waveform	شكل(صيغة) الموجة
pure	صافٍ، بحت
Row	صف
Array	صفيفة
Conditions	ظروف
Initial conditions	ظروف ابتدائية
phase	طور
Transient	عابر
Factor	عامل
Fault	عطل
Node	عقدة
Nodal	عقدي
Column	عمود
Asynchronous	غير متزامن (لامتزامن)
Asymmetrical	غير متماثل(لامتماثل)
Unbalanced	غير متوازن
Gap	فجوة
Branch	فرع
Space	فراغ (فضاء)
Votage	فولتية
Flux	فيض
Base	قاعدة (اساس)
Power	قدرة
Bus - Bar	قضيب توزيع
Pole	قطب
Polarity	قطبية
Core	قلب
Winding	لفيفة
Inductance	محاثة
Neutral	محايد
Inductor	محث
Determinant	محدد
Axis	محور

Mesh	شبيكة
Waveform	شكل(صيغة) الموجة
pure	صافٍ، بحت
Row	صف
Array	صفيفة
Conditions	ظروف
Initial conditions	ظروف ابتدائية
phase	طور
Transient	عابر
Factor	عامل
Fault	عطل
Node	عقدة
Nodal	عقدي
Column	عمود
Asynchronous	غير متزامن (لامتزامن)
Asymmetrical	غير متماثل(لامتماثل)
Unbalanced	غير متوازن
Gap	فجوة
Branch	فرع
Space	فراغ (فضاء)
Votage	فولتية
Flux	فيض
Base	قاعدة (اساس)
Power	قدرة
Bus - Bar	قضيب توزيع
Pole	قطب
Polarity	قطبية
Core	قلب
Winding	لفيفة
Inductance	محاثة
Neutral	محايد
Inductor	محث
Determinant	محدد
Axis	محور

Yoke	مقرن
Coil	ملف
Impedance	ممانعة
Permeance	منافذة
Armature	منتج
In - phase	منطبق الطور
Automatic Voltage regulator	منظم الفولتية الذاتي
System	منظومة
Alternator	منوّب
Balancer	موازن
Conductance	مواصلة
Chorded	موتر
Wave	موجة
Conductor	موصل
Metadyne	ميتاداين
Turn ratio	نسبة اللفات
Per - unit	نسبة الوحدة
Configuration	هيئة (شكل عام)
Incoming	وارد
Watt	واط
Unit	وحدة، وحدية
Link	وصيل

الايـداع ٥٥٦ في المكتبـة الوطنيـة

ببـغـداد لسنـة ١٩٨٨.